1. 다음 중 일차함수인 것을 모두 고르면?

① $y=1$ ② $x+y=5$ ③ $y=-x+1$
④ $xy=4$ ⑤ $y=x^2+2$

해설
② $x+y=5$
③$y=-x+1$ 은 일차함수이다.

2. 일차함수 $y = f(x)$ 에서 $f(x) = -3x+3$ 일 때, $f(2)+f(-2)$ 의 값은?

① 4 ② -4 ③ 0 ④ 6 ⑤ 2

해설

$f(2) = -3,\ f(-2) = 9$

$\therefore\ f(2)+f(-2) = 6$

3. x의 범위가 $m \le x \le 3$인 일차함수 $y = -2x + 1$의 함숫값의 범위가 $n \le y \le 3$일 때, $m - n$의 값은?

① -6 ② -4 ③ 0 ④ 4 ⑤ 6

해설

기울기가 음수이므로
함숫값의 범위는 $f(3) \le y \le f(m)$
$f(3) = -6 + 1 = -5 = n$
$f(m) = -2m + 1 = 3,\ m = -1$
$\therefore m - n = -1 - (-5) = 4$

4. 다음 중 일차함수 $y = ax$ 의 그래프에 대한 성질이 아닌 것은?

① 직선이다.

② 점 $(a, 1)$ 을 지난다.

③ $a > 0$ 이면 제 1 사분면과 제 3 사분면을 지난다.

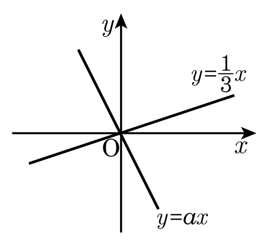
④ $a < 0$ 이면 제 2 사분면과 제 4 사분면을 지난다.

⑤ 원점을 지난다.

해설

② 함수식에 $x = a$ 를 대입하면 $y = a^2$ 이 된다.
따라서 (a, a^2) 을 지난다.

5. 일차함수 $y = ax$ 의 그래프가 오른쪽과 같을 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 있는 것은?



① -2 ② $-\frac{1}{5}$ ③ $-\frac{1}{6}$
④ 2 ⑤ $\frac{2}{3}$

해설

$y = ax$ 의 그래프는 x 의 값이 증가할 때, y 의 값이 감소하는 함수인 것을 알 수 있다.
따라서 기울기 $a < 0$ 이 되어야 한다.
또한 $y = \frac{1}{3}x$ 보다 y 축에 가깝게 있으므로 기울기의 절댓값이 $\frac{1}{3}$ 보다 커야한다.
조건을 만족하는 a 의 값은 -2 이다.

6. 일차함수 $y = ax$는 $\left(3,\ -\dfrac{3}{2}\right)$을 지난다고 한다. 다음의 점들 중 $y = ax$ 위에 있지 않은 점은?

① $(0,\ 0)$　② $(-2,\ 1)$　③ $\left(1,\ -\dfrac{1}{2}\right)$
④ $(4,\ 2)$　⑤ $\left(-3,\ \dfrac{3}{2}\right)$

해설

$y = ax$ 는 $\left(3,\ -\dfrac{3}{2}\right)$을 지나므로 대입하면

$-\dfrac{3}{2} = a \times 3, a = -\dfrac{1}{2}$ 이 된다.

$y = -\dfrac{1}{2}x$ 를 지나지 않는 점은 다음 점들 중 $(4,\ 2)$ 이다.

7. 일차함수 $y=-4x$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 $\frac{3}{4}$ 만큼 평행이동한 그래프의 식을 구하여라.

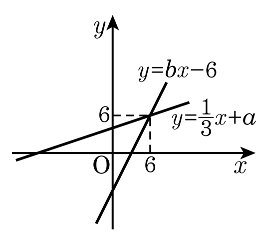
▶ 답 :

▷ 정답 : $y=-4x+\frac{3}{4}$

해설

$y=-4x$ 를 y 축의 방향으로 $\frac{3}{4}$ 만큼 평행이동하면 $y=-4x+\frac{3}{4}$ 이다.

8. 일차함수 $y=\frac{1}{3}x+a$와 $y=bx-6$의 그래프가 점 $(6,\ 6)$을 모두 지난다. 이때, 일차함수 $f(x)=ax+b$에서 $f(k)=4$를 만족하는 k의 값은?



① $\frac{1}{2}$　② $\frac{2}{5}$　③ $\frac{3}{4}$　④ -2　⑤ $-\frac{1}{3}$

해설

$y=\frac{1}{3}x+a$와 $y=bx-6$의 그래프가 점 $(6,\ 6)$을 모두 지나므로

$6=\frac{1}{3}\times 6+a,\ 6=b\times 6-6$

$a=4,\ b=2$이다.

