

1. 다음 중 일차함수인 것을 모두 고르면?

① $y = 1$

② $x + y = 5$

③ $y = -x + 1$

④ $xy = 4$

⑤ $y = x^2 + 2$

해설

② $x + y = 5$

③ $y = -x + 1$ 은 일차함수이다.

2. 일차함수 $y = f(x)$ 에서 $f(x) = -3x + 3$ 일 때, $f(2) + f(-2)$ 의 값은?

① 4

② -4

③ 0

④ 6

⑤ 2

해설

$$f(2) = -3, f(-2) = 9$$

$$\therefore f(2) + f(-2) = 6$$

3. x 의 범위가 $m \leq x \leq 3$ 인 일차함수 $y = -2x + 1$ 의 함숫값의 범위가 $n \leq y \leq 3$ 일 때, $m - n$ 의 값은?

① -6

② -4

③ 0

④ 4

⑤ 6

해설

기울기가 음수이므로

함숫값의 범위는 $f(3) \leq y \leq f(m)$

$$f(3) = -6 + 1 = -5 = n$$

$$f(m) = -2m + 1 = 3, m = -1$$

$$\therefore m - n = -1 - (-5) = 4$$

4. 다음 중 일차함수 $y = ax$ 의 그래프에 대한 성질이 아닌 것은?

① 직선이다.

② 점 $(a, 1)$ 을 지난다.

③ $a > 0$ 이면 제 1 사분면과 제 3 사분면을 지난다.

④ $a < 0$ 이면 제 2 사분면과 제 4 사분면을 지난다.

⑤ 원점을 지난다.

해설

② 함수식에 $x = a$ 를 대입하면 $y = a^2$ 이 된다.
따라서 (a, a^2) 을 지난다.

5. 일차함수 $y = ax$ 의 그래프가 오른쪽과 같을 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 있는 것은?

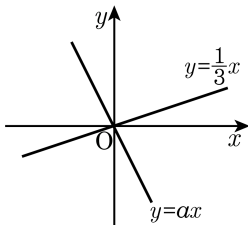
① -2

② $-\frac{1}{5}$

③ $-\frac{1}{6}$

④ 2

⑤ $\frac{2}{3}$



해설

$y = ax$ 의 그래프는 x 의 값이 증가할 때, y 의 값이 감소하는 함수인 것을 알 수 있다.

따라서 기울기 $a < 0$ 이 되어야 한다.

또한 $y = \frac{1}{3}x$ 보다 y 축에 가깝게 있으므로 기울기의 절댓값이 $\frac{1}{3}$

보다 커야한다.

조건을 만족하는 a 의 값은 -2 이다.

6. 일차함수 $y = ax$ 는 $\left(3, -\frac{3}{2}\right)$ 을 지난다고 한다. 다음의 점들 중 $y = ax$ 위에 있지 않은 점은?

① $(0, 0)$

② $(-2, 1)$

③ $\left(1, -\frac{1}{2}\right)$

④ $(4, 2)$

⑤ $\left(-3, \frac{3}{2}\right)$

해설

$y = ax$ 는 $\left(3, -\frac{3}{2}\right)$ 을 지나므로 대입하면

$$-\frac{3}{2} = a \times 3, a = -\frac{1}{2} \text{ 이 된다.}$$

$y = -\frac{1}{2}x$ 를 지나지 않는 점은 다음 점들 중 $(4, 2)$ 이다.

7. 일차함수 $y = -4x$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 $\frac{3}{4}$ 만큼 평행이동한 그래프의 식을 구하여라.

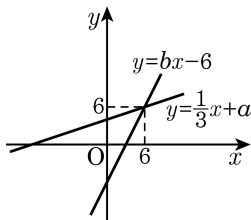
▶ 답 :

▷ 정답 : $y = -4x + \frac{3}{4}$

해설

$y = -4x$ 를 y 축의 방향으로 $\frac{3}{4}$ 만큼 평행이동하면 $y = -4x + \frac{3}{4}$ 이다.

8. 일차함수 $y = \frac{1}{3}x + a$ 와 $y = bx - 6$ 의 그래프가 점 $(6, 6)$ 을 모두 지난다. 이때, 일차함수 $f(x) = ax + b$ 에서 $f(k) = 4$ 를 만족하는 k 의 값은?



