1. $(3x+1)(3x-1) - 2(3x-1)^2$ 를 전개하면 $Ax^2 + Bx + C$ 일 때, C 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $C = -3$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (3x-1)(3x+1-6x+2) \\ &= (3x-1)(-3x+3) \\ &= -9x^2 + 9x + 3x - 3 \\ &= -9x^2 + 12x - 3 \\ &= Ax^2 + Bx + C\end{aligned}$$

$$\therefore C = -3$$

2. $(2x+1)(2x-1) - 2(2x-1)^2$ 를 전개하면 $Ax^2 + Bx + C$ 일 때, $2A + B + C$ 의 값은?

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (2x-1)\{(2x+1) - 2(2x-1)\} \\ &= (2x-1)(-2x+3) \\ &= -4x^2 + 8x - 3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2A + B + C &= 2 \times (-4) + 8 - 3 \\ &= -3\end{aligned}$$

3. $3x-2$ 이 $3x^2-ax+8$ 의 인수일 때, a 의 값을 구하면?

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$$\begin{aligned} 3x^2 - ax + 8 &= (3x - 2)(x + p) \\ &= 3x^2 + 3px - 2x - 2p \\ &= 3x^2 + (3p - 2)x - 2p \end{aligned}$$

$-2p = 8$, $p = -4$ 이고,
 $3p - 2 = -a$, $a = 14$ 이다.

4. $\frac{4}{25}ax^2 - 2ax + \frac{25}{4}a$ 를 인수분해했을 때 인수가 아닌 것을 모두 고르면?

① $\frac{2}{5}ax - \frac{5}{2}$

② a

③ $\left(\frac{2}{5}x - \frac{5}{2}\right)^2$

④ $\frac{2}{5}x - \frac{5}{2}$

⑤ $\frac{2}{5}a - \frac{5}{2}$

해설

$$\frac{4}{25}ax^2 - 2ax + \frac{25}{4}a = a\left(\frac{2}{5}x - \frac{5}{2}\right)^2$$

5. 한 변의 길이가 x 인 정사각형의 넓이에서 한 변의 길이가 2인 정사각형을 뺀다. 이때, 이 넓이를 직사각형으로 나타냈을 때, 직사각형의 가로와 세로의 길이를 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x + 2$

▷ 정답: $x - 2$

해설

두 넓이를 빼면 $x^2 - 4$ 이므로 $(x + 2)(x - 2)$

6. 다음 그림에서 P의 좌표를 a , Q의 좌표를 b 라고 할 때, $a^2 - b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-3 - 8\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}
 a &= 2 - \sqrt{2}, \quad b = 1 + 2\sqrt{2} \\
 a^2 - b^2 &= (a + b)(a - b) \\
 &= (2 - \sqrt{2} + 1 + 2\sqrt{2})(2 - \sqrt{2} - 1 - 2\sqrt{2}) \\
 &= (3 + \sqrt{2})(1 - 3\sqrt{2}) \\
 &= 3 + \sqrt{2} - 9\sqrt{2} - 6 = -3 - 8\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

7. $x^2 - 18x + A = (x + 4)(x - B)$ 일 때, A, B 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $A = -88$

▷ 정답: $B = 22$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 18x - 88 &= x^2 + (4 - B)x - 4B \\4 - B &= -18, \therefore B = 22 \\ \therefore A &= -4B = -88\end{aligned}$$

8. 자연수 n 에 대하여 $n^2 + 6n - 27$ 이 소수가 될 때, 이 소수를 구하면?

- ① 13 ② 15 ③ 18 ④ 20 ⑤ 24

해설

$$n^2 + 6n - 27 = (n + 9)(n - 3)$$

이것이 소수가 되려면, $n + 9$, $n - 3$ 중에 하나는 1이 되어야 한다.

$$n - 3 < n + 9 \text{ 이므로 } n - 3 = 1$$

$$\therefore n = 4, n^2 + 6n - 27 = 16 + 24 - 27 = 13$$

9. 정수 a 에 대해서 $a^2 + 6a - 27$ 의 절댓값이 소수이다. a 가 될 수 있는 정수를 모두 합하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -12

해설

$a^2 + 6a - 27 = (a + 9)(a - 3)$ 의 절댓값이 소수이므로 a 가 될 수 있는 수는 4, 2, -8, -10이다.
따라서 합은 -12이다.