$\therefore f(x)=4x+2$

$f(k)=4\times k+2=4$

$k=\frac{1}{2}$이다.

9. 직선 $y = m(2-x)+3$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 후, x 축에 대하여 대칭이동한 직선이 원점을 지나는 직선이 될 때, 상수 m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{5}{2}$

해설

$y = m(2-x)+3$ 을 y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동하므로

$y = -mx + 2m + 3 + 2 = -mx + 2m + 5$

또한, 이 직선을 x 축에 대하여 대칭이동하면 y 대신 $-y$ 를 대입하므로

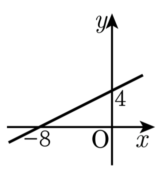
$-y = -mx + 2m + 5$

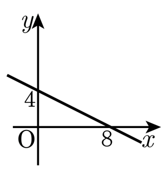
$\therefore\ y = mx - 2m - 5$

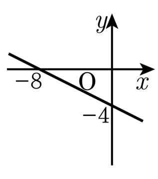
이 직선이 원점을 지나는 직선이 되려면 y 절편이 0 이어야 하므로 $-2m - 5 = 0$

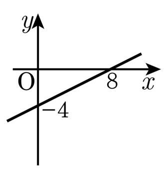
$\therefore\ m = -\frac{5}{2}$

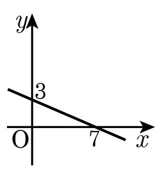
10. 일차함수 $f(x)$ 는 $y=\frac{1}{2}x+4$ 이다. 그래프의 모양으로 옳은 것은?

①


②


③


④


⑤


해설

$y=\frac{1}{2}x+4$ 가 $y=ax+b$ 일 때, (x 절편)$=-\frac{b}{a}$, $x=-8$, (y 절편)$=b$, $y=4$이다.
그래프 중 ①의 모양을 가져야 한다.

11. 일차함수 $y = ax - 1$ 의 그래프의 x 절편이 4 이고, 그 그래프가 점 $(4,\ m)$ 을 지날 때, $2a + m$ 의 값은?

① $\frac{1}{2}$ ② 16 ③ $-\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ 3

해설

$y = ax - 1$ 의 그래프의 x 절편이 4 이므로

$0 = a \times 4 - 1$, $a = \frac{1}{4}$

$y = \frac{1}{4}x - 1$ 위에 점 $(4,\ m)$ 가 있으므로 $m = \frac{1}{4} \times 4 - 1 = 0$

$\therefore\ 2a + m = 2 \times \frac{1}{4} + 0 = \frac{1}{2}$

12. 일차함수 $y=-2x+3$ 에서 x 의 값이 3만큼 증가할 때, y 의 증가량을 구하면?

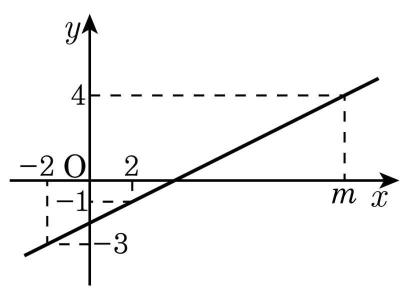
① -3 ② 3 ③ -6 ④ 6 ⑤ -9

해설

$$\begin{aligned}(\text{기울기}) &= \frac{(y\text{의 증가량})}{(x\text{의 증가량})}\\ &= \frac{(y\text{의 증가량})}{3}\\ &= -2\end{aligned}$$

$(y\text{의 증가량}) = -6$

13. 다음 그림과 같이 세 점이 한 직선 위에 있다고 할 때, 상수 m 의 값은?



① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

$(-2,\ -3), (2,\ -1),\ (m,\ 4)$ 가 한 직선 위에 있다.

$\dfrac{-1-(-3)}{2-(-2)} = \dfrac{4-(-1)}{m-2}$

$m-2=10$

$\therefore m = 10+2 = 12$

14. $\boxed{}$안에 알맞게 차례대로 써넣어라.

일차함수 $y = ax + b$ $(a \neq 0)$ 에서 기울기는 $\boxed{㉠}$, x 절편은 $\boxed{㉡}$, y 절편은 $\boxed{㉢}$이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠ a

▷ 정답 : ㉡ $-\frac{b}{a}$

▷ 정답 : ㉢ b

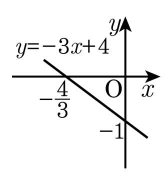
해설

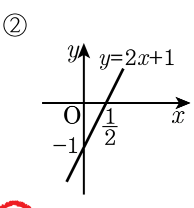
(1) 기울기는 $y = ax + b$ $(a \neq 0)$ 에서 $\frac{y\text{의 증가량}}{x\text{의 증가량}}$ 인 a 이다.