① $\frac{1}{2}$

② $\frac{2}{5}$

③ $\frac{3}{4}$

④ -2

⑤ $-\frac{1}{3}$

해설

$y = \frac{1}{3}x + a$ 와 $y = bx - 6$ 의 그래프가 점 $(6, 6)$ 을 모두 지나므로

$$6 = \frac{1}{3} \times 6 + a, \quad 6 = b \times 6 - 6$$

$a = 4, b = 2$ 이다.

$$\therefore f(x) = 4x + 2$$

$$f(k) = 4 \times k + 2 = 4$$

$$k = \frac{1}{2} \text{이다.}$$

9. 직선 $y = m(2-x) + 3$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 후, x 축에 대하여 대칭이동한 직선이 원점을 지나는 직선이 될 때, 상수 m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{5}{2}$

해설

$y = m(2-x) + 3$ 을 y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동하므로
 $y = -mx + 2m + 3 + 2 = -mx + 2m + 5$

또한, 이 직선을 x 축에 대하여 대칭이동하면 y 대신 $-y$ 를 대입하므로

$$-y = -mx + 2m + 5$$

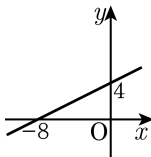
$$\therefore y = mx - 2m - 5$$

이 직선이 원점을 지나는 직선이 되려면 y 절편이 0 이어야 하므로 $-2m - 5 = 0$

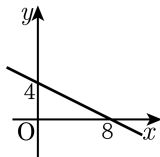
$$\therefore m = -\frac{5}{2}$$

10. 일차함수 $f(x)$ 는 $y = \frac{1}{2}x + 4$ 이다. 그래프의 모양으로 옳은 것은?

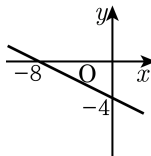
①



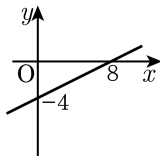
②



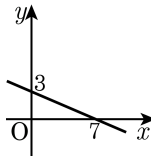
③



④



⑤



해설

$y = \frac{1}{2}x + 4$ 가 $y = ax + b$ 일 때, (x 절편) $= -\frac{b}{a}$, $x = -8$, (y 절편) $= b$, $y = 4$ 이다.

그래프 중 ①의 모양을 가져야 한다.

11. 일차함수 $y = ax - 1$ 의 그래프의 x 절편이 4 이고, 그 그래프가 점 $(4, m)$ 을 지날 때, $2a + m$ 의 값은?

① $\frac{1}{2}$

② 16

③ $-\frac{1}{2}$

④ 1

⑤ 3

해설

$y = ax - 1$ 의 그래프의 x 절편이 4 이므로

$$0 = a \times 4 - 1, a = \frac{1}{4}$$

$$y = \frac{1}{4}x - 1 \text{ 위에 점 } (4, m) \text{ 가 있으므로 } m = \frac{1}{4} \times 4 - 1 = 0$$

$$\therefore 2a + m = 2 \times \frac{1}{4} + 0 = \frac{1}{2}$$

12. 일차함수 $y = -2x + 3$ 에서 x 의 값이 3만큼 증가할 때, y 의 증가량을 구하면?

① -3

② 3

③ -6

④ 6

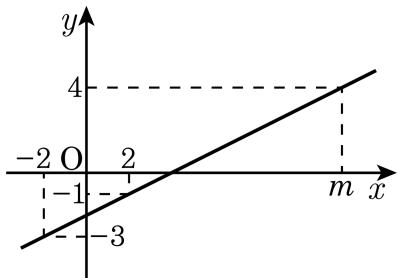
⑤ -9

해설

$$\begin{aligned}(\text{기울기}) &= \frac{(y\text{의 증가량})}{(x\text{의 증가량})} \\ &= \frac{(y\text{의 증가량})}{3} \\ &= -2\end{aligned}$$

$$(y\text{의 증가량}) = -6$$

13. 다음 그림과 같이 세 점이 한 직선 위에 있다고 할 때, 상수 m 의 값은?



① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

$(-2, -3), (2, -1), (m, 4)$ 가 한 직선 위에 있다.

$$\frac{-1 - (-3)}{2 - (-2)} = \frac{4 - (-1)}{m - 2}$$

$$m - 2 = 10$$

$$\therefore m = 10 + 2 = 12$$

14. 안에 알맞게 차례대로 써넣어라.

일차함수 $y = ax + b$ ($a \neq 0$) 에서 기울기는 , x 절편은 ,
 y 절편은 이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : a

▷ 정답 : $-\frac{b}{a}$

▷ 정답 : b

해설

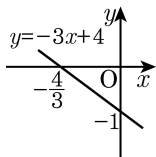
(1) 기울기는 $y = ax + b$ ($a \neq 0$) 에서 $\frac{y\text{의 증가량}}{x\text{의 증가량}}$ 인 a 이다.

(2) x 절편은 $y = 0$ 일 때의 x 값이다.

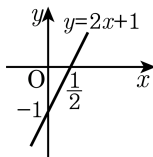
(3) y 절편은 $x = 0$ 일 때의 y 값이다.

