

1. $-3a - 2 < -3b - 2$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $a < b$

② $-3a > -3b$

③ $5a - 3 > 5b - 3$

④ $3 - a > 3 - b$

⑤ $\frac{a}{3} < \frac{b}{3}$

해설

$$-3a - 2 < -3b - 2 \cdots \textcircled{7}$$

($\textcircled{7} + 2$) $\div (-3)$ 하면, $a > b$ 이다.

따라서 만족하는 식은 $5a - 3 > 5b - 3$

2. $-1 < x \leq 2$, $1 < y \leq 3$ 일 때, $a < x - y < b$ 를 계산하여 $b - a$ 의 값을 구하면?

① -14

② 1

③ 3

④ 5

⑤ -5

해설

$-1 < x \leq 2$, $1 < y \leq 3$ 에서

$x - y$ 의 가장 작은 값은 $-1 - 3 = -4$

가장 큰 값은 $2 - 1 = 1$

$\therefore -4 < x - y < 1$ 이므로 $a = -4$, $b = 1$

$b - a = 1 + 4 = 5$

3. 부등식 $ax + 1 > 3x + 2a$ 의 해가 $x < 1$ 일 때, a 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$(a - 3)x > 2a - 1$ 이므로

먼저 $a = 3$ 인 경우를 생각하면

(좌변)=0, (우변)=5가 되어 부등식이 성립하지 않는다.

따라서 $a \neq 3$ 인 경우만 생각하면 된다.

(i) $a > 3$ 이면 $x > \frac{2a-1}{a-3}$ 이 되어 $x < 1$ 의 형태가 될 수 없다.

(ii) $a < 3$ 이면 $x < \frac{2a-1}{a-3} = 1$ 에서 $2a - 1 = a - 3 \therefore a = -2$

4. 부등식 $|x-1| + |x-2| < 3$ 을 풀면?

① $-1 < x < 4$

② $-1 < x < 2$

③ $0 < x < 1$

④ $0 < x < 2$

⑤ $0 < x < 3$

해설

(i) $x < 1$ 일 때

$$-(x-1) - (x-2) < 3, -2x < 0 \therefore x > 0$$

그런데 $x < 1$ 이므로 $0 < x < 1$

(ii) $1 \leq x < 2$ 일 때

$$(x-1) - (x-2) < 3, 0 \cdot x < 2$$

$\therefore$ 모든 x 에 대해 성립

그런데 $1 \leq x < 2$ 이므로 $1 \leq x < 2$

(iii) $x \geq 2$ 일 때

$$(x-1) + (x-2) < 3, 2x < 6 \therefore x < 3$$

그런데 $x \geq 2$ 이므로 $2 \leq x < 3$

(i), (ii), (iii) 에서 $0 < x < 3$

5. 부등식 $|2x - 1| \geq 3$ 을 풀면?

① $x \leq -1$ 또는 $x \geq 1$

② $x \leq -1$ 또는 $x \geq 2$

③ $x \leq -2$ 또는 $x \geq 2$

④ $x < 1$ 또는 $x > 2$

⑤ $x \leq 1$ 또는 $x > 2$

해설

$|2x - 1| \geq 3$ 에서

$2x - 1 \leq -3$ 또는 $2x - 1 \geq 3$ 정리하면 $x \leq -1$ 또는 $x \geq 2$

6. x 에 대한 부등식 $x+2 \leq ax+3$ 의 해가 모든 실수일 때, 상수 a 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$x+2 \leq ax+3$ 에서 $(1-a)x \leq 1$ 이 부등식의 해가 모든 실수이고
우변이 양수이므로 x 의 계수는 0이어야 한다.

$$1-a=0$$

$$\therefore a=1$$

7. 이차부등식 $x^2 - 6x + 9 \leq 0$ 의 해를 구하면?

① $x \geq 3$ 또는 $x \leq -3$

② x 는 모든 실수

③ $x \neq 3$ 인 모든 실수

④ $x = 3$

⑤ 해가 없다

해설

$$x^2 - 6x + 9 \leq 0$$

$$(x - 3)^2 \leq 0$$

$$\Rightarrow x = 3$$

8. $ax^2 - 2ax + 3 < 0$ 를 만족하는 x 가 없도록 하는 실수 a 의 값의 범위는?