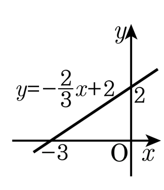
(2) x 절편은 $y = 0$ 일 때의 x 값이다.

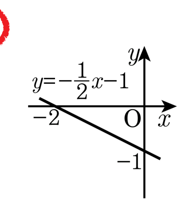
(3) y 절편은 $x = 0$ 일 때의 y 값이다.

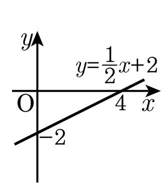
15. 다음 중 일차함수의 그래프를 바르게 그린 것은?

①


②


③


④


⑤


해설

x 절편 -2, y 절편 -1 이므로 두 점 $(-2,\ 0)$, $(0,\ -1)$을 지난다.

16. 일차함수 $y = -2x + 1$ 의 그래프를 y 축의 음의 방향으로 4 만큼 평행이동하였을 때, 이 그래프가 지나지 않는 사분면은?

① 제 1 사분면 ② 제 2 사분면 ③ 제 3 사분면
④ 제 4 사분면 ⑤ 알 수 없다.

해설
$y = -2x + 1 \rightarrow y = -2x + 1 - 4 = -2x - 3$
기울기, y 절편 모두 음수이므로
왼쪽 위를 향하는 그래프로 제 1 사분면을 지나지 않는다.

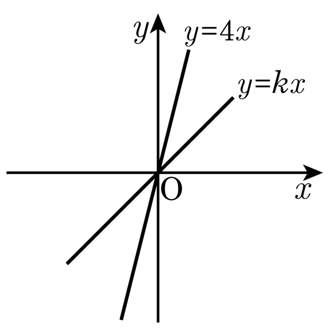
17. 다음 일차함수의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

㉠ $y = 3x - 1$	㉡ $y = -2x + 3$
㉢ $y = -7x + 4$	㉣ $y = 5x + 6$

① ㉠은 x 의 값이 증가하면 y 의 값이 증가하는 일차함수이다.
② ㉢은 x 의 값이 증가하면 y 의 값이 감소하는 일차함수이다.
③ 경사가 가장 완만한 직선은 ㉡이다.
④ ㉠은 ㉡보다 x 축에 가깝다.
⑤ ㉢은 ㉣보다 y 축에 가깝다.

해설
④ $y = 3x - 1$ 의 기울기의 절댓값은 3 , $y = -2x + 3$ 의 기울기의 절댓값은 2 이므로 ㉠이 경사가 더 급하고 y 축에 가깝다.

18. 다음 그림과 같이 $y = kx$ 의 그래프가 x 축과 $y = 4x$ 의 그래프 사이에 있기 위한 k 의 값의 범위는?



① $0 \le k < 1$　② $0 < k \le 3$　③ $0 \le k < 4$

④ $0 < k < 4$　⑤ $0 < k < 5$

해설

기울기에 따라 직선의 경사가 변하고 기울기의 절댓값이 작을수록 x 축과 가까워지므로 $y = kx$ 의 그래프가 x 축과 $y = 4x$ 의 그래프 사이에 있기 위해서는 $0 < k < 4$ 이어야 한다.

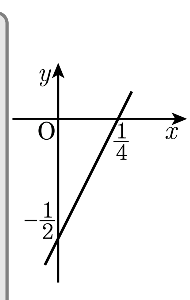
19. 일차함수 $y = ax + b$ 의 x 절편이 4 이고, y 절편이 -2 일 때, 일차함수 $y = -bx - a$ 가 지나는 사분면이 제 c사분면, 제 d사분면, 제 e사분면이라고 할 때, $c + d + e$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

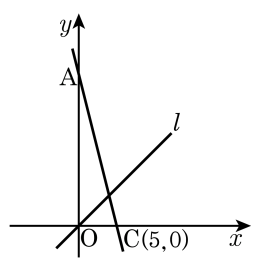
▷ 정답 : 8

해설

y 절편이 -2 이므로 $y = ax - 2$,
점 $(4,\ 0)$ 을 지나므로, $0 = 4a - 2$ 이므로
$\therefore a = \frac{1}{2},\ b = -2$
$y = 2x - \frac{1}{2}$ 의 그래프를 그리면 다음과 같으므로 일차함수 $y = -bx - a$ 는 제 1사분면, 제 3사분면, 제 4사분면을 지난다.
따라서 $c + d + e = 8$ 이다.



20. 다음은 원점을 지나며 $(2,\ 2)$ 를 지나는 직선 l 의 그래프가 직선 AC 와 점 B 에서 만나는 그림이다. 이 때, $\triangle$BOC 의 넓이가 10 이고 점 $\mathrm{C}(5,\ 0)$ 일 때, $\triangle$AOB 의 넓이를 구하여라.