15. 다음 중 일차함수의 그래프를 바르게 그린 것은?

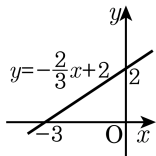
①



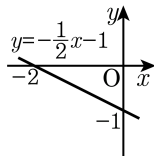
②



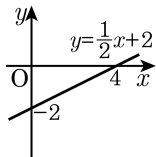
③



④



⑤



해설

x 절편 -2 , y 절편 -1 이므로 두 점 $(-2, 0)$, $(0, -1)$ 을 지난다.

16. 일차함수 $y = -2x + 1$ 의 그래프를 y 축의 음의 방향으로 4 만큼 평행이동하였을 때, 이 그래프가 지나지 않는 사분면은?

- ① 제 1사분면 ② 제 2사분면 ③ 제 3사분면
④ 제 4사분면 ⑤ 알 수 없다.

해설

$$y = -2x + 1 \rightarrow y = -2x + 1 - 4 = -2x - 3$$

기울기, y 절편 모두 음수이므로

왼쪽 위를 향하는 그래프로 제 1사분면을 지나지 않는다.

17. 다음 일차함수의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

㉠ $y = 3x - 1$

㉡ $y = -2x + 3$

㉢ $y = -7x + 4$

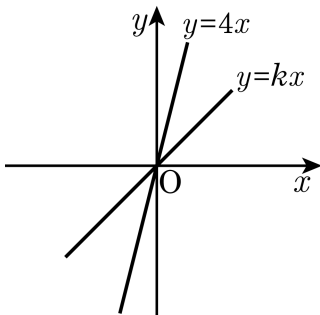
㉣ $y = 5x + 6$

- ① ㉠은 x 의 값이 증가하면 y 의 값이 증가하는 일차함수이다.
- ② ㉢은 x 의 값이 증가하면 y 의 값이 감소하는 일차함수이다.
- ③ 경사가 가장 완만한 직선은 ㉡이다.
- ④ ㉠은 ㉡보다 x 축에 가깝다.
- ⑤ ㉢은 ㉣보다 y 축에 가깝다.

해설

④ $y = 3x - 1$ 의 기울기의 절댓값은 3, $y = -2x + 3$ 의 기울기의 절댓값은 2 이므로 ㉠이 경사가 더 급하고 y 축에 가깝다.

18. 다음 그림과 같이 $y = kx$ 의 그래프가 x 축과 $y = 4x$ 의 그래프 사이에 있기 위한 k 의 값의 범위는?



① $0 \leq k < 1$

② $0 < k \leq 3$

③ $0 \leq k < 4$

④ $0 < k < 4$

⑤ $0 < k < 5$

해설

기울기에 따라 직선의 경사가 변하고 기울기의 절댓값이 작을수록 x 축과 가까워지므로 $y = kx$ 의 그래프가 x 축과 $y = 4x$ 의 그래프 사이에 있기 위해서는 $0 < k < 4$ 이어야 한다.

19. 일차함수 $y = ax + b$ 의 x 절편이 4 이고, y 절편이 -2 일 때, 일차함수 $y = -bx - a$ 가 지나는 사분면이 제 c 사분면, 제 d 사분면, 제 e 사분면 이라고 할 때, $c + d + e$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

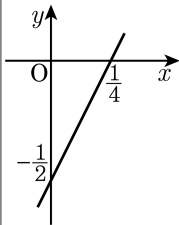
y 절편이 -2 이므로 $y = ax - 2$,
점 $(4, 0)$ 을 지나므로, $0 = 4a - 2$ 이므로

$$\therefore a = \frac{1}{2}, b = -2$$

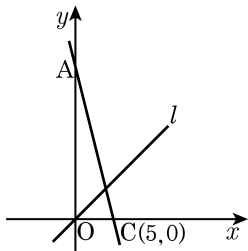
$y = 2x - \frac{1}{2}$ 의 그래프를 그리면 다음과 같으

므로 일차함수 $y = -bx - a$ 는 제 1사분면, 제 3사분면, 제 4사분면을 지난다.

따라서 $c + d + e = 8$ 이다.



