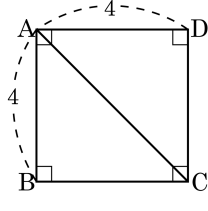


1. 다음 정사각형의 대각선의 길이가 $a\sqrt{b}$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, b 는 최소의 자연수이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=6$

해설

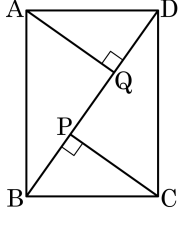
피타고라스 정리를 적용하여

$$x^2 = 4^2 + 4^2$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 4\sqrt{2}$$

따라서 $a=4, b=2$ 이므로 $a+b=6$ 이다.

2. 다음 그림과 같이 직사각형의 두 꼭짓점 A, C에서 대각선 $\overline{BD}$ 에 내린 수선의 발이 $\overline{BD}$ 3세 등분하고 수선의 발이 대각선 $\overline{BD}$ 와 만나는 점을 각각 Q, P라고 한다. $\overline{BD} = 15$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



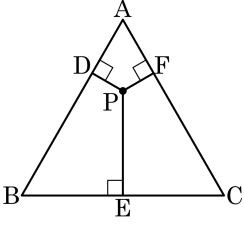
▶ 답 :

▷ 정답 : $5\sqrt{3}$

해설

$\triangle BPC$ 와 $\triangle BCD$ 가 닮음이므로
 $\overline{BC} : \overline{BD} = \overline{BP} : \overline{BC}$ 에서 $\overline{BP} \times \overline{BD} = \overline{BC}^2$ 이다.
 또한 점 P, Q는 $\overline{BD}$ 를 삼등분하므로
 $\overline{BP} = \overline{PQ} = \overline{DQ} = 5$ 이다.
 따라서 $5 \times 15 = 75 = \overline{BC}^2$, $\overline{BC} = 5\sqrt{3}$ 이다.

3. 한 변의 길이가 2인 정삼각형 ABC 의 내부의 한 점 P에서 세 변에 내린 수선의 발을 각각 D, E, F 라 할 때, $\overline{PD} + \overline{PE} + \overline{PF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{3}$

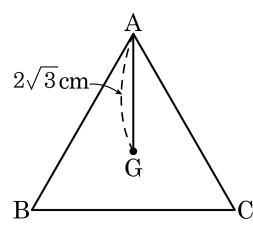
해설

$$\triangle ABC = \triangle ABP + \triangle BCP + \triangle APC$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \times 2^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times \overline{PD} + \frac{1}{2} \times 2 \times \overline{PE} + \frac{1}{2} \times 2 \times \overline{PF} = \frac{1}{2} \times 2 (\overline{PD} + \overline{PE} + \overline{PF})$$

$$\therefore \overline{PD} + \overline{PE} + \overline{PF} = \sqrt{3}$$

4. 다음 그림에서 점 G는 정삼각형 ABC의 무게중심일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : $9\sqrt{3}\text{cm}^2$

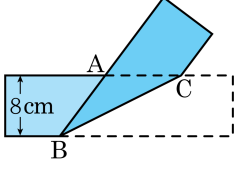
해설

한 변의 길이를 a 라 하면, 높이는 $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ 이다.

$$\overline{AG} = 2\sqrt{3} = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}a \quad \therefore a = 6$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = 9\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

5. 다음 그림과 같이 폭 8cm 인 종이테이프를 접었더니 $\overline{AB}$ 의 길이가 10cm 였다. 접은 선 BC 의 길이를 구하여라.

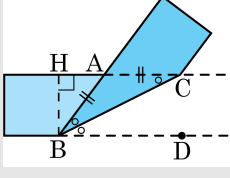


▶ 답 : cm

▷ 정답 : $8\sqrt{5}$ cm

해설

$\angle CBD$ 와 $\angle BCA$ 은 엇각이므로 삼각형 ABC 는 이등변삼각형이다.
따라서 변 AC 는 10cm 이다.

