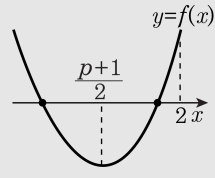


1. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - (p+1)x + 2 - p = 0$ 의 서로 다른 두 근이 모두 2보다 작을 때, 양수 p 의 값의 범위는?

- ① $0 < p < 1$ ② $\frac{1}{2} < p < 1$ ③ $1 \leq p < 2$
 ④ $1 < p < \frac{4}{3}$ ⑤ $p > 1$

해설

$f(x) = x^2 - (p+1)x + 2 - p$ 라 하면 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같아야 한다.



(i) 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$D = (p+1)^2 - 4(2-p) > 0$$

$$p^2 + 6p - 7 > 0, (p+7)(p-1) > 0$$

$$\therefore p < -7 \text{ 또는 } p > 1$$

(ii) $f(2) > 0$ 에서 $2^2 - (p+1) \cdot 2 + 2 - p > 0$

$$3p < 4$$

$$\therefore p < \frac{4}{3}$$

(iii) $y = f(x)$ 의 그래프의 축의 방정식이 $x = \frac{p+1}{2}$ 이므로

$$\frac{p+1}{2} < 2$$

$$\therefore p < 3$$

(i), (ii), (iii) 에서 $p < -7$ 또는 $1 < p < \frac{4}{3}$

그런데 $p > 0$ 이므로 $1 < p < \frac{4}{3}$

2. 이차방정식 $x^2 - 2mx + m + 6 = 0$ 의 두 근이 모두 1보다 작을 때, 실수 m 의 값의 범위를 구하면?

- ① $m \leq -6$ ② $m \leq -4$ ③ $m \leq -2$
 ④ $m \leq 0$ ⑤ $m \leq 2$

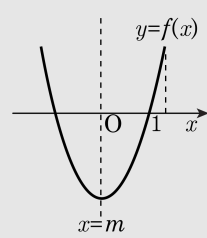
해설

$f(x) = x^2 - 2mx + m + 6 = (x - m)^2 - m^2 + m + 6$ 으로 놓으면

$$\frac{D}{4} = m^2 - 1 \cdot (m + 6) = m^2 - m - 6$$

$$f(1) = 1 - 2m + m + 6 = -m + 7$$

두 근이 모두 1보다 작으려면 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같아야 한다.



따라서,

(i) 판별식 : $\frac{D}{4} = m^2 - m - 6 \geq 0$

$$(m + 2)(m - 3) \geq 0$$

$$\therefore m \leq -2 \text{ 또는 } m \geq 3 \dots\dots \textcircled{\text{㉠}}$$

(ii) 경계값의 부호 : $f(1) = -m + 7 > 0$

$$\therefore m < 7 \dots\dots \textcircled{\text{㉡}}$$

(iii) 축 : $m < 1 \dots\dots \textcircled{\text{㉢}}$

㉠, ㉡, ㉢으로부터 구하는 m 의 값의 범위는 $m \leq -2$

3. 이차방정식 $x^2 - 4x + k = 0$ 의 두 실근이 모두 3보다 작기 위한 실수 k 의 범위를 구하면 $m < k \leq n$ 이다. mn 의 값을 구하면?

① 10 ② 12 ③ -15 ④ -12 ⑤ -10

해설

i) $D/4 = 4 - k \geq 0, k \leq 4$
ii) $f(3) > 0, k > 3$ 따라서,
i) ii)를 모두 만족하는 k 의 범위는 $3 < k \leq 4$
 $m = 3, n = 4$ 이므로 $mn = 12$

4. 이차방정식 $x^2 - 2(m - 4)x + 2m = 0$ 의 근에 대하여 다음 조건을 만족하도록 실수 m 의 값의 범위를 차례로 정한 것은 보기 중 어느 것인가?

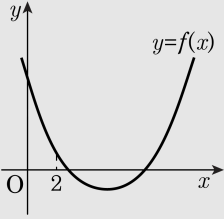
보기

- (i) 두 근이 모두 2보다 크다.
(ii) 2가 두 근 사이에 있다.

- ① $8 \leq m < 10, m > 10$ ② $8 \leq m < 10, m > 8$
③ $-10 \leq m < 10, m > 10$ ④ $-10 \leq m < 10, m > 8$
⑤ $8 \leq m < 10, m > 12$

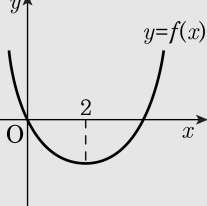
해설

- (i) 경계값 $x = 2$ 에서



$f(2) > 0$
축의 위치 $m - 4 > 2$
판별식 $D \geq 0$
 $\therefore 8 \leq m < 10$

- (ii)



$f(2) < 0$ 이기만 하면 된다.
 $\therefore m > 10$

5. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 2kx + 6 - k = 0$ 의 서로 다른 두 근이 모두 -1 보다 작을 때, 정수 k 의 개수를 구하여라.

