1. 다음 중 y가 x에 관한 일차함수인 것을 고르면?

㉠ $x = 2x + 3$	㉡ $y = 2x + 3$	㉢ $y = \frac{2}{x}$
㉣ $y = -6$	㉤ $y = -\frac{3}{4}x - 1$	

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉤ ④ ㉢, ㉣ ⑤ ㉣, ㉤

해설

함수 $y = f(x)$ 에서 y 가 x 에 관한 일차식 $y = ax + b$ (a, b 는 상수, $a \neq 0$) 의 꼴로 나타내어질 때, 이 함수 f 를 일차함수라 한다.

2. 다음 보기의 일차함수 중 그 그래프가 왼쪽 위로 향하는 것을 모두 구한 것은?

보기

㉠ $y=8x$ ㉡ $y=-2x$

㉢ $y=6x+7$ ㉣ $y=\frac{1}{2}x-9$

㉤ $y=-\frac{1}{6}x+1$ ㉥ $y=-10x+100$

① ㉠, ㉡, ㉢ ② ㉠, ㉢, ㉤ ③ ㉡, ㉢, ㉣

④ ㉡, ㉤, ㉥ ⑤ ㉣, ㉤, ㉥

해설

그래프가 오른쪽 위로 향하는 것은 기울기가 음수인 것이므로 ㉡, ㉤, ㉥ 이다.

3. 일차함수 $y = 2x - 3$의 그래프와 y축 위에서 만나고, 점 $(2, -1)$을 지나는 직선의 방정식은?

① $y = x - 3$ ② $y = x + 2$ ③ $y = -x - 3$

④ $y = -2x - 6$ ⑤ $y = 2x - 1$

해설

$y = 2x - 3$과 y절편이 같으므로 $y = ax - 3$이고 점 $(2, -1)$을 대입해보면 $-1 = 2a - 3$, $a = 1$이다.
따라서 $y = x - 3$이다.

4. 일차방정식 $x+by+c=0$ 의 그래프의 x 절편이 -4 이고, y 절편이 2 일 때, $b+c$ 의 값은?

① -2 ② 0 ③ 2 ④ 4 ⑤ 8

해설

$x+by+c=0$ 에 $(-4,\ 0)$, $(0,\ 2)$ 를 대입하면,
$-4+c=0$, $c=4$,
$2b+4=0$, $b=-2$
$b+c=-2+4=2$

5. 일차함수 $y=-4x+b$에서 x값이 6일 때, y값이 -4라고 한다. 이때, 이 함수식을 y축 방향으로 -10만큼 평행이동 시킨 함수식을 $y=tx+s$이라고 하면, $t+s$의 값은?

① -4 ② -6 ③ 4 ④ 6 ⑤ 10

해설

$f(x)=-4x+b$가 x값이 6일 때, y값이 -4이므로 $-4=-4\times6+b$, $b=20$이다.
따라서 주어진 함수는 $y=-4x+20$이고 이것을 y축 방향으로 -10만큼 평행이동 시킨 함수식은 $y=-4x+10$이다.
$\therefore\ t=-4,\ s=10$, $t+s=-4+10=6$

6. 점 $(3k,\ k)$가 일차함수 $y=-2x+7$의 그래프 위의 점일 때, k^2-2k의 값은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 2 ⑤ 3

해설

점 $(3k,\ k)$가 일차함수 $y=-2x+7$의 그래프 위의 점이므로
$x=3k,\ y=k$를 대입하면,
$k=-2\times 3k+7$이 성립하므로
$7k=7$
$k=1$이다.
$\therefore\ k^2-2k=1^2-2\times 1=-1$

7. 세 점 $\mathrm{A}(2,-1)$, $\mathrm{B}(3,4)$, $\mathrm{C}(k+5,10+3k)$가 일직선 위에 있도록 k의 값을 구하면?

① -11 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 1

해설

한 직선 위의 점들을 지나는 직선의 기울기는 모두 같다.

$$\frac{4-(-1)}{3-2}=\frac{10+3k-4}{k+5-3}$$

$$6+3k=5k+10$$

$$-4=2k$$

$$\therefore k=-2$$

8. 다음은 일차함수 $y = 2x + 4$ 에 대한 설명이다. 옳은 것은?

① x 절편은 2이다.

② y 절편은 -4이다.

③ x 가 1만큼 증가할 때, y 는 4만큼 증가한다.

④ $f(-1) = -5$

⑤ $y = 2x$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 4만큼 평행이동한 직선이다.