10. $(2x - ay)(bx + cy)$ 에서 xy 의 계수가 9 일 때, a, b, c 의 값이 될 수 없는 것은?

① $a = -1, b = 3, c = 3$

② $a = 3, b = 1, c = 6$

③ $a = 2, b = 3, c = 6$

④ $a = 1, b = 1, c = 5$

⑤ $a = -1, b = 1, c = 4$

해설

(준식) $= 2bx^2 + (2c - ab)xy - acy^2$ 이므로
 $2c - ab = 9$

11. 다음 $\square$ 안에 알맞은 수가 다른 하나는?

① $9x^2 + 6x + 1 = (\square x + 1)^2$

② $2x^2 + 7x + \square = (2x + 1)(x + 3)$

③ $16x^2 - 9y^2 = (4x + \square y)(4x - 3y)$

④ $4x^2 - 12x + 9 = (2x - \square)^2$

⑤ $x^2 - \square x + 3 = (x - 1)(x - 3)$

해설

①, ②, ③, ④의 $\square$ 는 3 이고
⑤은 4 이다.

12. $x^2 - 2xy - 15y^2$ 과 $x^2 - 9y^2$ 의 공통인 인수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x + 3y$

해설

$$x^2 - 2xy - 15y^2 = (x - 5y)(x + 3y)$$

$$x^2 - 9y^2 = (x + 3y)(x - 3y)$$

13. 다음 두 식의 공통인 인수를 구하여라.

$$a^2 - a - 2, (a - 1)^3 - a + 1$$

▶ 답:

▷ 정답: $a - 2$

해설

$$a^2 - a - 2 = (a - 2)(a + 1)$$

$$\begin{aligned} (a - 1)^3 - a + 1 &= (a - 1)\{(a - 1)^2 - 1\} \\ &= a(a - 1)(a - 2) \end{aligned}$$

14. 두 이차식 $x^2 + ax + 6$, $3x^2 + 3x - b$ 의 공통인 인수가 $x + 2$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a - b = -1$

해설

$$\begin{aligned}x^2 + ax + 6 &= (x + 2)(x + p) \\ &= x^2 + (p + 2)x + 2p\end{aligned}$$

$$p = 3$$

$$2 + p = a \quad \therefore a = 5$$

$$\begin{aligned}3x^2 + 3x - b &= (x + 2)(3x + q) \\ &= 3x^2 + (q + 6)x + 2q\end{aligned}$$

$$6 + q = 3, \quad q = -3$$

$$2q = -b \quad \therefore b = 6$$

$$\therefore a - b = 5 - 6 = -1$$

15. $6x^2 + ax + 15 = (2x + b)(cx + 5)$ 이고 a, b, c 는 상수일 때, $a + b + c$ 의 값은?

- ① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

해설

$$6x^2 + ax + 15 = 2cx^2 + (10 + bc)x + 5b$$

$$2c = 6, 5b = 15, 10 + bc = a$$

$$c = 3, b = 3, a = 19$$

$$\therefore a + b + c = 25$$

16. 다음 식 $2x^2 + 5x - p = (2x - 1)(x + q)$ 일 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$$\begin{aligned} 2x^2 + 5x - p &= (2x - 1)(x + q) \\ 2x^2 + 5x - p &= 2x^2 + 2qx - x - q, \\ 2q - 1 &= 5 \quad \therefore q = 3, p = 3 \\ \therefore p + q &= 6 \end{aligned}$$

17. $x^2 + ax - 20$ 의 인수 중 하나가 $x + 4$ 일 때, a 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$x^2 + ax - 20 = (x + 4)(x - 5) \therefore a = -1$$

18. 이차식 $x^2 + Ax + B$ 를 인수 분해하는데 준식은 일차항의 계수를 잘못 보아 $(x+4)(x+3)$ 이 되었고, 효진은 상수항을 잘못 보아 $(x+1)(x+7)$ 이 되었다. 다음 중 $x^2 + Ax + B$ 를 옳게 인수 분해한 것은?

- ① $(x+2)(x+6)$ ② $(x+1)(x+6)$ ③ $(x-2)(x-6)$
④ $(x-1)(x-6)$ ⑤ $(x+3)(x+4)$

해설

준식은 $x^2 + 7x + 12$ 에서 상수항 12 를 맞게 보았고, 효진은 $x^2 + 8x + 7$ 에서 x 의 계수 8 을 맞게 보았다. 따라서 주어진 이차식은 $x^2 + 8x + 12 = (x+2)(x+6)$

19. $2x^2 - \frac{9}{2}y^2$ 을 인수분해하면?

