

1. 다음 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $a > b, c > d$ 이면 $a + c > b + d$ 이다.
- ㉡ $a > b$ 이면 $a^2 > b^2$ 이다.
- ㉢ $a > b > 0$ 이면 $\frac{1}{b} > \frac{1}{a}$ 이다.

- ① ㉠

② ㉠, ㉡

③

㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

- ㉠ $a - b > 0, c - d > 0$ 에서 양변을 더해 정리하면 주어진 식이 나온다.
- ㉡ $a > 0 > b$ 인 경우 b 의 절댓값이 a 보다 크면 주어진 식은 성립하지 않는다.
- ㉢ 주어진 식에서 a, b 의 부호가 모두 양수이므로 그 역수는 반대가 된다.

2. 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $k^2x+1 > 2kx+k$ 가 성립할 때, k 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$k^2x+1 > 2kx+k$ 에서
 $(k^2-2k)x > k-1$,
 $k(k-2)x > k-1$
해가 모든 실수이므로
 $k(k-2) = 0$, $k-1 < 0$ 이어야 한다.
 $\therefore k = 0$

3. x 에 대한 부등식 $(a+b)x+a-2b>0$ 의 해가 $x<1$ 일 때, x 에 대한 부등식 $(b-3a)x+a+2b>0$ 의 해는?

① $x<-10$

② $x<-5$

③ $x>-5$

④ $x<5$

⑤ $x>5$

해설

$(a+b)x+a-2b>0$ 에서 $(a+b)x>-a+2b\cdots㉠$

㉠의 해가 $x<1$ 이라면 $a+b<0\cdots㉡$

㉠이 양변을 $a+b$ 로 나누면 $x<\frac{-a+2b}{a+b}$ 이므로

$\frac{-a+2b}{a+b}=1, \quad -a+2b=a+b$

$\therefore 2a=b\cdots㉢$

㉢을 ㉡에 대입하면 $a+2a=3a<0\therefore a<0$

㉢을 부등식 $(b-3a)x+a+2b>0$ 에 대입하면

$(2a-3a)x+a+4a>0, \quad -ax>-5a \quad \therefore x>5$

4. 이차부등식 $x^2 - 6x + 9 \geq 0$ 의 해를 구하면?

① 해가 없다

② $x = 3$

③ $x \neq 3$ 인 모든 실수

④ $-3 < x < 3$

⑤ 모든 실수

해설

$(x - 3)^2 \geq 0$, (실수) $^2 \geq 0$ 이므로
∴ ⑤ 모든 실수

5. 부등식 $x^2 - kx + 2 > 0$ 이 항상 성립하도록 하는 상수 k 의 범위를 구하면 $a < k < b$ 이다. 이 때, ab 의 값은?

① -10 ② -9 ③ -8 ④ -7 ⑤ -6

해설

$x^2 - kx + 2 > 0$ 이 항상 성립하려면
판별식이 실근을 갖지 않을 때이므로
 $D = k^2 - 4 \cdot 2 < 0$
 $k^2 - 8 < 0, (k - 2\sqrt{2})(k + 2\sqrt{2}) < 0$
 $\therefore -2\sqrt{2} < k < 2\sqrt{2}$
따라서 $a = -2\sqrt{2}, b = 2\sqrt{2}$ 이므로
 $ab = -2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = -8$

6. 이차부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $\frac{1}{14} < x < \frac{1}{10}$ 일 때, 이차부등식 $4cx^2 - 2bx + a < 0$ 의 해는?

- ① $x < -7$ 또는 $x > -5$
- ② $-7 < x < -5$
- ③ $-7 < x < 5$
- ④ $5 < x < 7$
- ⑤ $x < 5$ 또는 $x > 7$

해설

$ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $\frac{1}{14} < x < \frac{1}{10}$ 이므로
 $(14x - 1)(10x - 1) < 0$, $140x^2 - 24x + 1 < 0$
 $-140x^2 + 24x - 1 > 0 \Leftrightarrow ax^2 + bx + c > 0$
 $\therefore a = -140, b = 24, c = -1 \cdots \textcircled{가}$
 $\textcircled{가}$ 를 $4cx^2 - 2bx + a < 0$ 에 대입하면
 $-4x^2 - 48x - 140 < 0$
 $x^2 + 12x + 35 > 0, (x + 7)(x + 5) > 0$
 $\therefore x < -7$ 또는 $x > -5$

