

1. 서로 맞물려 도는 두 톱니바퀴 A, B 가 있다. A 의 톱니의 수가 36, B 의 톱니의 수가 48 이다. 이 두 톱니바퀴가 처음과 같은 톱니에서 다시 물릴 때에는 B 는 적어도 몇 회전한 후인지 구하여라.

▶ 답 : 회전

▷ 정답 : 3회전

해설

$36 = 2^2 \times 3^2$, $48 = 2^4 \times 3$ 의 최소공배수는 $2^4 \times 3^2 = 144$ 이다.

$\therefore$ B 의 회전수는 $\frac{144}{48} = 3$ (회전)

2. 서로 맞물려 도는 두 톱니바퀴 A, B 가 있다. A 의 톱니바퀴의 수는 36 개, B 의 톱니의 수는 48 개일 때, 두 톱니바퀴가 같은 톱니에서 처음으로 다시 맞물리는 것은 A 가 몇 바퀴 돈 후인가?

- ① 4 바퀴 ② 5 바퀴 ③ 6 바퀴
④ 7 바퀴 ⑤ 8 바퀴

해설

$36 = 2^2 \times 3^2$, $48 = 2^4 \times 3$ 의
최소공배수는 $2^4 \times 3^2 = 144$ 이다.

$\therefore$ A 가 돈 회수는 $\frac{144}{36} = 4(\text{바퀴})$ 이다.

3. 어떤 자연수로 65 를 나누면 7 이 부족하고 140 을 나누면 4 가 부족하고, 210 을 나누면 6 이 부족하다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 것은?

① 6

② 12

③ 36

④ 42

⑤ 72

해설

$65 + 7 = 72$, $140 + 4 = 144$, $210 + 6 = 216$ 의 최대공약수는 72 이다.

4. 어떤 자연수로 24 를 나누면 나누어 떨어지고, 61 을 나누면 1 이 남는다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 자연수를 구하면?

① 6

② 12

③ 18

④ 24

⑤ 32

해설

어떤 수는 24, $61 - 1 = 60$ 의 공약수이다.

이 중 가장 큰 수는 두 수의 최대공약수이므로 12 이다.

5. 38 을 나누면 2 가 남고 45 를 나누면 3 이 부족한 수의 합을 구하면?

① 9

② 12

③ 16

④ 18

⑤ 22

해설

36 과 48 의 최대공약수는 12

12 의 약수 중 나머지 3 보다 큰 수들의 합을 구하면 $4+6+12 = 22$ 이다.

6. 어떤 자연수로 93 을 나누면 3 이 남고, 49 를 나누면 4 가 남고, 76 을 나누면 1 이 남는다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

구하는 가장 큰 자연수는 90, 45, 75 의 최대공약수,

$$90 = 2 \times 3^2 \times 5, 45 = 3^2 \times 5, 75 = 3 \times 5^2$$

$$\therefore 3 \times 5 = 15$$

7. 진아와 태호는 각각 5 일, 3 일마다 한강시민공원으로 자전거를 타러 간다. 4 월 1 일 일요일에 함께 자전거를 타러 갔다면 다음에 두 번째로 함께 자전거를 타러 가는 날은 무슨 요일인지 구하여라.

▶ 답 : 요일

▷ 정답 : 화요일

해설

5 와 3 의 최소공배수는 15 이므로 두 사람은 15 일마다 함께 자전거를 탄다.

4 월 1 일 일요일 이후 두 번째로 함께 자전거를 타는 날은 30 일 후인 5 월 1 일 화요일이다.

9. 윤미는와 수정이는 아르바이트를 하는데 윤미는 6 일 일하고 쉬고, 수정이는 7 일 일하고 쉰다고 한다. 두 사람이 4 월 1 일에 동시에 일을 시작하였다면 처음으로 함께 쉬는 날은 언제인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5 월 12 일

해설

윤미는 6 일, 수정이는 7 일마다 쉬므로 6 과 7 의 최소공배수인 42 일마다 두 사람은 함께 쉰다. 그런데 4 월은 30 일까지 있으므로 구하는 날은 42 일 후인 5 월 12 일이다.

10. 어떤 역에는 각각 30분, 18분, 45분 간격으로 출발하는 세 종류의 열차가 있다. 오전 7시에 세 열차가 동시에 출발하였을 때, 오후 7시까지 몇 번 더 동시에 출발하는지 구하여라.