20. 다음은 원점을 지나며 $(2, 2)$ 를 지나는 직선 l 의 그래프가 직선 AC 와 점 B 에서 만나는 그림이다. 이 때, $\triangle BOC$ 의 넓이가 10 이고 점 $C(5, 0)$ 일 때, $\triangle AOB$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

원점을 지나며 $(2, 2)$ 를 지나므로 직선 l 의 방정식은 $y = x$ 이고,
 점 B 가 직선 l 위의 점이므로 $B(a, a)$ 라 하면
 $\triangle BOC$ 의 넓이가 10 이므로

$$\frac{1}{2} \times 5 \times a = 10 \therefore a = 4$$

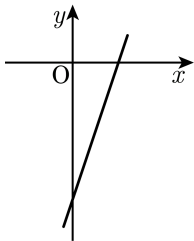
또, 직선 BC 는 $B(4, 4), C(5, 0)$ 을 지나므로
 직선의 방정식은

$$y - 4 = \frac{0 - 4}{5 - 4}(x - 4), y = -4x + 20$$

따라서 점 A 의 좌표는 $(0, 20)$ 이므로

$$\triangle AOB = \frac{1}{2} \times 20 \times 4 = 40 \text{ 이다.}$$

21. 일차함수 $y = 3x + b$ 의 그래프가 다음과 같을 때,
다음 중 옳지 않은 것은?



- ① (기울기) > 0 , $b < 0$ 이다.
- ② 제2 사분면을 지나지 않는다.
- ③ $y = 3x$ 의 그래프와 평행하다.
- ④ y 절편은 $-b$ 이다.
- ⑤ x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

해설

- ④ y 절편은 b 이다.

22. 일차함수 $y = 2x + 3$ 의 그래프와 평행하고, y 절편이 2인 일차함수의 식은?

① $y = 2x + 5$

② $y = 2x + 3$

③ $y = 2x + 2$

④ $y = 3x + 2$

⑤ $y = 3x + 3$

해설

$$y = 2x + 2$$

23. 기울기가 -2 인 일차함수 $y = ax + b$ 가 점 $(1, 3)$ 을 지날 때, $a + b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

기울기가 -2 이므로 $a = -2$ 이고

$y = -2x + b$ 가 점 $(1, 3)$ 을 지나므로 $b = 5$ 이다.

따라서 $a + b = -2 + 5 = 3$ 이다.

24. 두 점 $(-2, 0)$, $(-2, -3)$ 을 지나는 직선의 방정식은?

① $x = -2$

② $y = -2$

③ $x = 0$

④ $x = -3$

⑤ $y = -3$

해설

x 의 값이 -2 로 일정하므로 $x = -2$

25. $y = ax + 3$ 의 그래프를 y 축의 양의 방향으로 b 만큼 평행이동시켰더니 점 $(0, -4)$ 를 지나고, $y = -x - 2$ 와 x 축 위에서 만난다고 할 때, 직선의 방정식 $y = bx + a$ 위에 있지 않은 점은?

① $(0, -2)$

② $(1, -9)$

③ $(-1, 5)$

④ $(-2, 12)$

⑤ $(2, -14)$

해설

$y = ax + 3 + b$ 가 점 $(0, -4)$ 를 지나므로

$$3 + b = -4 \quad \therefore b = -7$$

$y = -x - 2$ 과 x 축 위에서 만나므로

$(-2, 0)$ 은 $y = ax - 4$ 위에 있다.

$$0 = -2a - 4 \quad \therefore a = -2$$

$$\therefore y = -7x - 2$$

$-14 \neq -7 \times 2 - 2$ 이므로

$(2, -14)$ 는 $y = -7x - 2$ 위에 있는 점이 아니다.

26. 기온이 변화함에 따라 소리의 속력은 다음 표와 같이 변화한다고 한다.
기온이 -15°C 일 때의 소리의 속력은?

기온($^{\circ}\text{C}$)	0	5	10	15	20
소리의 속력(m/s)	331	334	337	340	343

▶ 답: m/s

▷ 정답: 322 m/s

해설

$$(\text{기울기}) = \frac{334 - 331}{5 - 0} = \frac{3}{5}$$

$$\therefore y = \frac{3}{5}x + 331$$

$$x = -15 \text{ 일 때, } y = \frac{3}{5} \times (-15) + 331 = 322$$

27. 길이가 20cm 인 양초가 있다. 이 양초는 불을 붙인 후 10 분에 4cm 씩 탄다고 한다. x 분 동안 타고 남은 양초의 길이를 y cm 라 할 때, 불을 붙인 몇 분 후에 양초의 길이가 4cm 가 되는지 구하여라.



답 :

분 후



정답 : 40분 후

해설

$$y = 20 - 4 \times \frac{x}{10}$$

$$y = 20 - \frac{2}{5}x$$

$$20 - \frac{2}{5}x = 4$$

$$\therefore x = 40$$

28. A 지점을 출발하여 0.4(km/분)의 속도로 12km 떨어진 B 지점까지 자전거를 타고 가는 사람이 있다. 출발하여 x 분 후의 이 사람이 간 거리를 y km 라고 할 때, x 와 y 의 관계식은?

① $y = 12x(0 \leq x \leq 1)$

② $y = 4x(0 \leq x \leq 3)$

③ $y = -4x(0 \leq x \leq 3)$

④ $y = 0.4x(0 \leq x \leq 30)$

⑤ $y = -0.4x(0 \leq x \leq 30)$

해설

(거리) = (속력) $\times$ (시간) 이므로

x 분 동안 간 거리를 y km 라고 하면,

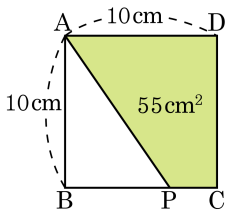
$y = 0.4x$ 가 된다.