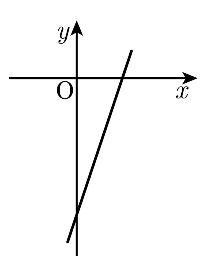
▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

원점을 지나며 $(2,\ 2)$ 를 지나므로 직선 l 의 방정식은 $y = x$ 이고,
점 B 가 직선 l 위의 점이므로 $\mathrm{B}(a, a)$ 라 하면
$\triangle$BOC 의 넓이가 10 이므로
$\frac{1}{2} \times 5 \times a = 10 \therefore a = 4$
또, 직선 BC 는 $\mathrm{B}(4, 4), \mathrm{C}(5, 0)$ 을 지나므로
직선의 방정식은
$y - 4 = \frac{0-4}{5-4}(x-4),\ y = -4x + 20$
따라서 점 A 의 좌표는 $(0, 20)$ 이므로
$\triangle\mathrm{AOB} = \frac{1}{2} \times 20 \times 4 = 40$ 이다.

21. 일차함수 $y = 3x + b$의 그래프가 다음과 같을 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① (기울기) > 0, $b < 0$ 이다.

② 제2 사분면을 지나지 않는다.

③ $y = 3x$의 그래프와 평행하다.

④ y절편은 $-b$이다.

⑤ x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

해설

④ y절편은 b이다.

22. 일차함수 $y = 2x + 3$의 그래프와 평행하고, y절편이 2인 일차함수의 식은?

① $y = 2x + 5$ ② $y = 2x + 3$ ③ $y = 2x + 2$
④ $y = 3x + 2$ ⑤ $y = 3x + 3$

해설
$y = 2x + 2$

23. 기울기가 -2인 일차함수 $y=ax+b$가 점 $(1,\ 3)$을 지날 때, $a+b$의 값은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

기울기가 -2이므로 $a=-2$이고
$y=-2x+b$가 점 $(1,\ 3)$을 지나므로 $b=5$이다.
따라서 $a+b=-2+5=3$이다.

24. 두 점 $(-2,\ 0)$, $(-2,\ -3)$을 지나는 직선의 방정식은?

① $x=-2$ ② $y=-2$ ③ $x=0$
④ $x=-3$ ⑤ $y=-3$

해설

x의 값이 -2로 일정하므로 $x=-2$

25. $y=ax+3$의 그래프를 y축의 양의 방향으로 b만큼 평행이동시켰더니 점 $(0,\ -4)$를 지나고, $y=-x-2$와 x축 위에서 만난다고 할 때, 직선의 방정식 $y=bx+a$ 위에 있지 <u>않은</u> 점은?

① $(0,-2)$　② $(1,-9)$　③ $(-1,5)$　④ $(-2,12)$　⑤ $(2,-14)$

해설

$y=ax+3+b$가 점 $(0,\ -4)$를 지나므로
$3+b=-4\quad \therefore b=-7$
$y=-x-2$과 x축 위에서 만나므로
$(-2,0)$은 $y=ax-4$ 위에 있다.
$0=-2a-4\ \therefore a=-2$
$\therefore y=-7x-2$
$-14\neq -7\times 2-2$이므로
$(2,-14)$는 $y=-7x-2$ 위에 있는 점이 아니다.

26. 기온이 변화함에 따라 소리의 속력은 다음 표와 같이 변화한다고 한다. 기온이 $-15\,℃$일 때의 소리의 속력은?

기온(℃)	0	5	10	15	20
소리의 속력(m/s)	331	334	337	340	343

▶ 답: ____ m/s

▷ 정답: 322 m/s

해설

$(\text{기울기}) = \dfrac{334-331}{5-0} = \dfrac{3}{5}$

$\therefore\ y = \dfrac{3}{5}x + 331$

$x = -15$일 때, $y = \dfrac{3}{5} \times (-15) + 331 = 322$

27. 길이가 20cm 인 양초가 있다. 이 양초는 불을 붙인 후 10 분에 4cm 씩 탄다고 한다. x 분 동안 타고 남은 양초의 길이를 $y$cm 라 할 때, 불을 붙인 몇 분 후에 양초의 길이가 4cm 가 되는지 구하여라.

▶ 답: <u>분 후</u>

▷ 정답: 40<u>분 후</u>

해설

$y = 20 - 4 \times \frac{x}{10}$

$y = 20 - \frac{2}{5}x$

$20 - \frac{2}{5}x = 4$

$\therefore x = 40$

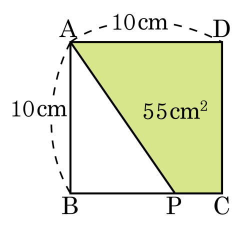
28. A 지점을 출발하여 0.4(km/분) 의 속도로 12km 떨어진 B 지점까지 자전거를 타고 가는 사람이 있다. 출발하여 x분 후의 이 사람이 간거리를 $y$km 라고 할 때, x와 y의 관계식은?