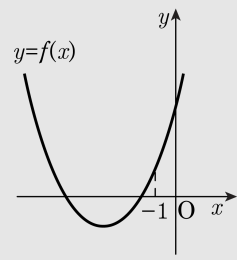
▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3 개

해설

$f(x) = x^2 - 2kx + 6 - k$ 라 하면

방정식 $f(x) = 0$ 의 서로 다른 두 근이 -1 보다 작으므로



(i) $\frac{D}{4} = (-k)^2 - (6 - k) > 0$ 에서

$$k^2 + k - 6 > 0, (k + 3)(k - 2) > 0$$

$$\therefore k < -3 \text{ 또는 } k > 2$$

(ii) $f(-1) = 1 + 2k + 6 - k > 0$ 에서 $k > -7$

(iii) $-\frac{-2k}{2} < -1$ 에서 $k < -1$

이상에서 $-7 < k < -1$

따라서 정수 k 는 $-6, -5, -4$ 의 3개다.

6. 이차방정식 $x^2 - mx + 2 = 0$ 이 2보다 큰 근과 2보다 작은 근을 가질 때 m 의 값의 범위를 구하면?

① $m > -1$

② $m > 1$

③ $m > -2$

④ $m > 2$

⑤ $m > 3$

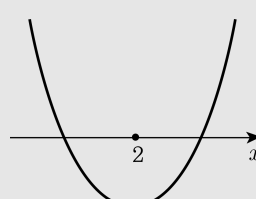
해설

주어진 이차방정식의 근이 2보다 크

고 2보다

작은 근을 가지면 $f(2) < 0$

$f(2) = 4 - 2m + 2 < 0$ 이므로 $m > 3$



7. 이차방정식 $x^2 - mx + 4 = 0$ 의 두 근 사이에 1 이 있도록 하는 실수 m 의 값의 범위는?

① $m < -5$

② $m > -2$

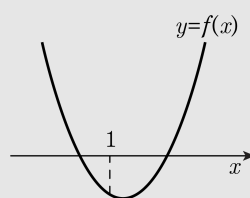
③ $-2 < m < 2$

④ $m > 2$

⑤ $m > 5$

해설

$f(x) = x^2 - mx + 4$ 라 하면 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.
 $f(1) < 0$ 에서 $5 - m < 0$
 $\therefore m > 5$



8. $1 < x < 3$ 에서 x 에 대한 이차방정식 $x^2 - ax + 4 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 실수 a 의 값의 범위가 $\alpha < a < \beta$ 일 때, $3\alpha\beta$ 의 값을 구하여라.

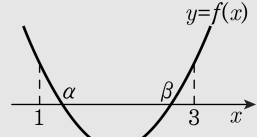
▶ 답 :

▷ 정답 : 52

해설

$f(x) = x^2 - ax + 4$ 라 하면

$1 < x < 3$ 에서 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같아야 한다.



(i) $x^2 - ax + 4 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면
 $D = a^2 - 16 > 0$ 에서 $(a + 4)(a - 4) > 0$
 $\therefore a < -4$ 또는 $a > 4$

(ii) $f(1) = 5 - a > 0$ 에서 $a < 5$

$f(3) = 13 - 3a > 0$ 에서 $a < \frac{13}{3}$

$\therefore a < \frac{13}{3}$

(iii) $y = f(x)$ 의 그래프의 대칭축이

$x = \frac{a}{2}$ 이므로 $1 < \frac{a}{2} < 3$

$\therefore 2 < a < 6$

(i), (ii), (iii) 에서 a 의 값의 범위는 $4 < a < \frac{13}{3}$

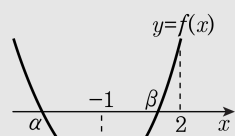
따라서, $\alpha = 4, \beta = \frac{13}{3}$ 이므로 $3\alpha\beta = 52$

9. 이차방정식 $x^2+2ax+a^2-1=0$ 의 두 근 α, β 에 대하여 $\alpha < -1 < \beta < 2$ 가 성립할 때, 상수 a 의 값의 범위는?

- ① $-2 < a < 0$ ② $-2 < a < 1$ ③ $0 < a < 2$
 ④ $1 < a < 2$ ⑤ $1 < a < 3$

해설

$f(x) = x^2 + 2ax + a^2 - 1$ 로 놓으면 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같이 되어야 한다.