① $(2x + 3y)(4x - 6y)$

② $(4x + 6y)(2x - 3y)$

③ $2(2x + 3y)(2x - 3y)$

④ $\frac{1}{2}(2x + 3y)(2x - 3y)$

⑤ $\frac{1}{2}(2x + 3y)^2$

해설

$$\begin{aligned} 2x^2 - \frac{9}{2}y^2 &= \frac{1}{2}(4x^2 - 9y^2) \\ &= \frac{1}{2}(2x + 3y)(2x - 3y) \end{aligned}$$

20. 다음 중 $x^2(x-1)^2 - 8x(x-1) + 12$ 의 인수가 아닌 것은?

- ① $x+1$ ② $x-1$ ③ $x+2$ ④ $x-2$ ⑤ $x-3$

해설

$$\begin{aligned}x-1 &= A \text{로 치환하면} \\ A^2x^2 - 8Ax + 12 &= (Ax-2)(Ax-6) \\ &= (x^2-x-2)(x^2-x-6) \\ &= (x+1)(x-2)(x+2)(x-3)\end{aligned}$$

21. $x^2 + 3x = 5$ 일 때, $x(x+1)(x+2)(x+3) - 3$ 의 값은?

- ① 21 ② 32 ③ 60 ④ 96 ⑤ 140

해설

$$(x^2 + 3x)(x^2 + 3x + 2) - 3 = 5(5 + 2) - 3 = 32$$

22. 다음 $x(x+1)(x+2)(x+3)+1$ 을 인수분해하면?

- ① $(x^2+3x+6)^2$ ② $(x^2+3x-1)^2$ ③ $(x^2-3x+3)^2$
④ $(x^2-5x+3)^2$ ⑤ $(x^2+3x+1)^2$

해설

$$\begin{aligned} & (x^2+3x)(x^2+3x+2)+1 \\ & x^2+3x=A \text{ 라 하면} \\ & A(A+2)+1 = A^2+2A+1 = (A+1)^2 \\ & \quad = (x^2+3x+1)^2 \end{aligned}$$

23. 다음 식이 완전제곱식일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

$$(x+2)(x+4)(x+5)(x+7) + a$$

▶ 답:

▷ 정답: $a = 9$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x+2)(x+7)(x+4)(x+5) + a \\ &= (x^2+9x+14)(x^2+9x+20) + a\end{aligned}$$

$x^2+9x=A$ 로 치환하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (A+14)(A+20) + a \\ &= A^2+34A+280+a \\ &= (A+17)^2 = (x^2+9x+17)^2\end{aligned}$$

$$17^2 = 280 + a$$

$$\therefore a = 9$$

24. 다음 식을 인수분해하면?

$$abc + ab + ac + a + bc + b + c + 1$$

① $(a-1)(b-1)(c+1)$

② $(a+1)(b-1)(c-1)$

③ $(a+1)(b+1)(c+1)$

④ $(a-1)(b+1)(c-1)$

⑤ $(a-1)(b-1)(c-1)$

해설

$$\begin{aligned} & abc + ab + ac + a + bc + b + c + 1 \\ &= a(bc + b + c + 1) + (bc + b + c + 1) \\ &= (a+1)(bc + b + c + 1) \\ &= (a+1)(b+1)(c+1) \end{aligned}$$

25. $x^2 + 4(a+b)x + 3a^2 + 6ab + 3b^2$ 을 인수분해하면?

① $(x+a+b)(x-a-b)$

② $(x+a+b)(x+2a+2b)$

③ $(x+a+b)(x+2a+3b)$

④ $(x+a+b)(x+3a+2b)$

⑤ $(x+a+b)(x+3a+3b)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + 4(a+b)x + 3a^2 + 6ab + 3b^2 \\ &= x^2 + 4(a+b)x + 3(a+b)^2 \\ &= (x+a+b)(x+3a+3b) \end{aligned}$$

26. $x^2 - 4xy + 3y^2 - 6x + 2y - 16$ 을 인수분해 하였더니 $(x + ay + b)(x + cy + d)$ 가 되었다. 이 때, $a + b + c + d$ 의 값은?