① $y = 12x(0 \le x \le 1)$
② $y = 4x(0 \le x \le 3)$
③ $y = -4x(0 \le x \le 3)$
④ $y = 0.4x(0 \le x \le 30)$
⑤ $y = -0.4x(0 \le x \le 30)$

해설

(거리) = (속력) × (시간) 이므로
x분 동안 간 거리를 $y$km 라고 하면,
$y = 0.4x$가 된다.
단, x값의 범위는 A 와 B 사이의
거리가 12km 이므로
0분부터 30분까지이다.

29. 다음 그림의 사각형 ABCD는 한 변의 길이가 10 cm인 정사각형이다. 점 P가 선분 BC 위를 점 B에서 출발하여 점 C까지 움직인다고 한다. 사각형 APCD의 넓이가 $55\,\text{cm}^2$ 이하 일 때, 선분 BP의 길이는?



① $\overline{BP} \geq 9\,\text{cm}$　② $\overline{BP} \leq 9\,\text{cm}$　③ $\overline{BP} < 9\,\text{cm}$
④ $\overline{BP} \leq 1\,\text{cm}$　⑤ $\overline{BP} \geq 1\,\text{cm}$

해설

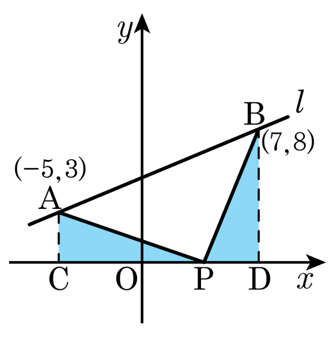
선분 BP를 x라 할 때

(사각형 APCD의 넓이)$=\frac{1}{2} \times (10 - x + 10) \times 10$

$5(20 - x) \leq 55$

$\therefore \quad x \geq 9$

30. 다음 그림에서 $\triangle$APC 와 $\triangle$PDB 의 넓이는 같다. 점 P 의 좌표를 $(a,\ 0)$ 이라 할 때 $11a$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 41

해설

$\frac{1}{2}\times 3\times(a+5)=\frac{1}{2}\times 8\times(7-a)$

$3a+15=56-8a$

$\therefore 11a=41$

31. 반지름의 길이가 2 인 원 A 는 y 축과 점 $(0,\ 4)$ 에서 접하고, 반지름의 길이가 1 인 원 B 는 x 축과 점 $(6,\ 0)$ 에서 접한다. 이 두 원의 넓이를 동시에 이등분하는 직선을 $y = ax + b$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, A 는 제 2 사분면, B 는 제 4 사분면에 존재)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{17}{8}$

해설

두 원의 넓이를 이등분하는 직선은 두 원 각각의 중심을 지나야 한다. 원 A 의 중심의 좌표는 $(-2,\ 4)$, 원 B 의 중심의 좌표는 $(6,\ -1)$

따라서 $(-2,\ 4)$ 과 $(6,\ -1)$ 를 지나는 직선

$y = ax + b$ 를 구하면,

$y - 4 = \frac{-1-4}{6-(-2)}(x+2)$

$y = -\frac{5}{8}x + \frac{11}{4}$

$a = -\frac{5}{8},\ b = \frac{11}{4}$ 이다.

$\therefore\ a + b = \frac{17}{8}$

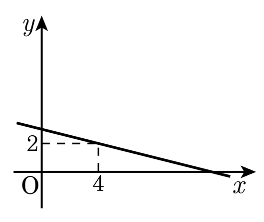
32. 일차함수 $y = ax + 3$ 의 그래프는 일차함수 $y = -3x + 1$ 과 평행하다고 한다. 이때, 상수 a 의 값은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

해설

평행하면 기울기가 같으므로 $a = -3$

33. $x,\ y$ 가 수 전체일 때, 일차방정식 $ax+2y-6=0$ 의 그래프가 다음 그림과 같다. 상수 a 의 값은?



① $\frac{1}{2}$　② $-\frac{3}{2}$　③ $\frac{5}{2}$　④ $-\frac{7}{2}$　⑤ $\frac{9}{2}$

해설

$(4,\ 2)$ 가 해이므로 $4a+4-6=0$ 을 정리하면 $4a-2=0$, $4a=2$ 이다.

따라서 $a=\frac{1}{2}$ 이 나온다.

