

1. 방정식 $x^6 - 1 = 0$ 의 해가 아닌 것은?

① -1

② 1

③ $\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$

④ $\frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$

⑤ $\frac{-1 + \sqrt{3}}{2}$

해설

$$x^6 - 1 = (x^3 + 1)(x^3 - 1) = (x + 1)(x^2 - x + 1)(x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow x = -1, 1, \frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}, \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

2. $x(x-1)(x+1) - 6 = 0$ 의 세근을 구하면?

① 2, -1, -3 ② -2, 1, -3 ③ 2, 1, -3

④ -2, $-1 \pm \sqrt{2}i$ ⑤ 2, $-1 \pm \sqrt{2}i$

해설

$$\text{준식} = x(x^2 - 1) - 6 = x^3 - x - 6 = 0$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & 0 & -1 & -6 \\ & & 2 & 4 & 6 \\ \hline & 1 & 2 & 3 & 0 \end{array}$$

$$(x-2)(x^2 + 2x + 3) = 0$$

$$\therefore x = 2, -1 \pm \sqrt{2}i$$

3. 다음 방정식의 모든 근의 합을 구하여라.

$$x^3 - 13x + 12 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 0 & -13 & 12 \\ & & 1 & 1 & -12 \\ \hline & 1 & 1 & -12 & 0 \end{array}$$

$f(x) = x^3 - 13x + 12$ 라고 하면 $f(1) = 0$ 이므로

$$(x-1)(x^2 + x - 12) = 0$$

$$(x-1)(x+4)(x-3) = 0$$

$$\therefore x = -4 \text{ 또는 } x = 1 \text{ 또는 } x = 3$$

$$\therefore -4 + 1 + 3 = 0$$

4. 삼차방정식 $(x-1)(x-2)(x-3) = 24$ 의 모든 실근의 합은?

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$(x-1)(x-2)(x-3) = 24$ 를 전개하면

$$x^3 - 6x^2 + 11x - 30 = 0$$

$x = 5$ 를 대입하면 성립하므로 조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 5 & 1 & -6 & 11 & -30 \\ & & 5 & -5 & 30 \\ \hline & 1 & -1 & 6 & 0 \end{array}$$

$$(x-5)(x^2 - x + 6) = 0$$

$$\therefore x = 5 \text{ 또는 } x = \frac{1 \pm \sqrt{23}i}{2}$$

따라서, 실근은 5뿐이므로 실근의 합은 5이다.

5. 사차방정식 $x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6 = 0$ 의 근이 아닌 것은?

- ① -3 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

대입하여 성립하는 수들을 찾아내어 조립제법으로 인수분해를 하면

$$x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6 = 0$$

$$(x-1)(x^3 + 2x^2 - 5x - 6) = 0$$

$$(x-1)(x-2)(x^2 + 4x + 3) = 0$$

$$(x-1)(x-2)(x+3)(x+1) = 0$$

$$\therefore x = -3, -1, 1 \text{ 또는 } 2$$

6. 사차방정식 $x^4 + 5x^3 - 20x - 16 = 0$ 의 네 근의 제곱의 합을 구하면?

- ① 25 ② 20 ③ 10 ④ 7 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} & x^4 + 5x^3 - 20x - 16 \\ &= (x+1)(x^3 + 4x^2 - 4x - 16) \\ &= (x+1)(x+4)(x^2 - 4) \\ &= (x+1)(x+4)(x+2)(x-2) \end{aligned}$$

따라서 네근은 $-1, -2, -4, 2$
 \therefore 네근의 제곱의 합은 $1 + 4 + 16 + 4 = 25$

7. $x^4 - 5x^2 - 14 = 0$ 의 두 허근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값을 구하면?