① -10 ② -9 ③ -8 ④ -3 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} & x \text{ 에 대하여 정리하면,} \\ & x^2 - (4y + 6)x + 3y^2 + 2y - 16 \\ & = x^2 - (4y + 6)x + (3y + 8)(y - 2) \\ & = (x - 3y - 8)(x - y + 2) \\ & \therefore a = -3, b = -8, c = -1, d = 2 \\ & \therefore -3 - 8 - 1 + 2 = -10 \end{aligned}$$

27. $\sqrt{3}$ 의 소수 부분을 x 라 할 때, $x^2 + 2x + 1$ 의 값은?

① $\sqrt{3}$

② $\sqrt{3} + 1$

③ $2\sqrt{3}$

④ 3

⑤ $3\sqrt{3}$

해설

$\sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4}$, 즉 $1 < \sqrt{3} < 2$ 이므로

$\sqrt{3} = 1.x \times x \dots$

$\therefore x = (\sqrt{3} \text{의 소수 부분}) = \sqrt{3} - 1$

$\therefore x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2 = (\sqrt{3} - 1 + 1)^2$
 $= (\sqrt{3})^2 = 3$

28. $a = \sqrt{3} - 4$, $b = 2 + \sqrt{3}$, $c = 3 - \sqrt{3}$ 일 때, $a^2 - ab + ac - bc$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

(준식)

$$= a(a-b) + c(a-b)$$

$$= (a-b)(a+c)$$

$$= (\sqrt{3} - 4 - 2 - \sqrt{3})(\sqrt{3} - 4 + 3 - \sqrt{3})$$

$$= (-6) \times (-1)$$

$$= 6$$

29. $a - 2b = 3$ 일 때, $a^2 - 3a + 4b^2 + 6b - 4ab + 2$ 의 값을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned} & a^2 - 4ab + 4b^2 - 3a + 6b + 2 \\ &= (a - 2b)^2 - 3(a - 2b) + 2 \\ &= 3^2 - 3 \times 3 + 2 = 2 \end{aligned}$$

30. $a + b = 3$ 이고, $2ax + 2bx - 3ay - 3by = -18$ 일 때, $4x^2 - 12xy + 9y^2$ 의 값으로 알맞은 것을 고르면?

- ① 24 ② 27 ③ 30 ④ 33 ⑤ 36

해설

$$2ax + 2bx - 3ay - 3by = 2x(a + b) - 3y(a + b)$$

$$(2x - 3y)(a + b) = -18$$

$$2x - 3y = -6$$

$$4x^2 - 12xy + 9y^2 = (2x - 3y)^2 = 36$$

31. 다음은 이차식을 완전제곱식으로 나타내는 과정이다. A, B, C, D 중 가장 큰 수와 가장 작은 수의 차를 구하여라. (단, $D > 0$)

보기

$$\textcircled{\text{A}} \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{3}x + A = \left(\frac{1}{2}x + B\right)^2$$
$$\textcircled{\text{B}} 9y^2 + Cy + 25 = (Dy - 5)^2$$

▶ 답:

▷ 정답: 33

해설

$$\textcircled{\text{A}} \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{3}x + A = \left(\frac{1}{2}x + B\right)^2 \text{ 이므로}$$

$$\frac{1}{2}B \times 2 = \frac{1}{3}, B = \frac{1}{3}$$

$$A = B^2 \text{ 이므로 } A = \frac{1}{9}$$

$$\textcircled{\text{B}} 9y^2 + Cy + 25 = (Dy - 5)^2 \text{ 이므로}$$

$$D = \sqrt{9} = 3, C = -5D \times 2 = -10D = -30$$

따라서 가장 큰 수는 3, 가장 작은 수는 -30

그러므로 $3 - (-30) = 33$ 이다.