34. 기울기가 $-\frac{4}{3}$ 이고, y 절편이 2 인 일차방정식 $x + by + c = 0$ 에서 $b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{3}{4}$

해설

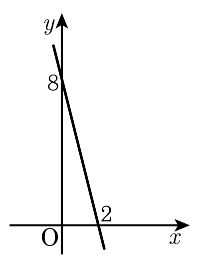
$y = -\frac{4}{3}x + 2$, $3y = -4x + 6$

$4x + 3y - 6 = 0$, $x + \frac{3}{4}y - \frac{3}{2} = 0$

$b = \frac{3}{4}, c = -\frac{3}{2}$

$\therefore b + c = \frac{3}{4} + \left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{3}{4}$

35. 다음 그림은 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프를 나타낸 것이다. 이 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

y 절편$=8$이고 점 $(2,0)$을 지나므로

$y = ax + 8, \quad b = 8$

$y = ax + 8$ 에 $(2,0)$을 대입

$0 = 2a + 8, a = -4$

$a + b = (-4) + 8 = 4$

36. 직선 $3x+6y=5$ 와 평행하고 x 절편이 2 인 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 $y=ax+b$ 라 할 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

① -3 ② -2 ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

i) $3x+6y=5$ 는 $y=-\frac{1}{2}x+\frac{5}{6}$ 이고, 이 함수와 $y=ax+b$ 는 평행하므로 $a=-\frac{1}{2}$ 이다.

ii) $y=-\frac{1}{2}x+b$ 는 $(2,0)$ 을 지나므로 $0=-1+b$

$\therefore b=1$

따라서 $ab=-\frac{1}{2}$

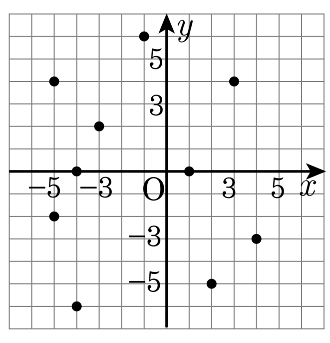
37. 일차방정식 $x+by+c=0$ 의 그래프의 x 절편이 -4 이고, y 절편이 2 일 때, $b+c$ 의 값은?

① -2 ② 0 ③ 2 ④ 4 ⑤ 8

해설

$x+by+c=0$ 에 $(-4,\ 0)$, $(0,\ 2)$ 를 대입하면,
$-4+c=0$, $c=4$,
$2b+4=0$, $b=-2$
$b+c=-2+4=2$

38. 다음 그림과 같이 좌표평면 위에 점들이 주어질 때, 가장 많은 점을 지나는 일차함수의 기울기와 y 절편을 짝지은 것은?



① $-2,\ -8$　② $-1,\ 6$　③ $1,\ 7$
④ $1,\ 9$　⑤ $2,\ 8$

해설

가장 많은 점을 지나는 일차함수는 $(-5,\ -2)$, $(-3,\ 2)$, $(-1,\ 6)$ 을 지나는 직선이므로 기울기는 $\dfrac{6-2}{-1-(-3)}=2$ 이다.

$y=ax+b$ 에서 $y=2x+b$ 이므로 $(-1,\ 6)$ 을 대입해 보면 $b=8$ 이다.
따라서 일차함수의 식은 $y=2x+8$ 이고 기울기는 2 , y 절편은 8 이다.

39. 직선 $(a+2)x+y-a-1=0$이 제 1 사분면을 지나지 않도록 하는 a의 값의 범위를 구하면?

① $-2<a<-1$ ② $-3<a<-2$ ③ $-4<a<-3$
④ $0<a<2$ ⑤ $1<a<3$

해설

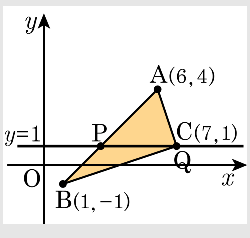
$y=-(a+2)x+a+1$
제 1 사분면을 지나지 않기 위해서는 y절편이 음수이면 기울기도 음수이어야 한다.
$-(a+2)<0,\ a+1<0$
$\therefore\ -2<a<-1$

40. 세 점 A(6, 4), B(1, −1), C(7, 1) 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 가 있다. x 축에 평행한 직선이 삼각형 ABC 와 두 점 PQ 에서 만난다고 할 때, 선분 PQ 의 길이의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설



선분 PQ 의 길이가 최대가 되려면 위의 그림과 같이 점 Q 는 점 C 와 같아야 한다.
즉, x 축과 평행한 직선의 그래프는 $y = 1$ 이고,
점 P 의 좌표는 직선 AB 와 $y = 1$ 의 교점이다.
직선 AB 의 그래프는 (6, 4) 와 (1, −1) 을 지나는 직선의 방정식과 같으므로

$y + 1 = \frac{4+1}{6-1}(x-1) \qquad \therefore\ y = x - 2$

$y = x - 2$ 와 $y = 1$ 의 교점의 좌표는 P(3, 1)
따라서 선분 PQ 의 길이의 최댓값은 $7 - 3 = 4$ 이다.