- ① 4 ② -4 ③ 8 ④ -8 ⑤ -16

해설

$$x^4 - 5x^2 - 14 = (x^2 + 2)(x^2 - 7) = 0 \text{ 이므로}$$

두 허근 α, β 는

각각 $\sqrt{2}i, -\sqrt{2}i$ 이므로

$$\alpha^2 + \beta^2 = -2 - 2 = -4$$

8. 다음 연립방정식을 만족하는 (x, y, z) 가 바르게 짝지어진 것은?

$$3x - y = y + z = 3x - z = 1$$

- ① $(1, 1, 1)$ ② $(-1, 1, 2)$ ③ $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$
④ $\left(1, \frac{1}{2}, 1\right)$ ⑤ $\left(0, \frac{1}{2}, 1\right)$

해설

$$3x - y = 1, y + z = 1, 3x - z = 1$$

$$\text{변변끼리 모두 더하면, } 6x = 3, x = \frac{1}{2}$$

$$\text{각각 대입하면, } y = \frac{1}{2}, z = \frac{1}{2}$$

$$\therefore (x, y, z) = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

9. 연립방정식 $\begin{cases} \frac{x-1}{2} = \frac{2-y}{3} = \frac{z+3}{5} \\ x+2y+3z=7 \end{cases}$ 의 해를 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = 3$

▷ 정답: $y = -1$

▷ 정답: $z = 2$

해설

$$\frac{x-1}{2} = \frac{2-y}{3} \text{ 에서}$$

$$3x+2y=7 \dots\dots\text{㉠}$$

$$\frac{x-1}{2} = \frac{z+3}{5} \text{ 에서}$$

$$5x-2z=11 \dots\dots\text{㉡}$$

$$x+2y+3z=7 \dots\dots\text{㉢}$$

$$\text{㉠} - \text{㉢} \text{ 을 하면 } 2x-3z=0 \dots\dots\text{㉣}$$

$$\text{㉡} \times 3 - \text{㉣} \times 2 \text{ 를 하면 } 11x=33$$

$$\therefore x=3 \text{ 이것을 } \text{㉠}, \text{㉡} \text{ 에 대입하면}$$

$$y=-1, z=2$$

10. 연립방정식 $\begin{cases} x+y=5 \\ y+z=6 \\ z+x=7 \end{cases}$ 을 풀면?

① $x=2, y=3, z=4$

② $x=2, y=3, z=-4$

③ $x=2, y=3, z=5$

④ $x=2, y=-3, z=4$

⑤ $x=3, y=2, z=4$

해설

주어진 식을 모두 더하면

$$2(x+y+z) = 18, \quad x+y+z = 9 \quad \cdots \textcircled{1}$$

다시 주어진 식에 $\textcircled{1}$ 을 각각 대입한다.

$$\Rightarrow x=3, \quad y=2, \quad z=4$$

11. 연립방정식 $\begin{cases} x+2y=5 & \dots\dots\textcircled{A} \\ 2y+3z=-2 & \dots\dots\textcircled{B} \\ 3z+x=-5 & \dots\dots\textcircled{C} \end{cases}$ 를 풀면 $x=\alpha, y=\beta, z=\gamma$

이다.
 이때, $\alpha\beta\gamma$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

주어진 세 식을 변변끼리 더하면
 $2(x+2y+3z)=-2$, 즉 $x+2y+3z=-1 \dots\dots\textcircled{D}$
 $\textcircled{D}-\textcircled{A}$ 을 하면 $x=1$
 $\textcircled{D}-\textcircled{B}$ 을 하면 $y=2$
 $\textcircled{D}-\textcircled{C}$ 을 하면 $z=-2$
 $\therefore \alpha\beta\gamma = xyz = -4$

12. 연립방정식 $\begin{cases} x+y=1 \\ y+z=3 \\ z+x=4 \end{cases}$ 를 만족하는 x, y, z 를 구할 때, $x^2+y^2+z^2$