해설

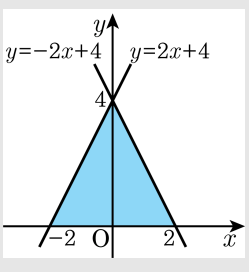
① x 절편은 -2
② y 절편은 4
③ x 가 1만큼 증가할 때 y 는 2만큼 증가한다.
④ $f(-1) = 2$

9. 두 개의 직선 $y = 2x + 4$, $y = -2x + 4$ 와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설



$\therefore 4 \times 4 \times \frac{1}{2} = 8$

10. 360g 의 가스를 2 시간 동안 연소시키면 120g 의 가스가 남는다고 한다. x 분 동안 연소시키고 남은 가스의 무게를 yg 이라고 할 때, x 와 y 의 관계식은?

① $y = 2x + 360$ ② $y = -3x + 360$ ③ $y = 360 - \frac{1}{2}x$

④ $y = -2x + 360$ ⑤ $y = 240 - 2x$

해설

2 시간동안 240g 이 연소되었으므로 1 분에 2g 이 연소된다.

$\therefore\ y = -2x + 360$

11. 기울기는 직선 $3x - y + 10 = 0$의 기울기와 같고, y절편은 직선 $5x + y - 6 = 0$의 y절편과 같은 직선의 방정식은?

① $y = -3x + 6$　② $y = -2x + 6$　③ $y = 3x + 6$
④ $y = -5x + 3$　⑤ $y = 5x - 3$

해설

$y = 3x + 10$, 기울기 : 3
$y = -5x + 6$, y 절편 : 6
$\therefore\ y = 3x + 6$

12. 일차함수 $y = -x + 2$의 x의 값이 $-4 \le x \le 4$일 때, 함숫값 y의 범위는?

① $-6 \le y \le -2$ ② $-6 \le y \le 2$ ③ $-2 \le y \le -4$

④ $2 \le y \le 4$ ⑤ $-2 \le y \le 6$

해설

$x = -4$일 때, $y = 4 + 2 = 6$
$x = 4$일 때, $y = -4 + 2 = -2$
따라서 함숫값 y의 범위는 $-2 \le y \le 6$이다.

13. 일차함수 $y=-2x+1$의 그래프를 y축의 방향으로 k만큼 평행이동하면 x축과 만나는 점이 3만큼 커진다. 이때, k의 값은?

① 2 ② 3 ③ −4 ④ 6 ⑤ −6

해설

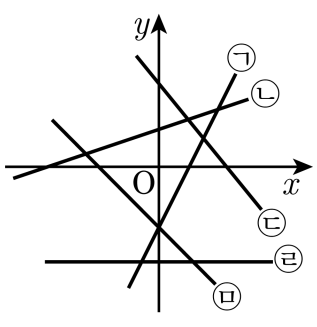
y축으로 방향으로 k만큼 평행 이동한 함수식은 $y=-2x+1+k$ 이므로

x절편은 $0=-2x+1+k,\ x=\dfrac{k+1}{2}$

또한, $y=-2x+1$의 x절편은 $\dfrac{1}{2}$이므로, $\dfrac{1}{2}+3=\dfrac{k+1}{2}$

$\therefore k=6$

14. 다음 직선 중 $y = 2x - 3$의 그래프로 알맞은 것은?



▶ 답:

▷ 정답: ㉠

해설

기울기가 2, y절편이 -3이므로 그래프는 ㉠이다.

15. $y=ax+3$의 그래프를 y축의 양의 방향으로 b만큼 평행이동시켰더니 점 $(0,\ -4)$를 지나고, $y=-x-2$와 x축 위에서 만난다고 할 때, 직선의 방정식 $y=bx+a$ 위에 있지 <u>않은</u> 점은?

① $(0,-2)$ ② $(1,-9)$ ③ $(-1,5)$
④ $(-2,12)$ ⑤ $(2,-14)$

해설

$y=ax+3+b$가 점 $(0,\ -4)$를 지나므로
$3+b=-4 \quad \therefore b=-7$
$y=-x-2$과 x축 위에서 만나므로
$(-2,0)$은 $y=ax-4$ 위에 있다.
$0=-2a-4 \therefore a=-2$
$\therefore y=-7x-2$
$-14 \neq -7\times 2-2$이므로
$(2,-14)$는 $y=-7x-2$ 위에 있는 점이 아니다.

16. 두 직선 $2ax+3by=1$, $3bx+2ay=1$ 이 평행할 때, a,b 사이의 관계식을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a=-\frac{3}{2}b$

해설

$2ax+3by=1$ 에서 $3by=-2ax+1$ 이다.

$y=-\frac{2a}{3b}x+\frac{1}{3b}$

$3bx+2ay=1$ 에서 $2ay=-3bx+1$ 이다.