41. 네 방정식 $x = a,\ x = -a,\ y = 3,\ 2y + 6 = 0$ 의 그래프로 둘러싸인 도형이 정사각형일 때, 상수a 의 값은? (단, $a > 0$)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

가로의 길이가 $2a$, 세로의 길이가 6 이므로 $2a = 6$
$\therefore a = 3$

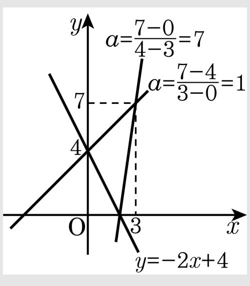
42. 점 $(3,\ 7)$ 을 지나는 일차함수 $y = ax + b$ 가 $y = -2x + 4$ 와 제 1 사분면에서 만날 때, 상수 a 의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $1 < a < 7$

해설

상수 a 는 일차함수 $y = ax + b$ 의 기울기가 된다. 그래프를 나타내면 다음과 같다.



따라서 기울기 a 의 범위는 $1 < a < 7$ 이 되어야 $y = -2x + 4$ 와 제 1 사분면에서 만나게 된다.

43. 연립방정식 $\begin{cases} x-y=-1 \\ ax+y=-3 \end{cases}$ 과 $\begin{cases} 2x-y=b \\ 3x-2y=2 \end{cases}$ 의 해를 그래프를 이용하여 풀었더니 교점의 좌표가 같았다.
이때 a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=-2$

▷ 정답 : $b=3$

해설

연립방정식 $\begin{cases} x-y=-1 \\ 3x-2y=2 \end{cases}$ 를 풀면 $x=4$, $y=5$ 가 나온다.

x, y 값을 $\begin{cases} ax+y=-3 \\ 2x-y=b \end{cases}$ 에 각각 대입하면 $\begin{cases} 4a+5=-3 \\ 8-5=b \end{cases}$

이므로 $a=-2$, $b=3$ 이다.

44. 두 직선 $x-2y=5$, $2x+3y=-4$ 의 교점과 점 $(3,\ 2)$ 를 지나는 직선의 식을 $y=ax+b$ 라 할 때, ab 의 값을 구하면?

① -8　② -6　③ -4　④ 2　⑤ 6

해설

i) $x-2y=5$ 와 $2x+3y=-4$ 의 교점을 구한다.

$$\begin{array}{rr} & 2x-4y=10 \\ -) & 2x+3y=-4 \\ \hline & -7y=14 \end{array}$$

$\therefore y=-2,\ x=1$

따라서 교점의 좌표는 $(1,-2)$ 이다.

ii) 교점 $(1,-2)$ 와 점 $(3,2)$ 를 지나는 직선을 구한다.

$$a=\frac{(y\text{ 증가량})}{(x\text{ 증가량})}=\frac{2+2}{3-1}=\frac{4}{2}=2$$

$y=2x+b$ 에 $x=3$, $y=2$ 를 대입하면 $b=-4$

$\therefore\ ab=2\times(-4)=-8$

45. 다음의 서로 다른 4 개의 직선이 오직 한 점에서 만나도록 상수 a, b 의 값을 정할 때, $a+b$ 의 값은?

$2x+y=7$, $ax+7y=-2$, $x-y=2$, $3x+by=9$

① -17 ② -9 ③ -3 ④ 0 ⑤ 3

해설

$$\begin{cases} 2x+y=7 & \cdots\cdots ① \\ ax+7y=-2 & \cdots\cdots ② \\ x-y=2 & \cdots\cdots ③ \\ 3x+by=9 & \cdots\cdots ④ \end{cases}$$

4 개의 직선이 한 점에서만 만나므로, ①, ③의 교점을 ②, ④가 지나도록 a, b 를 정하면 된다.

① + ③ : $3x=9 \therefore\ x=3$

이것을 ③에 대입하면 $3-y=2 \therefore\ y=1$

즉, ①, ③의 교점의 좌표는 $(3,\ 1)$ 이고, 이것을

②에 대입하면, $3a+7=-2$, $3a=-9$, $\therefore\ a=-3$

④에 대입하면, $9+b=9 \therefore\ b=0$

$\therefore\ a+b=-3+0=-3$

46. 두 직선 $x-ay=2y,\ 2x+ay-1=y-1$이 좌표평면 위의 원점 외의 다른 점에서 만나기 위한 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

두 직선의 방정식을 정리하면
$x-(a+2)y=0,\ 2x+(a-1)y=0$ 이고
이를 그래프로 나타내면 $mx+ny=0$ 의 꼴이므로 원점을 지나는 직선이다.
따라서 원점 이외의 다른 점에서 만나려면 두 직선은 일치해야 한다.
즉, $\frac{1}{2}=\frac{-(a+2)}{(a-1)}$ 에서 $a-1=-2(a+2)$ 이다.
$\therefore a=-1$

47. 좌표평면 위에 두 점 A(2, 1), B(4, 5)가 있다. 직선 $y = ax + 2$가 $\overline{\mathrm{AB}}$와 만날 때, 다음 중 a의 값이 될 수 <u>없는</u> 것은?