단, x 값의 범위는 A와 B사이의

거리가 12km 이므로

0분부터 30분까지이다.

29. 다음 그림의 사각형 ABCD는 한 변의 길이가 10 cm 인 정사각형이다. 점 P가 선분 BC 위에 점 B에서 출발하여 점 C까지 움직인다고 한다. 사각형 APCD의 넓이가 55 cm^2 이하 일 때, 선분 BP의 길이는?



- ① $\overline{BP} \geq 9\text{ cm}$ ② $\overline{BP} \leq 9\text{ cm}$ ③ $\overline{BP} < 9\text{ cm}$
 ④ $\overline{BP} \leq 1\text{ cm}$ ⑤ $\overline{BP} \geq 1\text{ cm}$

해설

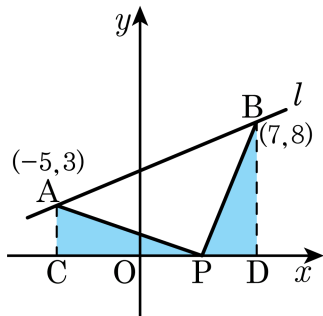
선분 BP를 x 라 할 때

$$(\text{사각형 APCD의 넓이}) = \frac{1}{2} \times (10 - x + 10) \times 10$$

$$5(20 - x) \leq 55$$

$$\therefore x \geq 9$$

30. 다음 그림에서 $\triangle APC$ 와 $\triangle PDB$ 의 넓이는 같다. 점 P의 좌표를 $(a, 0)$ 이라 할 때 $11a$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 41

해설

$$\frac{1}{2} \times 3 \times (a + 5) = \frac{1}{2} \times 8 \times (7 - a)$$

$$3a + 15 = 56 - 8a$$

$$\therefore 11a = 41$$

31. 반지름의 길이가 2 인 원 A 는 y 축과 점 $(0, 4)$ 에서 접하고, 반지름의 길이가 1 인 원 B 는 x 축과 점 $(6, 0)$ 에서 접한다. 이 두 원의 넓이를 동시에 이등분하는 직선을 $y = ax + b$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, A 는 제 2 사분면, B 는 제 4 사분면에 존재)

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{17}{8}$

해설

두 원의 넓이를 이등분하는 직선은 두 원 각각의 중심을 지나야 한다. 원 A 의 중심의 좌표는 $(-2, 4)$, 원 B 의 중심의 좌표는 $(6, -1)$

따라서 $(-2, 4)$ 과 $(6, -1)$ 를 지나는 직선

$y = ax + b$ 를 구하면,

$$y - 4 = \frac{-1 - 4}{6 - (-2)}(x + 2)$$

$$y = -\frac{5}{8}x + \frac{11}{4}$$

$$a = -\frac{5}{8}, b = \frac{11}{4} \text{ 이다.}$$

$$\therefore a + b = \frac{17}{8}$$

32. 일차함수 $y = ax + 3$ 의 그래프는 일차함수 $y = -3x + 1$ 과 평행하다고 한다. 이때, 상수 a 의 값은?

① -3

② -2

③ -1

④ 1

⑤ 3

해설

평행하면 기울기가 같으므로 $a = -3$

33. x, y 가 수 전체일 때, 일차방정식 $ax + 2y - 6 = 0$ 의 그래프가 다음 그림과 같다. 상수 a 의 값은?

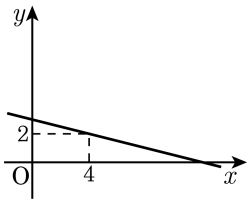
① $\frac{1}{2}$

② $-\frac{3}{2}$

③ $\frac{5}{2}$

④ $-\frac{7}{2}$

⑤ $\frac{9}{2}$



해설

(4, 2) 가 해이므로 $4a + 4 - 6 = 0$ 을 정리하면 $4a - 2 = 0$,
 $4a = 2$ 이다.

따라서 $a = \frac{1}{2}$ 이 나온다.