즉, $f(-1) < 0$, $f(2) > 0$

(i) $f(-1) = 1 - 2a + a^2 - 1 < 0$ 에서 $a^2 - 2a < 0$, $a(a-2) < 0$
 $\therefore 0 < a < 2$

(ii) $f(2) = 4 + 4a + a^2 - 1 > 0$ 에서 $a^2 + 4a + 3 > 0$, $(a+3)(a+1) > 0$
 $\therefore a < -3$, $a > -1$

(i), (ii)에서 $0 < a < 2$

10. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - x + k = 0$ 의 한 근만이 이차방정식 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 의 두 근 사이에 있을 때, 실수 k 의 값의 범위는?

① $1 < k < 2$

② $-2 < k < 0$

③ $-2 \leq k \leq 0$

④ $k < -2$ 또는 $k > 0$

⑤ $-2 < k < -1$

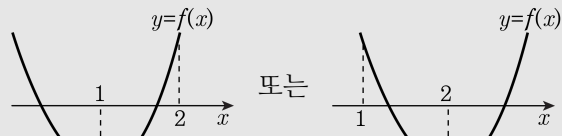
해설

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \text{ 에서 } (x - 1)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 2$$

$f(x) = x^2 - x + k$ 로 놓으면 다음 그림과 같이 $y = f(x)$ 의

그래프가 두 점 $(1, 0)$, $(2, 0)$ 사이에서 x 축과 만나야 한다.



$$\therefore f(1) < 0, f(2) > 0 \text{ 또는 } f(1) > 0, f(2) < 0$$

$$\text{즉, } f(1)f(2) = k(k + 2) < 0$$

$$\therefore -2 < k < 0$$

11. 이차방정식 $x^2 - (a+1)x - 3 = 0$ 의 한 근이 3보다 크고, 다른 한 근은 3보다 작을 때, 실수 a 의 값의 범위는?

① $a > -3$

② $a > -1$

③ $a > 1$

④ $a < 1$

⑤ $a < 3$

해설

$f(x) = x^2 - (a+1)x - 3$ 이라 하면

방정식 $f(x) = 0$ 의 두근 사이에 3이 있으므로

$$f(3) = 9 - 3(a+1) - 3 < 0$$

$$-3a + 3 < 0$$

$$\therefore a > 1$$

12. 방정식 $x^2 + px + 2p + 1 = 0$ 의 두 근 중 한 근은 -1 보다 작고 다른 한 근은 1 보다 클 때, 실수 p 의 값의 범위는 ?

① $p > -2$

② $p > -1$

③ $p < -2$

④ $p < -1$

⑤ $p < 1$

해설

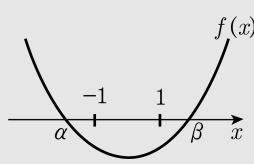
$f(x) = x^2 + px + 2p + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면

(i) $f(-1) = p + 2 < 0 \therefore p < -2 \cdots$

①

(ii) $f(1) = 3p + 2 < 0 \therefore p < -\frac{2}{3} \cdots$ ②

①, ② 에서 $p < -2$



13. $|p| < 2$ 를 만족하는 모든 실수 p 에 대하여 부등식 $x^2 + px + 1 > 2x + p$ 가 성립하도록 하는 x 의 값의 범위는?

- ① $x \leq -3, x = -1, x \geq 1$ ② $x \leq -1, x = 1, x \geq 3$
③ $x \leq -3, x \geq 1$ ④ $x \leq -1, x \geq 3$
⑤ $-3 \leq x \leq -1$

해설

$x^2 + px + 1 > 2x + p, (x-1)p + x^2 - 2x + 1 > 0$
 $f(p) = (x-1)p + x^2 - 2x + 1$ 이라 하면, $f(p) > 0$ 이다.
 $-2 < p < 2$ 에서 $f(p) > 0$ 이기 위한 조건은 $f(-2) \geq 0$ 이고
 $f(2) \geq 0$ 이어야 한다.
 $f(-2) \geq 0$ 에서 $x^2 - 4x + 3 \geq 0$
 $\therefore (x-1)(x-3) \geq 0$
 $\therefore x \leq 1, x \geq 3 \dots\dots \textcircled{\text{㉠}}$
 $f(2) \geq 0$ 에서 $x^2 - 1 \geq 0$
 $\therefore (x+1)(x-1) \geq 0$
 $\therefore x \leq -1, x \geq 1 \dots\dots \textcircled{\text{㉡}}$
 $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}$ 에서 $\therefore x \leq -1, x = 1, x \geq 3$
그런데 $x = 1$ 일 때 $f(p) = 0 \cdot p + 1^2 - 2 \cdot 1 + 1 = 0$ 이므로
주어진 조건을 만족하지 않는다.
따라서 구하는 x 값의 범위는 $x \leq -1, x \geq 3$

14. 이차방정식 $x^2 - (p+1)x + 2p-1 = 0$ 의 두 근 중 한 근은 -1보다 작고, 다른 한 근은 1보다 크도록 실수 p 의 범위를 정하면?