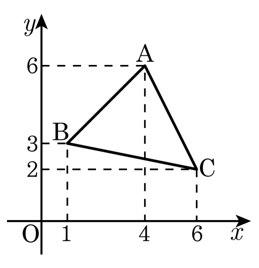
① $-\frac{1}{2}$ ② 0 ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ 1

해설

이 직선은 점 (0, 2)를 반드시 지나므로, a의 값은 (2, 1)을 지날 때 최소, (4, 5)를 지날 때 최대이다.

$\therefore -\frac{1}{2} \le a \le \frac{3}{4}$

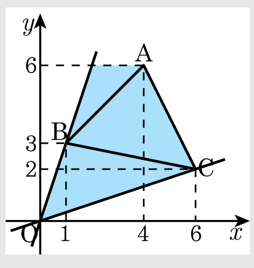
48. 다음 그림에서 일차함수 $y = ax$의 직선이 $\triangle ABC$와 교차할 때, a의 값의 범위는?



① $\frac{1}{2} \le a \le 2$　② $\frac{1}{3} \le a \le \frac{3}{2}$　③ $\frac{3}{2} \le a \le 3$
④ $\frac{1}{3} \le a \le 3$　⑤ $\frac{1}{3} \le a \le 2$

해설

$y = ax$ 의 그래프는 원점을 지나므로



$y = ax$의 그래프가 $\triangle ABC$와 교차하기 위해서는 색칠한 부분을 지나야 한다.(경계선 포함)

점$(6,\ 2)$를 대입하면 $a = \frac{1}{3}$ 이고, 점$(1,\ 3)$을 대입하면 $a = 3$ 이다.

$\therefore \frac{1}{3} \le a \le 3$

49. 세 직선 $y=0$, $y=x$, $y=-\frac{2}{3}x+4$ 로 둘러싸인 도형의 넓이는?

① $\frac{32}{5}$　② $\frac{34}{5}$　③ $\frac{36}{5}$　④ $\frac{38}{5}$　⑤ 8

해설

세 직선으로 둘러싸인 도형은 삼각형이고,

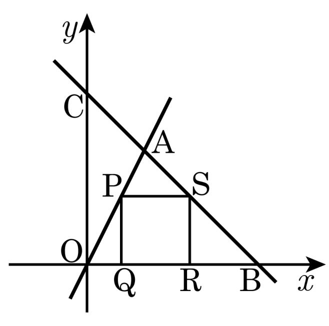
$y=x$ 와 $y=-\frac{2}{3}x+4$ 의 교점을 구하면,

$x=-\frac{2}{3}x+4$ 에서 $\left(\frac{12}{5}, \frac{12}{5}\right)$ 이므로 높이는 $\frac{12}{5}$ 이다.

그리고 $y=-\frac{2}{3}x+4$ 의 x 절편은 6 이므로 밑변의 길이는 6 이다.

따라서 (넓이) $=\frac{1}{2}\times 6\times\frac{12}{5}=\frac{36}{5}$ 이다.

50. 다음 그림의 $y = 2x$, $y = -x + 6$ 의 교점을 A 라 하고, □PQRS 는 정사각형이다. 점 P 의 x 좌표가 a 일 때, 점 A 를 지나면서 정사각형 PQRS 의 넓이를 이등분하는 직선의 방정식을 구하면?



① $y = 7x + 18$　② $y = 7x - 18$　③ $y = -7x + 18$

④ $y = -7x - 18$　⑤ $y = 7x + 8$

해설

P$(a,\ 2a)$, Q$(a,\ 0)$, R$(3a,\ 0)$, S$(3a,\ 2a)$

S 가 $y = -x + 6$ 위의 점이므로

$2a = -3a + 6 \qquad \therefore\ a = \frac{6}{5}$

정사각형 PQRS 의 넓이를 이등분하는 직선은 P, R 의 중점 $(2a,\ a)$ 를 지나므로

A$(2,\ 4)$ 와 $\left(\frac{12}{5},\ \frac{6}{5}\right)$ 을 지나는 직선의 방정식은 $y = -7x + 18$