7. 부등식 $|x - 2| < k$ 를 만족하는 모든 x 의 값이 부등식 $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 만족할 때, 실수 k 의 최댓값은? (단, $k > 0$)

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

부등식 $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 풀면
 $-8 \leq x^2 - 8 \leq 8$
 $0 \leq x^2 \leq 16$
 $\therefore -4 \leq x \leq 4$
 $k > 0$ 이므로 부등식 $|x - 2| < k$ 을 풀면
 $-k < x - 2 < k$
 $-k + 2 < x < k + 2$
이때, 이 부등식의 모든 해가 $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 만족하려면
 $-k + 2 \geq -4$, $k + 2 \leq 4$ 이어야 하므로
 $k \leq 6$, $k \leq 2$
 $\therefore 0 < k \leq 2$
따라서 실수 k 의 최댓값은 2이다.

8. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 + 3x - 4 < 0 \\ x^2 - 2x - 3 > 0 \end{cases}$ 의 값은?

① $x > -1$

② $-4 < x < -1$

③ $0 < x < 4$

④ $1 < x < 4$

⑤ $-4 < x < 3$

해설

$$x^2 + 3x - 4 < 0 \Rightarrow (x - 1)(x + 4) < 0 \\ \Rightarrow -4 < x < 1$$

$$x^2 - 2x - 3 > 0 \Rightarrow (x + 1)(x - 3) > 0 \\ \Rightarrow x < -1 \text{ 또는 } x > 3$$

∴ 공통부분을 구하면 $-4 < x < -1$

9. $0 \leq x + 2y \leq 1$, $0 \leq -x + y \leq 1$ 일 때 $2x + 3y$ 의 최댓값과 최솟값의 차는 ?

① 0 ② 1 ③ 3 ④ 4 ⑤ 6

해설

$$\begin{array}{r} 0 \leq x + 2y \leq 1 \\ +) 0 \leq -x + y \leq 1 \\ \hline 0 \leq 3y \leq 2 \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ 0 \leq x + 2y \leq 1 \\ -) 0 \leq -2x + 2y \leq 2 \\ \hline -2 \leq 3x \leq 1 \rightarrow -\frac{2}{3} \leq x \leq \frac{1}{3} \cdots \cdots \textcircled{㉡} \end{array}$$

$\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡} \times 2$ 하면

$$\begin{array}{r} 0 \leq 3y \leq 2 \\ +) -\frac{4}{3} \leq 2x \leq \frac{2}{3} \\ \hline \therefore -\frac{4}{3} \leq 3y + 2x \leq \frac{8}{3} \end{array}$$
$$\therefore \text{최댓값} - \text{최솟값} = \frac{8}{3} - \left(-\frac{4}{3}\right) = \frac{12}{3} = 4$$

10. 부등식 $|x+1|+|x-1|<4$ 의 해가 $a<x<b$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

i) $x < -1$ 일 때
 $-(x+1)-(x-1) < 4, -2x < 4$
 $x > -2 \therefore -2 < x < -1$
ii) $-1 \leq x < 1$ 일 때
 $(x+1)-(x-1) < 4$
 $2 < 4$, 항상 성립 $\therefore -1 \leq x < 1$
iii) $x \geq 1$ 일때
 $x+1+(x-1) < 4$
 $2x < 4, x < 2 \therefore 1 \leq x < 2$
i), ii), iii) : $-2 < x < 2$
 $a = -2, b = 2 \therefore a + b = 0$

11. 부등식 $\left|\frac{1}{2} - \frac{1}{3}x\right| \leq 1$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수를 구하면?

- ① 13개 ② 9개 ③ 6개 ④ 4개 ⑤ 2개

해설

$$-1 \leq \frac{1}{2} - \frac{1}{3}x \leq 1$$

$$-6 \leq 3 - 2x \leq 6$$

$$-9 \leq -2x \leq 3$$

$$\therefore -\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{9}{2}$$

그런데 x 는 자연수 이므로 1, 2, 3, 4이다.

12. 부등식 $ax^2 + (a+1)x + a > 0$ 을 만족하는 실수 x 가 존재하기 위한 상수 a 의 값의 범위는?