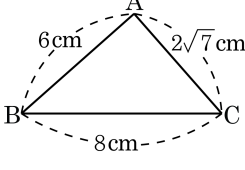


점 B에서 직선 AC 에 수선의 발 H를 내리면
삼각형 ABH 에서 $\overline{AH} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$ 이 되어 $\overline{CH} = 16$
따라서 $\triangle CHB$ 에서

$$\begin{aligned}\overline{BC} &= \sqrt{\overline{CH}^2 + \overline{BH}^2} \\ &= \sqrt{16^2 + 8^2} = \sqrt{320} \\ &= 8\sqrt{5}(\text{cm})\end{aligned}$$

이다.

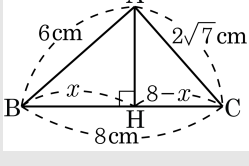
6. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : $6\sqrt{7}\text{cm}^2$

해설



$$\overline{BH} = x \text{ 라고 하면 } \overline{CH} = 8 - x$$

$$\overline{AH} = \sqrt{6^2 - x^2} = \sqrt{(2\sqrt{7})^2 - (8 - x)^2}$$

$$36 - x^2 = 28 - 64 + 16x - x^2, \quad 16x = 72,$$

$$\therefore x = \frac{9}{2}$$

$$\overline{AH} = \sqrt{36 - \left(\frac{9}{2}\right)^2} = \sqrt{36 - \frac{81}{4}}$$

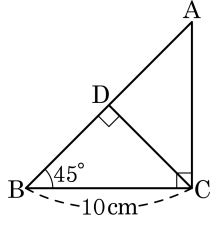
$$= \sqrt{\frac{144 - 81}{4}} = \sqrt{\frac{63}{4}}$$

$$= \frac{3\sqrt{7}}{2}$$

따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는

$$8 \times \frac{3\sqrt{7}}{2} \times \frac{1}{2} = 6\sqrt{7}(\text{cm}^2) \text{ 이다.}$$

7. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle C = 90^\circ$ 이고 $\overline{CD} \perp \overline{AB}$ 이다. $\overline{CD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▶ 정답 : $5\sqrt{2}$ cm

해설

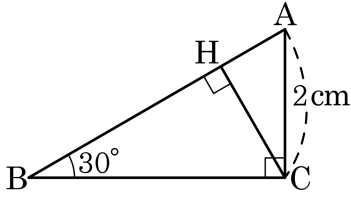
$$\overline{AC} = 10 \text{ cm}$$

$$\overline{AB} = 10\sqrt{2}$$

$$\triangle ABC = 10 \times 10 \times \frac{1}{2} = 10\sqrt{2} \times \overline{CD} \times \frac{1}{2}$$

$$\therefore \overline{CD} = 5\sqrt{2}(\text{cm})$$

8. 다음 그림에서 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{CH} \perp \overline{AB}$ 이고 $\angle B = 30^\circ$ 일 때 $\overline{CH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\sqrt{3}$ cm

해설

삼각형 ABC에서 $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{AC} = 2 : \sqrt{3} : 1$
 $\overline{AB} = 4(\text{cm})$, $\overline{BC} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$

삼각형 ABC의 넓이는 $\frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{AC} = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{CH}$ 이므로

$$\frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 2 = \frac{1}{2} \times 4 \times \overline{CH}$$

$$\overline{CH} = \sqrt{3}(\text{cm})$$

9. 포물선 $y = x^2 + 2x + 5$ 의 꼭짓점과 직선 $y = -x + 1$ 의 x 절편 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{5}$

해설

포물선 $y = x^2 + 2x + 5 = (x^2 + 2x + 1) + 4 = (x + 1)^2 + 4$ 이므로 꼭짓점은 $(-1, 4)$ 이다.