① $a > 0$

② $-1 < a < 3$

③ $0 \leq a \leq 3$

④ $-1 < a < 4$

⑤ $-1 \leq a \leq 4$

해설

(i) $a = 0$ 일 때, 성립한다.

(ii) $a \neq 0$ 일 때, 함수 $y = ax^2 - 2ax + 3$ 에서 $D \leq 0$ 이므로
 $a^2 - 3a \leq 0$

$\therefore 0 < a \leq 3 (\because a \neq 0)$

9. $3x + y = 1$ 이고 $1 \leq x \leq 5$ 일 때, y 의 최댓값과 최솟값의 합은?

① -20

② -16

③ -12

④ -8

⑤ 4

해설

$x = \frac{1-y}{3}$ 이므로 $1 \leq x \leq 5$ 에 대입하면

$$1 \leq \frac{1-y}{3} \leq 5, \quad 3 \leq 1-y \leq 15$$

$$2 \leq -y \leq 14$$

$$\therefore -14 \leq y \leq -2$$

따라서 y 의 최댓값은 -2 , 최솟값은 -14 이므로 합은 -16

10. 부등식 $|x| + |x-2| \leq 3$ 을 풀면 $m \leq x \leq n$ 이다. $m+n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

i) $x < 0$ 일 때

$$-x - x + 2 - 3 \leq 0$$

$$-2x \leq 1$$

$$\therefore -\frac{1}{2} \leq x < 0$$

ii) $0 \leq x < 2$ 일 때

$$x - x + 2 \leq 3$$

$$\therefore 0 \leq x < 2$$

iii) $x \geq 2$ 일 때

$$2x - 2 \leq 3$$

$$2x \leq 5$$

$$\therefore 2 \leq x \leq \frac{5}{2}$$

i), ii), iii)에서 $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{5}{2}$

$$\therefore m = -\frac{1}{2}, n = \frac{5}{2}, m+n=2$$

11. 부등식 $2|x+2| + |x-2| < 6$ 을 만족하는 정수 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2개

해설

i) $x < -2$ 일 때

$$-2(x+2) - (x-2) < 6, \quad x > -\frac{8}{3}$$

$$\text{공통부분은 } -\frac{8}{3} < x < -2$$

ii) $-2 \leq x < 2$ 일 때

$$2(x+2) - (x-2) < 6, \quad x < 0$$

$$\text{공통부분은 } -2 \leq x < 0$$

iii) $x \geq 2$ 일 때

$$2(x+2) + (x-2) < 6, \quad x < \frac{4}{3}$$

$$\text{공통부분은 없음}$$

$$\text{i), ii), iii)을 모두 합하면 } -\frac{8}{3} < x < 0$$

정수 x : $-2, -1$ (2개)

12. 부등식 $|x + 1| < 1 + |2 - x|$ 을 풀어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < 1$

해설

$|x + 1| < 1 + |2 - x|$ 에서

i) $x < -1$ 일 때,

$$-(x + 1) < 1 + (2 - x)$$

$\therefore -1 < 3$ 이므로 성립

$$\therefore x < -1$$

ii) $-1 \leq x < 2$ 일 때,

$$x + 1 < 1 + 2 - x$$

$$\therefore 2x < 2$$

$$\therefore x < 1$$

조건과 공통 범위를 구하면 $-1 \leq x < 1$

iii) $x \geq 2$ 일 때,

$$x + 1 < 1 - (2 - x)$$

$\therefore 1 < -1$ 이므로 모순

i), ii), iii)에서 구하는 부등식의 해는 $x < 1$

13. 부등식 $(a - b)x + (b - 2a) > 0$ 의 해가 $x > \frac{3}{2}$ 일 때, 부등식 $ax^2 + (a + 2b)x + (a + 3b) < 0$ 의 해를 구하면?