32. $0 < x < 1$, $-2 < y < -1$ 일 때, 다음 식을 간단히 하면?

$$\sqrt{(xy)^2 + \sqrt{(x+y)^2 - 4xy}} - \sqrt{(x-y)^2 + 4xy}$$

- ① $-xy$ ② $2x - xy$ ③ $2x + xy$
④ $2y - xy$ ⑤ $x - xy$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{(x+y)^2 - 4xy} &= \sqrt{x^2 - 2xy + y^2} \\ &= \sqrt{(x-y)^2} \\ \sqrt{(x-y)^2 + 4xy} &= \sqrt{x^2 + 2xy + y^2} \\ &= \sqrt{(x+y)^2} \text{ 이므로}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= |xy| + |x-y| - |x+y| \\ &= -xy + x - y + x + y \\ &= 2x - xy\end{aligned}$$

33. $\sqrt{x} = a - 1$ 이고, $-1 < a < 3$ 일 때, $\sqrt{x+4a} + \sqrt{x-4a+8}$ 을 간단히 하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{x} = a - 1 \text{ 의 양변을 제곱하면 } x = (a - 1)^2 \\ & \sqrt{a^2 + 2a + 1} + \sqrt{a^2 - 6a + 9} \\ & = \sqrt{(a+1)^2} + \sqrt{(a-3)^2} \\ & = |a+1| + |a-3| \\ & = a+1 - a+3 = 4 \end{aligned}$$

34. 다음 빈칸에 반드시 음수가 들어가야 하는 것을 모두 고르면?

$$\begin{aligned} \text{㉠}x^2 + 36x + \text{㉡} &= (2x + \text{㉢})^2 \\ 6x^2 + x + \text{㉣} &= (3x + 5)(2x + \text{㉤}) \end{aligned}$$

- ① ㉠, ㉣ ② ㉠, ㉡, ㉣ ③ ㉠, ㉣
④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣

해설

$$\begin{aligned} \text{㉠}: 2^2 &= 4 \\ \text{㉡}: 4 \times \text{㉢} &= 36, \therefore \text{㉢} = 9 \\ \text{㉢}: 9^2 &= 81 \\ \text{㉣}: 10 + 3 \times \text{㉤} &= 1, \therefore \text{㉤} = -3 \\ \text{㉤}: (-3) \times 5 &= -15 \end{aligned}$$

35. 다음 빈 칸에 들어갈 수가 가장 큰 것부터 차례대로 써라.

보기

$$\textcircled{A} \quad 3x - 2x - 8 = (x + A)(Bx + 4)$$

$$\textcircled{B} \quad 4x^2 + Cx - 3 = (2x - 1)(2x - D)$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : C

▶ 정답 : B

▶ 정답 : A

▶ 정답 : D

해설

$$\textcircled{A} \quad 3x - 2x - 8 = (x - 2)(3x + 4)$$

$$\therefore A = -2, B = 3$$

$$\textcircled{B} \quad 4x^2 + Cx - 3 = (2x - 1)(2x + 3)$$

$$\therefore C = 4, D = -3$$

$A = -2, B = 3, D = -3, C = 4$ 이므로 가장 큰 것부터 차례대로 쓰면 C, B, A, D 이다.

36. 다음은 여러 개의 사각형을 이용하여 하나의 큰 정사각형을 만든 것이다. 이 때, 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

x^2	x	x
x	1	1
x	1	1

▶ 답:

▷ 정답: $x+2$

해설

총 넓이는 $x^2 + 4x + 4$
 $x^2 + 4x + 4 = (x+2)^2$
따라서 한 변의 길이는 $(x+2)$

37. 신의는 한 변의 길이가 각각 x cm, y cm 인 정사각형 모양의 생일 카드를 만들었다. 이 두 카드의 둘레의 길이의 차가 24 cm 이고 넓이의 차가 150 cm^2 일 때, 두 카드의 둘레의 길이의 합을 구하면?

① 6 cm

② 25 cm

③ 50 cm

④ 100 cm

⑤ 150 cm

해설

$$4x - 4y = 24 \text{ 이므로 } x - y = 6$$

$$x^2 - y^2 = 150 \text{ 이므로 } (x + y)(x - y) = 150$$

$$x + y = 25$$

$$\therefore 4x + 4y = 100$$

38. 다음 보기에서 각 식의 인수를 $ax + b$ 라 할 때, $a + b = 3$ 인 인수 $ax + b$ 를 갖는 식을 모두 골라라.