$y=-\frac{3b}{2a}x+\frac{1}{2a}$

두 직선이 평행하면

기울기가 같으므로 $-\frac{2a}{3b}=-\frac{3b}{2a}$, $a^2=\frac{9}{4}b^2$ 즉, $a=\frac{3}{2}b$ 또는 $a=-\frac{3}{2}b$

y 절편은 다르므로 $\frac{1}{3b}\neq\frac{1}{2a}$, $2a\neq 3b$, $a\neq\frac{3}{2}b$

따라서 $a=-\frac{3}{2}b$ 이다.

17. 다음 보기에서 일차방정식 $2x + y = 6$ 에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ 그래프는 제 $1, 2, 4$ 사분면 위에 나타난다.

㉡ 미지수가 두 개인 일차방정식이다.

㉢ 주어진 일차방정식의 해를 좌표평면 위에 나타내면 한 직선위의 점들이 된다.

㉣ 해의 개수는 유한개이다.

㉤ x 값이 -2 일 때, y 의 값은 10 이다.

㉥ 그래프를 그리면 직선 그래프가 그려진다.

① ㉠, ㉡, ㉣
② ㉠, ㉢, ㉤
③ ㉡, ㉢, ㉤, ㉥
④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤, ㉥
⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉥

해설

㉣ 일차방정식 $2x + y = 6$은 해가 무수히 많다.

18. 일차함수의 두 직선 $ax+3y=x+9$, $8x+6y=a+b$의 교점이 무수히 많을 때, $a+b$의 값은?

① 6　② 12　③ 18　④ 24　⑤ 30

해설

$ax+3y=x+9$를 정리하면

$$\begin{cases}(a-1)x+3y=9 & \cdots ㉠\\ 8x+6y=a+b & \cdots ㉡\end{cases}$$

㉠, ㉡이 일치할 조건에서

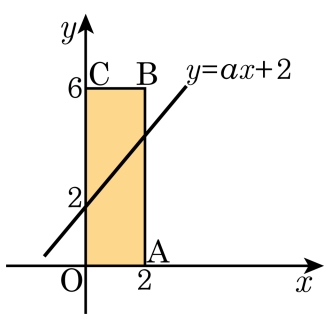
$$\frac{a-1}{8}=\frac{3}{6}=\frac{9}{a+b}$$

$6(a-1)=24,\ a-1=4 \therefore a=5$

$3(a+b)=54,\ a+b=18,\ 5+b=18 \therefore b=13$

$\therefore a+b=5+13=18$

19. 다음 그림과 같이 직선 $y = ax+2$ 가 □OABC 를 두 부분으로 나눌 때, 아래 부분의 넓이가 윗부분의 넓이보다 크도록 하는 a 의 값의 범위를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $a > 1$

해설

$\overline{AB}$ 와 직선과의 교점을 D 라 하면 D$(2,\ 2a+2)$ 이다.

직사각형의 넓이가 12 이므로

(□OADE의 넓이) > 6

$\frac{1}{2}(2+2a+2)\times 2 > 6$

$2a+4 > 6$

$\therefore\ a > 1$

20. 일차함수 $f(x)$ 에 대하여 $S(n)=\frac{f(p+1)-f(1)}{(-1)\times 1}+\frac{f(p+2)-f(2)}{(-1)^2\times 2}+\frac{f(p+3)-f(3)}{(-1)^3\times 3}-\cdots+\frac{f(p+n)-f(n)}{(-1)^n\times n}$ 라고 정의한다. $S(1)+S(3)+S(5)+\cdots+S(99)=200$ 일 때, $f(x)$ 의 기울기를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{4}{p}$

해설

$S(1)=-f(p+1)+f(1)$

$S(3)$

$=-f(p+1)+f(1)+f(p+2)-f(2)-f(p+3)+f(3)$

$=S(1)-\frac{f(p+3)-f(p+2)}{(p+3)-(p+2)}+\frac{f(3)-f(2)}{3-2}$ 에서

$\frac{f(p+3)-f(p+2)}{(p+3)-(p+2)}=\frac{f(3)-f(2)}{3-2}=$ (기울기) 이므로 $S(3)=S(1)$

같은 방법으로

$S(1)=S(3)=S(5)=S(7)=\cdots=S(99)$ 이다.

$S(1)+S(3)+S(5)+\cdots+S(99)=50\times S(1)=200$ 이므로 $S(1)=4$

일차함수 $f(x)=ax+b$ 라 하면

$S(1)=-f(p+1)+f(1)$

$=-a(p+1)-b+a+b$

$=-ap=4$

$\therefore\ a=-\frac{4}{p}$

따라서 $f(x)$ 의 기울기는 $-\frac{4}{p}$ 이다.