① $a > -1$

② $a > -\frac{1}{2}$

③ $a > -\frac{1}{3}$

④ $a > -\frac{1}{4}$

⑤ $a > -\frac{1}{5}$

해설

$ax^2 + (a+1)x + a > 0$ 에서

i) $a = 0$ 이면 $x > 0$

$\therefore$ 실수해가 존재한다.

ii) $a > 0$ 이면 $y = ax^2 + (a+1)x + a$ 의 그래프가 아래로 볼록한 모양이므로

$ax^2 + (a+1)x + a > 0$ 을 만족시키는 x 값이 반드시 존재한다.

iii) $a < 0$ 이면 $D = (a+1)^2 - 4a^2 > 0$

$$3a^2 - 2a - 1 < 0, (3a+1)(a-1) < 0$$

$$\therefore -\frac{1}{3} < a < 1, a < 0 \text{ 이므로 } -\frac{1}{3} < a < 0$$

i), ii), iii)에서 $a > -\frac{1}{3}$

13. 이차부등식 $[x]^2 + [x] - 12 \leq 0$ 의 해가 $a \leq x < b$ 일 때, $a + b$ 의 값은?
(단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$[x]^2 + [x] - 12 \leq 0 \text{에서}$$

$$([x] + 4)([x] - 3) \leq 0$$

$$\therefore -4 \leq [x] \leq 3$$

$$x = -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$$

$$\therefore -4 \leq x < 4$$

따라서 $a = -4$, $b = 4$ 이므로 $a + b = 0$ 이다

14. a 가 실수일 때 두 이차방정식 $x^2 + ax + a = 0$, $x^2 - 2ax + 2a + 3 = 0$ 에서 한 방정식만이 허근을 가질 a 의 범위는 ?

- ① $-1 < a < 4$
② $-1 < a < 0$ 또는 $3 < a < 4$
③ $-1 \leq a \leq 4$
④ $-1 < a \leq 0$ 또는 $3 \leq a < 4$
⑤ $3 \leq x \leq 4$

해설

$$x^2 + ax + a = 0 \quad \cdots \textcircled{A}$$

$$x^2 - 2ax + 2a + 3 = 0 \quad \cdots \textcircled{B}$$

①에서 허근을 가지려면

$$D = a^2 - 4a < 0$$

$$\therefore 0 < a < 4$$

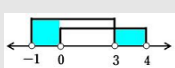
②에서 허근을 가지려면

$$\frac{D}{4} = a^2 - 2a - 3 < 0$$

$$(a + 1)(a - 3) < 0$$

$$\therefore -1 < a < 3$$

한쪽만이 허근을 가지려면,



$$\therefore -1 < a \leq 0 \text{ 또는 } 3 \leq a < 4$$

15. 이차함수 $f(x) = x^2 - 4x + a$ 와 $g(x) = -x^2 - 2x + 1$ 이 있다. 임의의 실수 x_1, x_2 에 대하여 $f(x_1) > g(x_2)$ 일 때, 실수 a 의 값의 범위는?

- ① $a > 6$ ② $a > 5$ ③ $a > 4$ ④ $a > 3$ ⑤ $a > 2$

해설

$$f(x) = x^2 - 4x + a = (x - 2)^2 + a - 4 \text{ 에서}$$

$f(x)$ 의 최솟값은 $a - 4$,

$$g(x) = -x^2 - 2x + 1$$

$$= -(x + 1)^2 + 2 \text{ 에서}$$

$g(x)$ 의 최댓값은 2

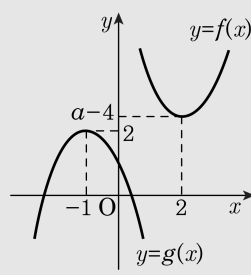
한편, 모든 실수 x_1, x_2 에 대하여

$f(x_1) > g(x_2)$ 이면 오른쪽 그림과 같이

$f(x)$ 의 최솟값이 $g(x)$ 의 최댓값보다

커야하므로

$$a - 4 > 2 \quad \therefore a > 6$$



16. 세 변의 길이가 $x-1$, x , $x+1$ 인 삼각형이 둔각삼각형이 되도록 하는 x 의 값의 범위가 $a < x < b$ 라 할 때, $a+b$ 의 값은?

- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 5
- ⑤ 6

해설

$x-1$, x , $x+1$ 은 삼각형의 세 변이므로
 $x-1 > 0$, $x > 0$, $x+1 > 0$
 $x-1+x > x+1 \therefore x > 2 \cdots \cdots \textcircled{1}$
한편, 둔각삼각형이 되려면 $(x-1)^2 + x^2 < (x+1)^2$
 $x^2 - 4x < 0$ 에서 $0 < x < 4 \cdots \cdots \textcircled{2}$
①과 ②에서 $2 < x < 4$
 $\therefore a = 2, b = 4$
따라서 $a+b = 6$

17. 이차방정식 $x^2 - 2(m - 4)x + 2m = 0$ 의 근에 대하여 다음 조건을 만족하도록 실수 m 의 값의 범위를 차례로 정한 것은 보기 중 어느 것인가?

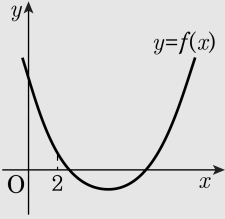
보기

- (i) 두 근이 모두 2보다 크다.
(ii) 2가 두 근 사이에 있다.

- ① $8 \leq m < 10, m > 10$ ② $8 \leq m < 10, m > 8$
③ $-10 \leq m < 10, m > 10$ ④ $-10 \leq m < 10, m > 8$
⑤ $8 \leq m < 10, m > 12$

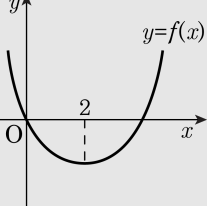
해설

(i) 경계값 $x = 2$ 에서



$f(2) > 0$
축의 위치 $m - 4 > 2$
판별식 $D \geq 0$
 $\therefore 8 \leq m < 10$

(ii)



$f(2) < 0$ 이기만 하면 된다.
 $\therefore m > 10$

18. 이차방정식 $x^2 - mx + 4 = 0$ 의 두 근 사이에 1 이 있도록 하는 실수 m 의 값의 범위는?

① $m < -5$

② $m > -2$

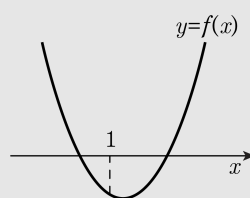
③ $-2 < m < 2$

④ $m > 2$

⑤ $m > 5$

해설

$f(x) = x^2 - mx + 4$ 라 하면 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.
 $f(1) < 0$ 에서 $5 - m < 0$
 $\therefore m > 5$



19. 부등식 $|x^2 + x + 1| \leq |x + 2|$ 의 해는?

① $x \leq -1$

② $-1 \leq x \leq 1$

③ $x \geq 1$

④ 해는 없다.

⑤ 모든 실수

해설

$$x^2 + x + 1 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0 \text{이므로}$$

$$|x^2 + x + 1| = x^2 + x + 1$$

$$x^2 + x + 1 \leq |x + 2| \text{에서}$$

$$(i) \ x < -2 \text{일 때,}$$

$$x^2 + x + 1 \leq -(x + 2), \ x^2 + 2x + 3 \leq 0$$

$$(x + 1)^2 + 2 \leq 0$$

$$\text{그런데 } (x + 1)^2 > 0 \text{이므로 해는 없다.}$$

$$(ii) \ x \geq -2 \text{일 때,}$$

$$x^2 + x + 1 \leq x + 2, \ x^2 \leq 1$$

$$\therefore -1 \leq x \leq 1$$

$$(i), (ii) \text{에 의해 } \therefore -1 \leq x \leq 1$$

20. 어떤 상점에서 스캐너를 한 개에 10만원씩 판매할 때 한 달에 100개가 팔리고, 한 개의 가격을 x 만원 인상하면 월 판매량이 $4x$ 개 줄어드는 것으로 조사되었다. 한 달의 총 판매액이 1200만원 이상이 되도록 하려면 한 개의 가격을 얼마로 하면 좋을까?
- ① 15만원 이상 20만원 이하 ② 10만원 이상 15만원 이하
③ 5만원 이상 10만원 이하 ④ 4만원 이상 8만원 이하
⑤ 2만원 이상 4만원 이하

해설

$(10 + x)(100 - 4x) \geq 1200, 4x^2 - 60x + 200 \leq 0$
 $x^2 - 15x + 50 = (x - 5)(x - 10) \leq 0$
 $\therefore 5 \leq x \leq 10$
10만원씩 판매할 때보다 5만 원 이상 10만 원 이하 인상해야 하므로 한 개의 가격을 15만 원 이상 20만 원 이하가 되도록 하면 된다.