직선 $y = -x + 1$ 의 x 절편의 좌표는 $0 = -x + 1$ 이므로 $(1, 0)$ 이다.

따라서 두 점 사이의 거리는 $\sqrt{(-1-1)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{(-2)^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$ 이다.

10. 이차함수 $y = x^2 - 6x + 9$ 의 그래프의 꼭짓점과 점 $(0, 0)$ 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

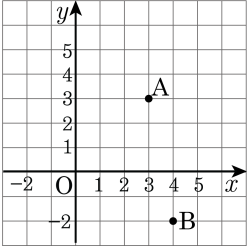
$$y = x^2 - 6x + 9$$

$$y = (x - 3)^2 \text{ 이므로}$$

꼭짓점의 좌표는 $(3, 0)$

따라서 점 $(0, 0)$ 과의 거리는 3이다.

11. 좌표평면 위에 두 점 A(3, 3), B(4, -2)가 있다. 점 A에서 출발하여 y축 위에 임의의 점 P를 지나 점 B까지 가는 최단거리를 $\sqrt{a}$ 라고 할 때, a 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 74$

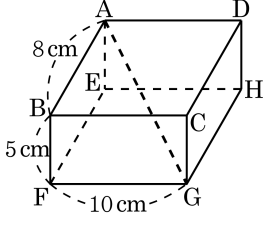
해설

$\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은 점 B와 y축에 대하여 대칭인 점 B'(-4, -2)

를 잡을 때, 선분 AB'의 길이와 같다.

$\therefore AB' = \sqrt{\{3 - (-4)\}^2 + \{3 - (-2)\}^2} = \sqrt{74}$ 이다.

12. 다음 직육면체에서 $\overline{AB} = 8\text{ cm}$, $\overline{BF} = 5\text{ cm}$, $\overline{FG} = 10\text{ cm}$ 일 때, $\overline{AG}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $3\sqrt{21}\text{ cm}$

해설

$$\begin{aligned}\overline{AG} &= \sqrt{5^2 + 8^2 + 10^2} = \sqrt{25 + 64 + 100} \\ &= \sqrt{189} = 3\sqrt{21}(\text{cm})\end{aligned}$$

13. 부피가 343cm^3 인 정육면체의 대각선의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : $7\sqrt{3}$ cm

해설

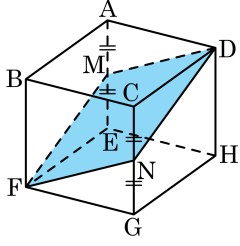
정육면체의 모서리의 길이를 a cm 라고 하면

$$a^3 = 343 = 7^3 \text{ 이므로 } a = 7$$

따라서 정육면체의 대각선의 길이는

$$\sqrt{3}a = 7\sqrt{3}(\text{cm}) \text{ 이다.}$$

14. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 12 cm 인 정육면체가 있다. $\overline{AE}$ 의 중점을 M, $\overline{CG}$ 의 중점을 N 이라 할 때, $\square MFND$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\hspace{1cm}} \text{ cm}^2$

▷ 정답 : $72\sqrt{6} \text{ cm}^2$

해설

$\triangle FGN$ 에서 $\overline{FN} = \sqrt{12^2 + 6^2} = 6\sqrt{5}$ (cm)

따라서 $\square MFND$ 는

$\overline{MF} = \overline{FN} = \overline{ND} = \overline{DM} = 6\sqrt{5}$ (cm)

인 마름모이고 두 대각선의 길이는 각각

$\overline{DF} = \sqrt{12^2 + 12^2 + 12^2} = 12\sqrt{3}$ (cm)

$\overline{MN} = \overline{AC} = \sqrt{12^2 + 12^2} = 12\sqrt{2}$ (cm) 이므로

$\square MFND = \frac{1}{2} \times 12\sqrt{3} \times 12\sqrt{2} = 72\sqrt{6}$ (cm²)

15. 한 모서리의 길이가 24cm 인 정사면체의 부피를 구하여라.