보기

- ㉠ $2(3x + 2) + (2x - 1)(3x + 2)$
- ㉡ $2x(2x + 1) - 3(1 + 2x)$
- ㉢ $(x + 2)(x - 1) - 2(x + 2)$
- ㉣ $x^2 - 4x + 4$
- ㉤ $2x^2 + 7x + 6$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉤

해설

- ㉠ $2(3x + 2) + (2x - 1)(3x + 2) = (3x + 2)(2x + 1)$
- ㉡ $2x(2x + 1) - 3(1 + 2x) = (2x + 1)(2x - 3)$
- ㉢ $(x + 2)(x - 1) - 2(x + 2) = (x + 2)(x - 3)$
- ㉣ $x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$
- ㉤ $2x^2 + 7x + 6 = (2x + 3)(x + 2)$

39. $[a, b, c] = (a-b)(a-c)$ 라 할 때, $[a, b, c] - [b, a, c]$ 를 인수분해하면, $(xa + yb + zc)(pa + qb + rc)$ 이다. 이 때, $x + y + z + p + q + r$ 의 값은?

- ① -1 ② 3 ③ 0 ④ 2 ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} & (a-b)(a-c) - (b-a)(b-c) \\ &= (a-b)(a-c) + (a-b)(b-c) \\ &= (a-b)\{(a-c) + (b-c)\} \\ &= (a-b)(a+b-2c) \\ \therefore x+y+z+p+q+r \\ &= 1 + (-1) + 0 + 1 + 1 + (-2) = 0 \end{aligned}$$

40. $(x-1)^2 + \frac{1}{(x-1)^2} - 2$ 를 인수분해하면?

① $\frac{x^2(x-2)}{(x-1)^2}$

② $\frac{x(x-2)^2}{(x-1)^2}$

③ $\frac{x^2(x-2)^2}{(x-1)}$

④ $\frac{(x-2)^2}{(x-1)^2}$

⑤ $\frac{x^2(x-2)^2}{(x-1)^2}$

해설

$x-1 = a$ 로 치환하면

$$(x-1)^2 + \frac{1}{(x-1)^2} - 2$$

$$= a^2 + \frac{1}{a^2} - 2 = \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = \left(\frac{a^2-1}{a}\right)^2$$

$$= \left\{\frac{(a+1)(a-1)}{a}\right\}^2$$

$$= \frac{x^2(x-2)^2}{(x-1)^2}$$

41. $(x-2)x^2 - 3(x-2)x - 10(x-2)$ 를 인수분해하면?

- ① $(x-2)(x-5)(x+2)$ ② $(x-2)(x+5)(x+2)$
③ $(x-2)(x-5)(x+3)$ ④ $(x-2)(x+5)(x-2)$
⑤ $(x-2)(x+5)(x-3)$

해설

$$\begin{aligned} A &= x-2 \text{ 로 치환하면} \\ (x-2)x^2 - 3(x-2)x - 10(x-2) \\ &= Ax^2 - 3Ax - 10A \\ &= A(x^2 - 3x - 10) \\ &= A(x-5)(x+2) \\ &= (x-2)(x-5)(x+2) \end{aligned}$$

42. $(a-b+3)^2 - (a+b+3)^2$ 을 간단히 한 것은?

① $-4b(a-3)$ ② $-4a(b+3)$ ③ $-8b(a+3)$

④ $-4a(b-3)$ ⑤ $-4b(a+3)$

해설

$$\begin{aligned} & (a-b+3)^2 - (a+b+3)^2 \\ &= \{(a-b+3) + (a+b+3)\} \\ & \quad \{(a-b+3) - (a+b+3)\} \\ &= (-2b)(2a+6) \\ &= -4b(a+3) \end{aligned}$$

43. 다음 중 $x^2y^2 - x^2y - xy^2 + xy$ 의 인수는?

- ① $x-1$ ② $x+1$ ③ $y+1$ ④ $x+y$ ⑤ $x-y$

해설

$$\begin{aligned}x^2y^2 - x^2y - xy^2 + xy &= xy(xy - x - y + 1) \\ &= xy\{x(y-1) - (y-1)\} \\ &= xy(x-1)(y-1)\end{aligned}$$

44. $49x^2 - 9 + 14xy + y^2$ 을 인수분해하였더니 $(ax + y + b)(ax + cy + 3)$ 가 되었다. 이때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a - b + c$ 의 값을 구하면?