▶ 답: 번

▷ 정답: 8번

해설

30, 18, 45의 최소공배수는 90이므로, 세 열차는 90분마다 동시에 출발한다.

$$12 \times 60 \div 90 = 8(\text{번})$$

오전 7시에 동시에 출발하고 오후 7시까지 8번 더 동시에 출발한다.

11. 90보다 작은 자연수 x 에 대하여, x 를 17로 나눈 몫이 k 이면 나머지도 k 가 되는 수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 4개

해설

x 를 17로 나눈 몫이 k 이면 나머지도 k 가 되는 수는 $17k + k = 18k$ 로 쓸 수 있다.

따라서 90보다 작은 수 중 18의 배수가 되는 수는 18, 36, 54, 72이다.

$$\therefore n(B) = 4$$

12. 어떤 자연수 x 는 9 로 나누었더니 몫이 5 이고, 나머지는 6 보다 큰 소수였다. 자연수 x 의 값은?

① 40

② 42

③ 44

④ 50

⑤ 52

해설

$x = 9 \times 5 + y$ ($0 \leq y < 9$) 이고 y 는 6 보다 큰 소수이므로 $y = 7$ 이 되어 $x = 9 \times 5 + 7 = 52$ 이다.

13. 바둑돌을 다음과 같이 배열하였다. 왼쪽에서부터 50 번째까지의 빨간 바둑돌은 몇 개인가?



- ① 21 개 ② 23 개 ③ 25 개 ④ 26 개 ⑤ 28 개

해설

빨간 바둑돌은 3 개씩, 파란 바둑돌은 2 개씩, 노란 바둑돌은 1 개씩 반복된다. 따라서 다시 빨간 바둑돌이 다시 배열 될 때까지는 총 6 개의 바둑돌이 필요하다. 따라서 6 개씩 반복된다. $50 = 6 \times 8 + 2$ 이므로 50 번째까지 빨간 바둑돌의 개수는 3 개씩 8 번이 반복되고 2 개가 더 배열된다. 따라서 26 개이다.

14. 두 자연수 A, B 가 있다. A 를 B 로 나누었을 때의 몫이 8, 나머지가 7 이었다. A 를 2 로 나누었을 때의 나머지는?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$A = 8 \times B + 7 = 2 \times b \times 4 + 2 \times 3 + 1$ 이므로 나머지는 1 이다.

15. $2^3 \times 3^5 \times 5$ 와 $2^3 \times 3^4 \times 5^2 \times 7$ 의 공약수 중에서 어떤 자연수의 제곱이 되는 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 6 개

해설

주어진 두 수의 최대공약수는 $2^3 \times 3^4 \times 5$ 이므로
이 수의 약수 중 제곱이 되는 수를 찾는다.

$1^2, 2^2, 3^2, 3^4, 2^2 \times 3^2, 2^2 \times 3^4$ 모두 6 개이다.

16. 160 와 280 의 공약수 중에서 어떤 자연수의 제곱이 되는 것을 바르게 고르면?

① 4

② 9

③ 16

④ 25

⑤ 27

해설

$160 = 2^5 \times 5, 280 = 2^3 \times 5 \times 7$ 이므로 두수의 최대공약수는 $2^3 \times 5 = 40$ 이다.

두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수의 약수이므로 40 의 약수인 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40 중에서 제곱수는 1, 4이다.

17. 240과 $2^3 \times 3^2 \times 5^3$ 의 공약수 중에서 5의 배수는 모두 몇 개인가?

① 7개

② 8개

③ 9개

④ 10개

⑤ 11개

해설

$240 = 2^4 \times 3^1 \times 5^1$ 이므로

(최대공약수) $= 2^3 \times 3^1 \times 5$

$2^3 \times 3^1 \times 5$ 의 약수 중에서 5의 배수의 개수는

$2^3 \times 3^1$ 의 약수의 개수와 같으므로

$(3 + 1) \times (1 + 1) = 8(\text{개})$

18. $2^2 \times 3^2 \times 5^2$ 과 $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 공약수 중에서 5 의 배수인 약수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 9 개

해설

최대공약수 : $2^2 \times 3^2 \times 5$

$2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 약수 중 5 의 배수의 개수는
 $2^2 \times 3^2$ 의 약수의 개수와 같다.

$\therefore (2 + 1) \times (2 + 1) = 9$ (개)