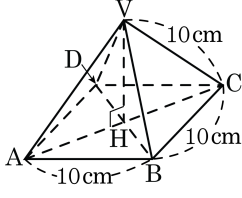
▶ 답 : cm³

▷ 정답 : $1152\sqrt{2}$ cm³

해설

$$(\text{부피}) = \frac{\sqrt{2}}{12} \times 24^3 = 1152\sqrt{2}(\text{cm}^3)$$

16. 다음 그림과 같이 정사각뿔의 꼭짓점 V에서 밑면에 내린 수선의 발을 H라고 할 때, $\overline{VH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

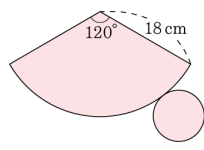
▶ 정답 : $5\sqrt{2}$ cm

해설

$$\overline{CH} = 10\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 5\sqrt{2}$$

$$\overline{VH} = \sqrt{10^2 - (5\sqrt{2})^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

17. 전개도가 다음 그림과 같은 원뿔의 부피를 구하여라.



▶ 답 : cm³

▷ 정답 : 144√2π cm³

해설

밑면의 반지름의 길이를 r 이라 하면

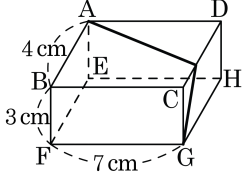
$$36\pi \times \frac{1}{3} = 2\pi r$$

$$\therefore r = 6(\text{cm})$$

$$\text{원뿔의 높이} : \sqrt{18^2 - 6^2} = \sqrt{288} = 12\sqrt{2}(\text{cm})$$

따라서 원뿔의 부피는 $\frac{1}{3}\pi \times 36 \times 12\sqrt{2} = 144\sqrt{2}\pi(\text{cm}^3)$ 이다.

18. 다음 그림과 같은 직육면체에서 점 A 를 출발하여 모서리 CD 를 지나 점 G 에 이르는 최단 거리를 구하여라.

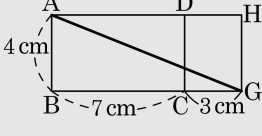


▶ 답 :

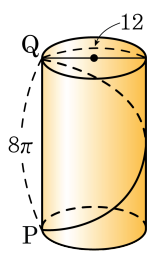
▷ 정답 : $2\sqrt{29}$

해설

$$\begin{aligned}\overline{AG} &= \sqrt{4^2 + 10^2} \\ &= \sqrt{16 + 100} \\ &= \sqrt{116} \\ &= 2\sqrt{29}(\text{cm})\end{aligned}$$



19. 다음 그림과 같은 원기둥에서 점 P에서 옆면을 따라 점 Q에 이르는 최단 거리를 구하여라.

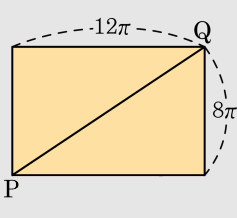


▶ 답 :

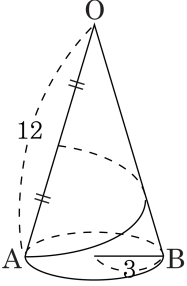
▷ 정답 : $4\sqrt{13}\pi$

해설

$$\overline{PQ} = \sqrt{(12\pi)^2 + (8\pi)^2} = 4\sqrt{13}\pi$$



20. 다음 그림은 모선의 길이가 12 이고, 반지름의 길이가 3 인 원뿔이다. 점 A에서 옆면을 따라 모선 OA 의 중점에 이르는 최단거리를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $6\sqrt{5}$

해설

이 그림에서 $2\pi \times 12 \times \frac{x}{360^\circ} =$

$2\pi \times 3$

$\therefore x = 90^\circ$

$\triangle OMA$ 에 서 $\overline{MA} =$

$\sqrt{6^2 + 12^2} = 6\sqrt{5}$