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 11 ⑤ 16

해설

$$\begin{aligned} 49x^2 + 14xy + y^2 - 9 &= (7x + y)^2 - 3^2 \\ &= (7x + y + 3)(7x + y - 3) \end{aligned}$$

$$a = 7, b = -3, c = 1$$

$$\therefore a - b + c = 11$$

45. $16x^4 - 81y^4 = (Ax^2 + By^2)(Cx + Dy)(Ex + Fy)$ 라고 할 때, $A + B + C + D + E + F$ 의 값을 구하여라. (단, A, B, C, D, E, F 는 상수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$16x^4 - 81y^4 = (4x^2 + 9y^2)(2x + 3y)(2x - 3y)$ 이므로 $A + B + C + D + E + F = 4 + 9 + 2 + 3 + 2 - 3 = 17$ 이다.

46. $A = -1^2 + 2^2 - 3^2 + 4^2 - 5^2 + 6^2 - 7^2 + 8^2 - 9^2 + 10^2$, $B = 9945$ 라 할 때, $B^2 - A^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 98900000

해설

$$\begin{aligned} A &= -1^2 + 2^2 - 3^2 + 4^2 - 5^2 + 6^2 \\ &\quad - 7^2 + 8^2 - 9^2 + 10^2 \\ &= (2^2 - 1^2) + (4^2 - 3^2) + \\ &\quad (6^2 - 5^2) + (8^2 - 7^2) + (10^2 - 9^2) \\ &= (2-1)(2+1) + (4-3)(4+3) + (6-5) \\ &\quad (6+5) + (8-7)(8+7) + (10-9)(10+9) \\ &= 3 + 7 + 11 + 15 + 19 \\ &= 55 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore B^2 - A^2 &= (B+A)(B-A) \\ &= (9945 + 55)(9945 - 55) \\ &= 10000 \times 9890 \\ &= 98900000 \end{aligned}$$

47. $x = 3 + \sqrt{8}$, $y = 3 - \sqrt{8}$ 일 때, $(x^n + y^n)^2 - (x^n - y^n)^2$ 의 값은?(단, n 은 양의 정수)

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & (x^n + y^n)^2 - (x^n - y^n)^2 \\ &= (x^n + y^n + x^n - y^n)(x^n + y^n - x^n + y^n) \\ &= 2x^n \times 2y^n = 4(xy)^n \\ & xy = (3 + \sqrt{8})(3 - \sqrt{8}) = 1 \\ & \therefore 4(xy)^n = 4 \end{aligned}$$

48. $a = \frac{2-\sqrt{3}}{2}$, $b = \frac{2+\sqrt{3}}{2}$ 일 때, $a^2 + 2ab + b^2$ 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} a^2 + 2ab + b^2 &= (a+b)^2 \\ &= \left(\frac{2-\sqrt{3}}{2} + \frac{2+\sqrt{3}}{2} \right)^2 \\ &= \left(\frac{4}{2} \right)^2 = 4 \end{aligned}$$

49. 다음 그림과 같이 가로 길이가 x , 세로 길이가 y 인 직사각형 ABCD 모양의 종이를 접어 정사각형 ABFE 와 EGHD 를 잘라내었다. 남은 사각형 모양의 넓이를 x 와 y 가 포함된 식으로 나타낸 후 인수분해했을 때, 인수인 것은?

- ① x ② y ③ $x + y$
 ④ $2x - y$ ⑤ $2y - x$

해설

사각형 ABFE, EGHD 는 정사각형이므로
 $\overline{GF} = y - (x - y) = 2y - x, \overline{FC} = x - y$
 남은 사각형의 넓이는 $(2y - x)(x - y)$ 이다.

50. a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이일 때, $b^3 + b^2c + bc^2 - a^2b + c^3 - a^2c = 0$ 이다. 이때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인지 구하면? (단, a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이이다.)

- ① 삼각형이 될 수 없다. ② 이등변삼각형
③ $\angle A$ 가 직각인 직각삼각형 ④ $\angle B$ 가 직각인 직각삼각형
⑤ $\angle C$ 가 직각인 직각삼각형

해설

$$\begin{aligned} & b^3 + b^2c + bc^2 - a^2b + c^3 - a^2c \\ &= b^2(b+c) + b(c^2 - a^2) + c(c^2 - a^2) \\ &= b^2(b+c) + (b+c)(c^2 - a^2) \\ &= (b+c)(b^2 + c^2 - a^2) = 0 \end{aligned}$$

b, c 는 삼각형의 변의 길이이므로 양수이다.
따라서 $b^2 + c^2 - a^2 = 0$, $b^2 + c^2 = a^2$
 $\angle A$ 가 직각인 직각삼각형이다.