21. 연립방정식
$$\begin{cases} 2x + y + z = 1 \\ x + 2y + z = k \\ x + y + 2z = 2k^2 \end{cases}$$
의 해 x, y, z 가 모두 양수일 때, k 의

값의 범위는?

- ① $-\frac{3}{2} < k < 0$ ② $1 < k < \frac{3}{2}$ ③ $\frac{1}{2} < k < \frac{3}{4}$
 ④ $-2 < k < -\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{1}{2} < k < 1$

해설

$$\text{i) } \begin{cases} 2x + y + z = 1 \cdots \textcircled{1} \\ x + 2y + z = k \cdots \textcircled{2} \\ x + y + 2z = 2k^2 \cdots \textcircled{3} \end{cases} \quad \text{라 하면}$$

$$\textcircled{1} \times 3 - \textcircled{2} - \textcircled{3} \text{에서}$$

$$4x = -2k^2 - k + 3 \\ = -(2k + 3)(k - 1) > 0 \cdots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{2} \times 3 - \textcircled{3} - \textcircled{1} \text{에서}$$

$$4y = -2k^2 + 3k - 1 \\ = -(2k - 1)(k - 1) > 0 \cdots \textcircled{5}$$

$$\textcircled{3} \times 3 - \textcircled{1} - \textcircled{2} \text{에서}$$

$$4z = 6k^2 - k - 1 \\ = (3k + 1)(2k - 1) > 0 \cdots \textcircled{6}$$

$$\text{ii) } \textcircled{4} \text{에서 } -\frac{3}{2} < k < 1$$

$$\textcircled{5} \text{에서 } \frac{1}{2} < k < 1$$

$$\textcircled{6} \text{에서 } k < -\frac{1}{3}, k > \frac{1}{2}$$

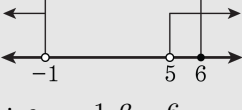
$$\text{이들의 공통부분은 } \frac{1}{2} < k < 1$$

22. 두 부등식 $-x^2 + 4x + 5 < 0$,
 $x^2 + ax - b \leq 0$ 에 대하여
두 부등식 중 적어도 하나를 만족하는 x 의 값은 실수 전체이고, 두
부등식을 동시에 만족하는 x 의 값은 $5 < x \leq 6$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

- ① -1 ② 1 ③ -11 ④ 11 ⑤ 5

해설

$x^2 - 4x - 5 > 0$
 $(x + 1)(x - 5) > 0$
 $x < -1$ 또는 $x > 5$
 $x^2 + ax - b \leq 0$
 $\Rightarrow (x - \alpha)(x - \beta) \leq 0$ 라 하자
 $\alpha \leq x \leq \beta$
이제 주어진 조건에 만족하려면



$\therefore \alpha = -1, \beta = 6$
 $\Rightarrow (x + 1)(x - 6) = x^2 - 5x - 6$
 $a = -5, b = 6, a + b = 1$

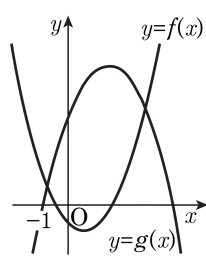
23. 이차방정식 $x^2 + mx + m + 1 = 0$ 의 한 근은 -1 과 0 사이에 있고, 다른 한 근은 1 과 2 사이에 있도록 m 의 값의 범위를 정하면?

- ① $m < -1$ ② $-\frac{5}{3} < m < -1$ ③ $-\frac{5}{2} < m < 1$
④ $-\frac{5}{3} < m < 0$ ⑤ $-\frac{5}{2} < m < 0$

해설

$x^2 + mx + m + 1 = f(x)$ 라 하면,
 $f(-1) > 0, f(0) < 0, f(1) < 0, f(2) > 0$
 $\therefore 2 > 0, m + 1 < 0 \quad 2m + 2 < 0, 3m + 5 > 0$
위 네 부등식을 연립하면
 $\therefore -\frac{5}{3} < m < -1$

24. 이차항의 계수가 각각 1, -1 인 두 이차함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프는 다음의 그림과 같다. 부등식 $f(x) - g(x) \leq 0$ 의 해가 $-1 \leq x \leq 3$ 이고 $f(2) = 1$ 일 때, $g(1)$ 의 값은?



- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$y = f(x)$ 의 y 절편이 -1 이므로 $f(x) = x^2 + ax - 1$ 로 놓을 수 있다.

$$f(2) = 2a + 3 = 1 \text{에서 } a = -1$$

$$\therefore f(x) = x^2 - x - 1$$

$g(x) = -x^2 + bx + c$ 로 놓으면 $f(x) - g(x) \leq 0$ 의 해가 $-1 \leq x \leq 3$ 이므로

$$f(x) - g(x) = 2x^2 - (1+b)x - 1 - c = 2(x+1)(x-3) = 2x^2 - 4x - 6$$

따라서, $1+b=4$, $-1-c=-6$ 에서

$$b=3, c=5$$

$$\therefore g(x) = -x^2 + 3x + 5$$

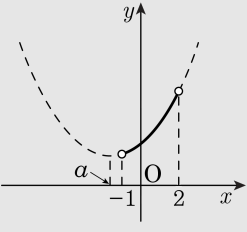
$$\therefore g(1) = 7$$

25. $-1 < x < 2$ 인 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $x^2 - 2ax + 2a + 3 > 0$ 이 항상 성립하도록 하는 정수 a 의 개수는?

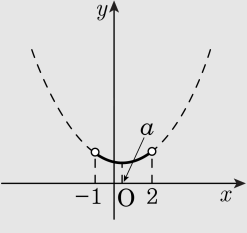
- ① 2 개 ② 3 개 ③ 4 개 ④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

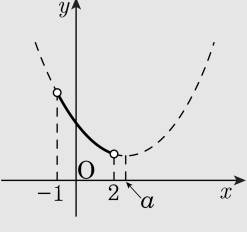
$f(x) = x^2 - 2ax + 2a + 3$ 이라 하면
 $f(x) = (x - a)^2 - a^2 + 2a + 3$



$-1 < x < 2$ 에서
부등식 $f(x) > 0$ 이 항상 성립하려면
(i) $a < -1$ 일 때,
다음 그림에서 $f(-1) > 0$
 $4a + 4 > 0 \quad \therefore a > -1$
그런데 $a < -1$ 이므로 이를 만족시키는 a 의 값은 없다.
(ii) $-1 \leq a < 2$ 일 때,



다음 그림에서 $f(a) > 0$
 $-a^2 + 2a + 3 > 0$ 에서
 $(a + 1)(a - 3) < 0$
 $\therefore -1 < a < 3$
그런데 $-1 \leq a < 2$ 이므로 $-1 < a < 2$
그런데 $a = -1$ 인 경우 $f(a) = 0$ 이어도
 $-1 < x < 2$ 에서는 $f(x) > 0$ 이므로 성립한다.
따라서 $-1 \leq a < 2$



(iii) $a \geq 2$ 일 때, 다음 그림에서
 $f(2) > 0 \quad -2a + 7 > 0 \quad \therefore a < \frac{7}{2}$
그런데 $a \geq 2$ 이므로 $2 \leq a < \frac{7}{2}$
(i), (ii), (iii) 에서 a 의 값의 범위는
 $-1 \leq a < \frac{7}{2}$
따라서, 정수 a 는 $-1, 0, 1, 2, 3$ 으로 5 개다.

26. 실계수 사차방정식 $(x^2 + x)^2 + a(x^2 + x) + 1 = 0$ 의 근이 모두 실수가 되도록 하는 a 의 값의 범위는?

① $a \leq -\frac{1}{4}$

② $a \geq -\frac{1}{4}$

③ $a \geq 0$

④ $a \leq -2$

⑤ $a \geq -2$

해설

$x^2 + x = t$ 라 두면 주어진 방정식은

$$f(t) = t^2 + at + 1 = 0 \dots\dots \textcircled{1}$$

①의 근을 α, β 라 하면

$$x^2 + x = \alpha \text{ 와}$$

$$x^2 + x = \beta$$

$y = x^2 + x$ 와 $y = \alpha$ (또는 β)의 그래프를

그려보면 다음과 같다.

네 근이 모두 실수일 조건은

$$\alpha \geq -\frac{1}{4} \text{ 이고 } \beta \geq -\frac{1}{4}$$

이렇게 될 조건은 ①에 대하여

$$D = a^2 - 4 \geq 0, \text{ 대칭축 : } -\frac{a}{2} \geq -\frac{1}{4},$$

$$f\left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{16} - \frac{a}{4} + 1 \geq 0$$

정리하면 구하는 조건은 $a \leq -2$