의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$$\begin{cases} x+y=1 \cdots \text{㉠} \\ y+z=3 \cdots \text{㉡} \\ z+x=4 \cdots \text{㉢} \end{cases}$$

$$\text{㉠} + \text{㉡} + \text{㉢} \Rightarrow 2(x+y+z) = 8$$

$$x+y+z = 4 \cdots \text{㉣}$$

$$\text{㉣} - \text{㉠} \Rightarrow z = 3$$

$$\text{㉣} - \text{㉡} \Rightarrow x = 1$$

$$\text{㉣} - \text{㉢} \Rightarrow y = 0$$

$$\therefore x^2 + y^2 + z^2 = 10$$

13. 다음 연립방정식의 해를 구하여라.

$$\begin{cases} x + 2y = 8 \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 2y + 3z = 9 \cdots \cdots \textcircled{2} \\ 3z + x = 5 \cdots \cdots \textcircled{3} \end{cases}$$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = 2$

▷ 정답: $y = 3$

▷ 정답: $z = 1$

해설

$\textcircled{1} + \textcircled{2} + \textcircled{3}$ 에서 $x + 2y + 3z = 11 \cdots \cdots \textcircled{4}$

$\textcircled{4} - \textcircled{1}$ 에서 $3z = 3 \therefore z = 1$

$\textcircled{4} - \textcircled{2}$ 에서 $x = 2$

$\textcircled{4} - \textcircled{3}$ 에서 $y = 3$

14. x, y 에 대한 연립방정식

$$\begin{cases} 2x + (3+a)y = 4+a \\ (3-a)x + 4y = 5 \end{cases} \text{의 해가 무수히 많을 때, 상수 } a \text{의 값을}$$

구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

해가 무수히 많으려면 x, y 의 계수의 비가 같아야 하므로

$$\frac{2}{3-a} = \frac{3+a}{4}$$

$$(3-a)(3+a) = 8 \Rightarrow a^2 = 1$$

$$\therefore a = \pm 1$$

$a = 1$ 일 때 주어진 연립방정식은 $\begin{cases} 2x + 4y = 5 \\ 2x + 4y = 5 \end{cases}$ 로 일치하므로

로 해가 무수히 많다.

15. $\begin{cases} x-y=2 \\ x^2+y^2=20 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y 를 구하여 x^2-y^2 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 12 또는 -12

해설

$$\begin{cases} x-y=2 & \dots \textcircled{1} \\ x^2+y^2=20 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

①에서 $y = x - 2$ 를

②식에 대입하면

$$x^2 + (x-2)^2 = 20, 2x^2 - 4x + 4 - 20 = 0,$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0, (x-4)(x+2) = 0$$

$$\begin{cases} x=4 \\ y=2 \end{cases} \quad \text{또는} \quad \begin{cases} x=-2 \\ y=-4 \end{cases}$$

$$\therefore x^2 - y^2 = 16 - 4 = 12 \quad \text{또는} \quad x^2 - y^2 = 4 - 16 = -12$$

16. 연립이차방정식 $\begin{cases} 3x^2 + y = 6 \\ 9x^2 - y^2 = 0 \end{cases}$ 를 만족시키는 x 값의 모두 더하

면?

- ① 0 ② 15 ③ 10 ④ -10 ⑤ -15

해설

$$\begin{aligned} &9x^2 - y^2 = 0 \text{에 } 3x^2 + y = 6 \text{을 대입하면} \\ &9x^2 - (-3x^2 + 6)^2 = -9x^4 + 45x^2 - 36 = 0 \\ &x^4 - 5x^2 + 4 = (x^2 - 4)(x^2 - 1) = 0 \\ &\therefore x = \pm 1, \pm 2 \\ &\therefore x \text{의 합은 } +1 - 1 + 2 - 1 = 0 \end{aligned}$$

17. 다음 연립방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$\begin{cases} x + y = -3 \\ xy = -4 \end{cases}$$

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

x, y 는 t 에 대한 이차방정식 $t^2 + 3t - 4 = 0$ 의 두 근이므로

$(t - 1)(t + 4) = 0$ 에서

$t = 1$ 또는 $t = -4$

따라서, 구하는 해는

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = -4 \end{cases} \quad \text{또는} \quad \begin{cases} x = -4 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$\therefore 1 + (-4) + (-4) + 1 = -6$$