34. 기울기가 $-\frac{4}{3}$ 이고, y 절편이 2 인 일차방정식 $x + by + c = 0$ 에서 $b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{3}{4}$

해설

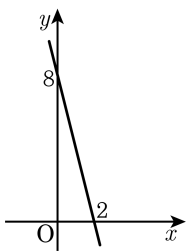
$$y = -\frac{4}{3}x + 2, 3y = -4x + 6$$

$$4x + 3y - 6 = 0, x + \frac{3}{4}y - \frac{3}{2} = 0$$

$$b = \frac{3}{4}, c = -\frac{3}{2}$$

$$\therefore b + c = \frac{3}{4} + \left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{3}{4}$$

35. 다음 그림은 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프를 나타낸 것이다. 이 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 4

해설

y 절편=8이고 점 $(2,0)$ 을 지나므로

$$y = ax + 8, \quad b = 8$$

$y = ax + 8$ 에 $(2,0)$ 을 대입

$$0 = 2a + 8, a = -4$$

$$a + b = (-4) + 8 = 4$$

36. 직선 $3x + 6y = 5$ 와 평행하고 x 절편이 2 인 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 $y = ax + b$ 라 할 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

① -3

② -2

③ $-\frac{1}{2}$

④ $\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{1}{3}$

해설

i) $3x + 6y = 5$ 는 $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{6}$ 이고, 이 함수와 $y = ax + b$ 는
평행하므로 $a = -\frac{1}{2}$ 이다.

ii) $y = -\frac{1}{2}x + b$ 는 $(2, 0)$ 을 지나므로 $0 = -1 + b$

$\therefore b = 1$

따라서 $ab = -\frac{1}{2}$

37. 일차방정식 $x + by + c = 0$ 의 그래프의 x 절편이 -4 이고, y 절편이 2 일 때, $b + c$ 의 값은?

① -2

② 0

③ 2

④ 4

⑤ 8

해설

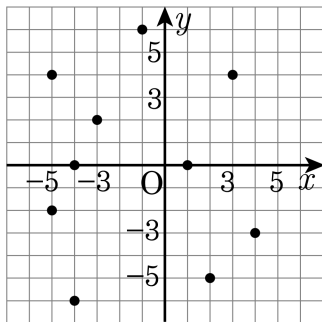
$x + by + c = 0$ 에 $(-4, 0), (0, 2)$ 를 대입하면,

$$-4 + c = 0, c = 4,$$

$$2b + 4 = 0, b = -2$$

$$b + c = -2 + 4 = 2$$

38. 다음 그림과 같이 좌표평면 위에 점들이 주어질 때, 가장 많은 점을 지나는 일차함수의 기울기와 y 절편을 짝지은 것은?



① -2, -8

② -1, 6

③ 1, 7

④ 1, 9

⑤ 2, 8

해설

가장 많은 점을 지나는 일차함수는 $(-5, -2)$, $(-3, 2)$, $(-1, 6)$ 을 지나는 직선이므로 기울기는 $\frac{6-2}{-1-(-3)} = 2$ 이다.

$y = ax + b$ 에서 $y = 2x + b$ 이므로 $(-1, 6)$ 을 대입해 보면 $b = 8$ 이다.

따라서 일차함수의 식은 $y = 2x + 8$ 이고 기울기는 2, y 절편은 8 이다.

39. 직선 $(a+2)x + y - a - 1 = 0$ 이 제 1 사분면을 지나지 않도록 하는 a 의 값의 범위를 구하면?

- ① $-2 < a < -1$ ② $-3 < a < -2$ ③ $-4 < a < -3$
④ $0 < a < 2$ ⑤ $1 < a < 3$

해설

$$y = -(a+2)x + a + 1$$

제 1 사분면을 지나지 않기 위해서는 y 절편이 음수이면 기울기도 음수이어야 한다.

$$-(a+2) < 0, a+1 < 0$$

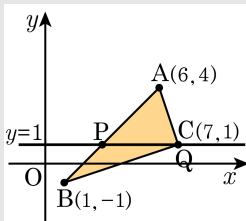
$$\therefore -2 < a < -1$$

40. 세 점 $A(6, 4)$, $B(1, -1)$, $C(7, 1)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 가 있다. x 축에 평행한 직선이 삼각형 ABC 와 두 점 PQ 에서 만난다고 할 때, 선분 PQ 의 길이의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설



선분 PQ 의 길이가 최대가 되려면 위의 그림과 같이 점 Q 는 점 C 와 같아야 한다.

즉, x 축과 평행한 직선의 그래프는 $y = 1$ 이고,

점 P 의 좌표는 직선 AB 와 $y = 1$ 의 교점이다.

직선 AB 의 그래프는 $(6, 4)$ 와 $(1, -1)$ 을 지나는 직선의 방정식과 같으므로

$$y + 1 = \frac{4 + 1}{6 - 1}(x - 1) \quad \therefore y = x - 2$$

$y = x - 2$ 와 $y = 1$ 의 교점의 좌표는 $P(3, 1)$

따라서 선분 PQ 의 길이의 최댓값은 $7 - 3 = 4$ 이다.