① $p > -\frac{1}{3}$
 ④ $p < -\frac{1}{3}$

② $p > 1$
 ⑤ $p < 1$

③ $-\frac{1}{3} < p < 1$

해설

$f(x) = x^2 - (p+1)x + 2p-1$ 로 놓으면

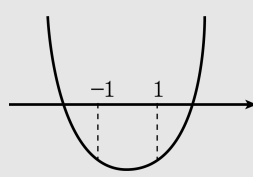
i) $f(-1) = 1 + p + 1 + 2p - 1 = 3p + 1 < 0$

$\therefore p < -\frac{1}{3}$

ii) $f(1) = 1 - p - 1 + 2p - 1 = p - 1 < 0$

$\therefore p < 1$

i) ii)에서 $p < -\frac{1}{3}$

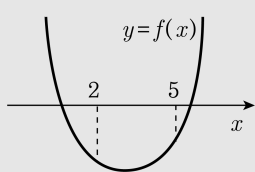


15. 이차방정식 $x^2 - 7x + 10 = 0$ 의 두 근이 이차방정식 $x^2 - 6x + k = 0$ 의 두 근 사이에 있기 위한 정수 k 의 최댓값은?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

이차방정식 $x^2 - 7x + 10 = 0$ 에서
 $(x - 2)(x - 5) = 0 \therefore x = 2$ 또는 $x = 5$
 $f(x) = x^2 - 6x + k$ 로 놓으면 함수 $y = f(x)$ 의
그래프는 다음 그림과 같아야 한다.
따라서 $f(2) < 0$, $f(5) < 0$ 이므로
 $f(2) = -8 + k < 0$ 에서 $k < 8$
 $f(5) = -5 + k < 0$ 에서 $k < 5$
 $\therefore k < 5 \therefore$ 정수 k 의 최댓값은 4 이다.



16. 이차방정식 $x^2 - (a+2)bx + (a+1)b = 0$ ($a > 0, b > 0$)이 서로 다른 두 개의 실근을 가질 때, 두 개의 근이 모두 1보다 크기 위해서 필요한 조건은?

① $b > 1$ ② $b < 1$ ③ $b > 2$ ④ $b < 2$ ⑤ $b > 3$

해설

실근을 가질 조건은 $(a+2)^2b^2 - 4(a+1)b > 0$

$$\therefore b > \frac{4(a+1)}{(a+2)^2} \dots \text{ (i)}$$

여기서, 두 근이 모두 1 이하라 하면

$$(\text{두 근의 합}) = (a+2)b \leq 2 \dots \text{ (ii)}$$

$$\text{ (i) , (ii) 에서 } \frac{4(a+1)}{a+2} < 2$$

$$\therefore a < 0$$

이것은 문제의 조건에 모순된다.

$\therefore$ 적어도 한 개의 근은 1보다 크다.

그러므로 $f(1) > 0$ 이면 두 근이 모두 1보다 크게 된다.

$$\therefore f(1) = 1 - (a+2)b + (a+1)b > 0 \quad \therefore b < 1$$

17. 두 방정식 $x^2+x-p=0$, $x^2-3x-q=0$ 의 각각의 한 근은 반올림하면 1 이 된다고 한다. 이 때, $p-q$ 값의 범위는?

- ① $2 < p-q < 5$
- ② $3 \leq p-q < 5$
- ③ $3 < p-q \leq 6$
- ④ $5 \leq p-q \leq 6$
- ⑤ $2 \leq p-q < 6$

해설

$f(x) = x^2 + x - p$, $g(x) = x^2 - 3x - q$ 라 하면 방정식 $f(x) = 0$ 과 $g(x) = 0$ 이 $\frac{1}{2}$ 이상 $\frac{3}{2}$ 미만인 근을 가져야 한다.

(i) $f(x) = x^2 + x - p$ 의 그래프의 대칭축은 직선 $x = -\frac{1}{2}$ 이므로

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right) - p \leq 0$$

$$f\left(\frac{3}{2}\right) = \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right) - p > 0$$

$$\therefore \frac{3}{4} \leq p < \frac{15}{4} \quad \cdots \cdots \textcircled{\tiny A}$$

(ii) $g(x) = x^2 - 3x - q$ 의 그래프의 대칭축은 직선 $x = \frac{3}{2}$ 이므로

$$g\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 3 \cdot \frac{1}{2} - q \geq 0$$

$$g\left(\frac{3}{2}\right) = \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 3 \cdot \frac{3}{2} - q < 0$$

$$\therefore -\frac{9}{4} < q \leq -\frac{5}{4} \quad \cdots \cdots \textcircled{\tiny B}$$

$$\textcircled{\tiny A} - \textcircled{\tiny B} \text{에서 } 2 \leq p - q < 6$$