① $3 < x < 7$

② $-3 < x < 1$

③ $x < 2, x > 3$

④ $-1 < x < 2$

⑤ $x < -2, x > 4$

해설

$(a - b)x > 2a - b$ 의 해가 $x > \frac{3}{2}$ 이라면

$a - b > 0, \frac{2a - b}{a - b} = \frac{3}{2}$ 이어야 한다.

$\therefore a = -b, b < 0$

준 부등식 $-bx^2 + bx + 2b < 0$ 에서

$x^2 - x - 2 < 0, (x - 2)(x + 1) < 0$

$\therefore -1 < x < 2$

14. 부등식 $x^2 - 4|x| - 5 < 0$ 을 풀면?



① $-5 < x < 5$

② $-5 < x < 0$

③ $-5 < x < 1$

④ $-1 < x < 5$

⑤ $-1 < x < 6$

해설

(i) $x \geq 0$ 일 때, $|x| = x$ 이므로

$$x^2 - 4x - 5 < 0, (x - 5)(x + 1) < 0$$

$$-1 < x < 5$$

이 때 $x \geq 0$ 과의 공통범위는 $0 \leq x < 5$

(ii) $x < 0$ 일 때

$$x^2 + 4x - 5 < 0, (x + 5)(x - 1) < 0$$

$$-5 < x < 1$$

이 때 $x < 0$ 과 공통 범위는 $-5 < x < 0$

(i), (ii)에서 $-5 < x < 5$

15. x 에 대한 이차부등식 $x^2 + ax + b > 0$ 의 해가 $x < 1$ 또는 $x > 4$ 일 때 상수 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$x^2 + ax + b > 0$ 의 해가 $x < 1$ 또는 $x > 4$ 이라면
 $(x - 1)(x - 4) > 0$ 에서 $x^2 - 5x + 4 > 0$ 이므로
 $a = -5, b = 4$ 따라서 $a + b = -1$

16. 부등식 $[x-1]^2 + 3[x] - 3 < 0$ 의 해는? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① $-2 \leq x < 1$

② $-2 \leq x < 0$

③ $-1 \leq x < 1$

④ $-1 \leq x < 0$

⑤ $0 \leq x < 2$

해설

$$x - 1 = A \text{라 하면 } x = A + 1$$

$$\therefore [A]^2 + 3[A + 1] - 3 = [A]^2 + 3[A] + 3 - 3 < 0$$

$$[A]([A] + 3) < 0 \quad \therefore -3 < [A] < 0$$

$$-2 \leq A < 0 \quad \therefore -2 \leq x - 1 < 0 \text{ 이므로}$$

$$-1 \leq x < 1$$

17. 부등식 $x^2 - kx + 2 > 0$ 이 항상 성립하도록 하는 상수 k 의 범위를 구하면 $a < k < b$ 이다. 이 때, ab 의 값은?

① -10

② -9

③ -8

④ -7

⑤ -6

해설

$x^2 - kx + 2 > 0$ 이 항상 성립하려면
판별식이 실근을 갖지 않을 때이므로

$$D = k^2 - 4 \cdot 2 < 0$$

$$k^2 - 8 < 0, (k - 2\sqrt{2})(k + 2\sqrt{2}) < 0$$

$$\therefore -2\sqrt{2} < k < 2\sqrt{2}$$

따라서 $a = -2\sqrt{2}$, $b = 2\sqrt{2}$ 이므로

$$ab = -2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = -8$$

18. x 에 관한 이차부등식 $x^2 - (a - 6)x + a - 3 \leq 0$ 을 만족하는 실수 x 가 존재할 때, 실수 a 의 범위는 ?

① $4 \leq a \leq 12$

② $a \leq 4, a \geq 12$

③ $6 \leq a \leq 8$

④ $a \leq 6, a \geq 8$

⑤ $4 \leq a \leq 8$

해설

$x^2 - (a - 6)x + a - 3 \leq 0$ 의 실수해가 존재하려면

$$D = (a - 6)^2 - 4(a - 3) \geq 0$$

$$a^2 - 16a + 48 \geq 0, (a - 4)(a - 12) \geq 0$$

$$\therefore a \leq 4, a \geq 12$$