41. 네 방정식 $x = a$, $x = -a$, $y = 3$, $2y + 6 = 0$ 의 그래프로 둘러싸인 도형이 정사각형일 때, 상수 a 의 값은? (단, $a > 0$)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

가로의 길이가 $2a$, 세로의 길이가 6 이므로 $2a = 6$

$\therefore a = 3$

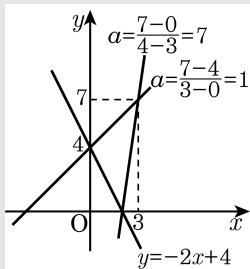
42. 점 (3, 7) 을 지나는 일차함수 $y = ax + b$ 가 $y = -2x + 4$ 와 제 1 사분면에서 만날 때, 상수 a 의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▶ 정답 : $1 < a < 7$

해설

상수 a 는 일차함수 $y = ax + b$ 의 기울기가 된다. 그래프를 나타내면 다음과 같다.



따라서 기울기 a 의 범위는 $1 < a < 7$ 이 되어야 $y = -2x + 4$ 와 제 1 사분면에서 만나게 된다.

43. 연립방정식 $\begin{cases} x - y = -1 \\ ax + y = -3 \end{cases}$ 과 $\begin{cases} 2x - y = b \\ 3x - 2y = 2 \end{cases}$ 의 해를 그래프를 이

용하여 풀었더니 교점의 좌표가 같았다.

이때 a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -2$

▷ 정답 : $b = 3$

해설

연립방정식 $\begin{cases} x - y = -1 \\ 3x - 2y = 2 \end{cases}$ 를 풀면 $x = 4, y = 5$ 가 나온다.

x, y 값을 $\begin{cases} ax + y = -3 \\ 2x - y = b \end{cases}$ 에 각각 대입하면 $\begin{cases} 4a + 5 = -3 \\ 8 - 5 = b \end{cases}$

이므로 $a = -2, b = 3$ 이다.

44. 두 직선 $x - 2y = 5$, $2x + 3y = -4$ 의 교점과 점 $(3, 2)$ 를 지나는 직선의 식을 $y = ax + b$ 라 할 때, ab 의 값을 구하면?

① -8

② -6

③ -4

④ 2

⑤ 6

해설

i) $x - 2y = 5$ 와 $2x + 3y = -4$ 의 교점을 구한다.

$$\begin{array}{r} 2x - 4y = 10 \\ -) 2x + 3y = -4 \\ \hline -7y = 14 \end{array}$$

$$\therefore y = -2, x = 1$$

따라서 교점의 좌표는 $(1, -2)$ 이다.

ii) 교점 $(1, -2)$ 와 점 $(3, 2)$ 를 지나는 직선을 구한다.

$$a = \frac{(y \text{ 증가량})}{(x \text{ 증가량})} = \frac{2 + 2}{3 - 1} = \frac{4}{2} = 2$$

$y = 2x + b$ 에 $x = 3, y = 2$ 를 대입하면 $b = -4$

$$\therefore ab = 2 \times (-4) = -8$$

45. 다음의 서로 다른 4 개의 직선이 오직 한 점에서 만나도록 상수 a, b 의 값을 정할 때, $a + b$ 의 값은?

$$\begin{aligned} 2x + y &= 7, & ax + 7y &= -2, \\ x - y &= 2, & 3x + by &= 9 \end{aligned}$$

① -17

② -9

③ -3

④ 0

⑤ 3

해설

$$\begin{cases} 2x + y = 7 & \dots\dots ① \\ ax + 7y = -2 & \dots\dots ② \\ x - y = 2 & \dots\dots ③ \\ 3x + by = 9 & \dots\dots ④ \end{cases}$$

4 개의 직선이 한 점에서만 만나므로, ①, ③의 교점을 ②, ④가 지나도록 a, b 를 정하면 된다.

$$① + ③ : 3x = 9 \therefore x = 3$$

$$\text{이것을 ③에 대입하면 } 3 - y = 2 \therefore y = 1$$

즉, ①, ③의 교점의 좌표는 (3, 1) 이고, 이것을

$$②\text{에 대입하면, } 3a + 7 = -2, 3a = -9, \therefore a = -3$$

$$④\text{에 대입하면, } 9 + b = 9 \therefore b = 0$$

$$\therefore a + b = -3 + 0 = -3$$

46. 두 직선 $x - ay = 2y$, $2x + ay - 1 = y - 1$ 이 좌표평면 위의 원점 외의 다른 점에서 만나기 위한 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

두 직선의 방정식을 정리하면

$$x - (a + 2)y = 0, \quad 2x + (a - 1)y = 0 \text{ 이고}$$

이를 그래프로 나타내면 $mx + ny = 0$ 의 꼴이므로 원점을 지나는 직선이다.