21. 직선 $y = ax + b$의 그래프를 y축의 방향으로 5만큼 평행이동하였더니 직선 $y = \frac{2}{3}x - 1$의 그래프와 평행하고, 점 $(-3, -6)$을 지나게 되었다. 이 때, ab의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $ab = -6$

해설

$y = ax + b + 5$

$a = \frac{2}{3}$이므로 $y = \frac{2}{3}x + b + 5$

$(-3, -6)$을 대입하면

$-6 = -2 + b + 5$, $b = -9$

$\therefore ab = \frac{2}{3} \times (-9) = -6$

22. 좌표평면 위의 두 점 A(2, 5), B(−4, −5) 에 대하여, 점 A 를 y 축에 대하여 대칭이동한 점을 A′, 점 B 를 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 B′ 이라 할 때, 삼각형 A′BB′ 의 넓이를 이등분하는 직선 중, 점 B′ 을 지나는 직선의 y 절편을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{15}{7}$

해설

A′(−2, 5), B′(4, −5)
구하는 직선이 점 B′ 와 $\overline{A'B}$ 의 중점(−3, 0) 을 지나면 삼각형 A′BB′ 의 넓이를 이등분된다.
따라서 두 점 (4, −5) 과 (−3, 0) 를 지나는 직선의 방정식은

$y = -\frac{0+5}{(-3)-4}(x+3)$, $y = -\frac{5}{7}x - \frac{15}{7}$

따라서 구하는 직선의 y 절편은 $-\frac{15}{7}$ 이다.

23. 두 직선 $y = ax - 4,\ y = -x + b$ 가 점 $(3,\ 2)$ 에서 만날 때, 기울기가 ab 이고, y 절편이 $a + b$ 인 직선의 방정식은?

① $y = 3x + 7$　② $y = 7x + 10$　③ $y = 7x + 3$

④ $y = 10x + 7$　⑤ $y = -10x + 7$

해설

$y = ax - 4$가 점 $(3,\ 2)$ 를 지나므로 $2 = 3a - 4$, $3a = 6 \therefore a = 2$
$y = -x + b$가 점 $(3,\ 2)$ 를 지나므로 $2 = -3 + b \therefore b = 5$
$ab = 10$, $a + b = 7$
$\therefore y = 10x + 7$

24. 두 직선 $3x+2y-9=0, 7x+3y-11=0$ 의 교점을 지나고 직선 $y=\frac{3}{2}x+4$와 y축 위에서 만나는 직선의 x 절편은?

① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$\begin{cases} 3x+2y-9=0 & \cdots ㉠ \\ 7x+3y-11=0 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=-1, y=6$

또, y 절편이 4이므로 구하는 직선을 $y=ax+4$ 라 놓고 $x=-1, y=6$ 을 대입하면

$6=-a+4 \quad \therefore \ a=-2$

$\therefore y=-2x+4$

$y=0$ 일 때, $0=-2x+4 \ \therefore \ x=2$

25. 직선 $y = ax + \frac{5}{2}$ 가 세 직선 $y = -x + 3$, $y = 2x + 2$, $y = 0$ 으로 둘러싸인 삼각형의 둘레와 만나지 않도록 하는 a 의 범위의 최솟값과 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

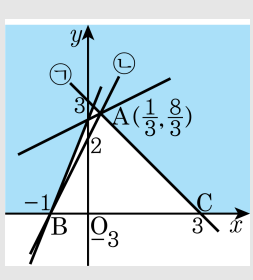
▶ 답:

▷ 정답: 최솟값$= \frac{1}{2}$

▷ 정답: 최댓값$= \frac{5}{2}$

해설

좌표평면에
$y = -x + 3 \cdots$ ㉠ , $y = 2x + 2 \cdots$ ㉡ 의 그래프를 나타내면



$y = ax + \frac{5}{2}$ 가 $y = 0$ 과 ㉠, ㉡ 에 의하여 만들어지는 삼각형 ABC 와 만나지 않으려면 $y = ax + \frac{5}{2}$ 의 그래프가 어두운 부분의 범위가 된다.

$y = ax + \frac{5}{2}$ 에서 점A $\left(\frac{1}{3}, \frac{8}{3}\right)$ 을 대입하면

$\frac{8}{3} = \frac{1}{3}a + \frac{5}{2} \therefore a = \frac{1}{2}$

또, B$(-1, 0)$ 을 대입하면 $a = \frac{5}{2}$

따라서, $\frac{1}{2} \le a \le \frac{5}{2}$ 이므로 a 의 값의 최솟값은 $\frac{1}{2}$, 최댓값은 $\frac{5}{2}$ 이다.