따라서 원점 이외의 다른 점에서 만나려면 두 직선은 일치해야 한다.

$$\text{즉, } \frac{1}{2} = \frac{-(a+2)}{(a-1)} \text{ 에서 } a-1 = -2(a+2) \text{ 이다.}$$

$$\therefore a = -1$$

47. 좌표평면 위에 두 점 $A(2, 1)$, $B(4, 5)$ 가 있다. 직선 $y = ax + 2$ 가 $\overline{AB}$ 와 만날 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은?

① $-\frac{1}{2}$

② 0

③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{3}{4}$

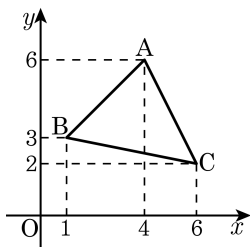
⑤ 1

해설

이 직선은 점 $(0, 2)$ 를 반드시 지나므로, a 의 값은 $(2, 1)$ 을 지날 때 최소, $(4, 5)$ 를 지날 때 최대이다.

$$\therefore -\frac{1}{2} \leq a \leq \frac{3}{4}$$

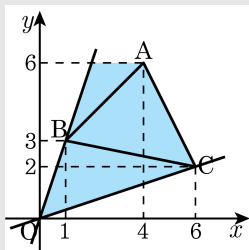
48. 다음 그림에서 일차함수 $y = ax$ 의 직선이 $\triangle ABC$ 와 교차할 때, a 의 값의 범위는?



- ① $\frac{1}{2} \leq a \leq 2$ ② $\frac{1}{3} \leq a \leq \frac{3}{2}$ ③ $\frac{3}{2} \leq a \leq 3$
 ④ $\frac{1}{3} \leq a \leq 3$ ⑤ $\frac{1}{3} \leq a \leq 2$

해설

$y = ax$ 의 그래프는 원점을 지나므로



$y = ax$ 의 그래프가 $\triangle ABC$ 와 교차하기 위해서는 색칠한 부분을 지나야 한다.(경계선 포함)

점(6, 2)를 대입하면 $a = \frac{1}{3}$ 이고, 점(1, 3)을 대입하면 $a = 3$ 이다.

$$\therefore \frac{1}{3} \leq a \leq 3$$

49. 세 직선 $y = 0$, $y = x$, $y = -\frac{2}{3}x + 4$ 로 둘러싸인 도형의 넓이는?

① $\frac{32}{5}$

② $\frac{34}{5}$

③ $\frac{36}{5}$

④ $\frac{38}{5}$

⑤ 8

해설

세 직선으로 둘러싸인 도형은 삼각형이고,

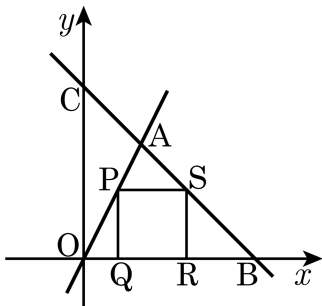
$y = x$ 와 $y = -\frac{2}{3}x + 4$ 의 교점을 구하면,

$x = -\frac{2}{3}x + 4$ 에서 $\left(\frac{12}{5}, \frac{12}{5}\right)$ 이므로 높이는 $\frac{12}{5}$ 이다.

그리고 $y = -\frac{2}{3}x + 4$ 의 x 절편은 6 이므로 밑변의 길이는 6 이다.

따라서 (넓이) $= \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{12}{5} = \frac{36}{5}$ 이다.

50. 다음 그림의 $y = 2x$, $y = -x + 6$ 의 교점을 A 라 하고, $\square PQRS$ 는 정사각형이다. 점 P의 x 좌표가 a 일 때, 점 A를 지나면서 정사각형 PQRS의 넓이를 이등분하는 직선의 방정식을 구하면?



① $y = 7x + 18$

② $y = 7x - 18$

③ $y = -7x + 18$

④ $y = -7x - 18$

⑤ $y = 7x + 8$

해설

$P(a, 2a), Q(a, 0), R(3a, 0), S(3a, 2a)$

S가 $y = -x + 6$ 위의 점이므로

$$2a = -3a + 6 \quad \therefore a = \frac{6}{5}$$

정사각형 PQRS의 넓이를 이등분하는 직선은 P, R의 중점 $(2a, a)$ 를 지나므로

A(2, 4)와 $\left(\frac{12}{5}, \frac{6}{5}\right)$ 을 지나는 직선의 방정식은 $y = -7x + 18$