

1. 이차방정식 $3x^2 - 6x - 2 = 0$ 의 양의 근을 고르면?

① $x = \frac{3 \pm \sqrt{15}}{3}$

② $x = \frac{3 + \sqrt{15}}{3}$

③ $x = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{3}$

④ $x = \frac{3 + \sqrt{3}}{3}$

⑤ $x = \frac{3 - \sqrt{3}}{3}$

해설

근의 공식(짝수 공식)으로 풀면

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 3 \times (-2)}}{3} = \frac{3 \pm \sqrt{15}}{3}$$

$\therefore 3 < \sqrt{15}$ 이므로 양의 해는 $\frac{3 + \sqrt{15}}{3}$

2. 이차방정식 $\frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{5}{6} = 0$ 의 근이 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{3}$ 일 때, $A + B$ 의 값은?

① -1

② 11

③ 5

④ -8

⑤ 10

해설

양변에 12를 곱하면 $9x^2 + 6x - 10 = 0$

근의 공식(짝수 공식)을 이용하면

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 90}}{9} = \frac{-3 \pm 3\sqrt{11}}{9}$$

$$\therefore x = \frac{-1 \pm \sqrt{11}}{3}, A = -1, B = 11$$

$$\therefore A + B = -1 + 11 = 10$$

3. 이차방정식 $kx^2 + 4x + 1 = 0$ 이 서로 다른 두 근을 갖게 될 k 의 범위는?

① $k > 4$

② $k < 4$

③ $k \geq 4$

④ $k \leq 4$

⑤ $-4 \leq k \leq 4$

해설

$$\frac{D}{4} = 2^2 - k > 0$$

$$\therefore k < 4$$

4. 이차방정식 $(2x - 1)^2 = 3$ 의 두 근의 합을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

주어진 식을 정리하면

$$4x^2 - 4x - 2 = 0$$

$$\therefore (\text{두 근의 합}) = -\left(-\frac{4}{4}\right) = 1$$

5. 이차방정식 $x^2 - 5x - 2 = 0$ 의 두 근을 m, n 이라 할 때, $m^2 + n^2$ 의 값은?

① 25

② 29

③ 36

④ 47

⑤ 67

해설

두 근의 합 $m + n = 5$, 두 근의 곱 $mn = -2$

$$m^2 + n^2 = (m + n)^2 - 2mn = 29$$

6. 이차방정식 $x^2 + x + a = 0$ 의 한 근이 -4 이고, 다른 한 근이 $3x^2 + bx + 21 = 0$ 의 한 근일 때, $a - b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$x = -4$ 를 $x^2 + x + a = 0$ 에 대입하면
 $16 - 4 + a = 0$, $a = -12$ 이다.

$x^2 + x - 12 = 0$ 에서 다른 한 근은 $x = 3$

$x = 3$ 을 $3x^2 + bx + 21 = 0$ 에 대입하면
 $b = -16$ 이다.

$$\therefore a - b = -12 + 16 = 4$$

7. 자연수 1에서 n 까지의 합을 구하는 식을 나타낸 것이다. 이 식을 이용하여 1 부터 까지를 더하면 그 합이 28 이라고 할 때, 빈 칸에 들어갈 수를 구하여라.

$$\frac{n(n+1)}{2}$$

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$$\frac{n(n+1)}{2} = 28 \text{ 이므로}$$

$$n^2 + n - 56 = 0$$

$$(n+8)(n-7) = 0$$

$$n > 0 \text{ 이므로 } n = 7 (\because n > 0)$$

8. 지상으로부터 30m 인 지점에서 1 초에 15m 의 빠르기로 던져올린 공의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 $h = -5t^2 + 15t + 30$ 인 관계가 성립한다. 발사 후 3 초 후의 높이를 구하여라.

▶ 답: m

▷ 정답: 30 m

해설

$h = -5t^2 + 15t + 30$ 에서 $t = 3$ 을 대입하면

$$h = -45 + 45 + 30 = 30$$

따라서 발사 후 3초 후의 높이는 30m이다.

9. 어떤 원에서 반지름의 길이를 2cm 만큼 줄였더니 넓이는 반으로 줄었다. 처음 원의 반지름의 길이는?

① $(4 + 3\sqrt{2})\text{cm}$

② $(4 - \sqrt{2})\text{cm}$

③ $(4 + \sqrt{2})\text{cm}$

④ $(4 - 2\sqrt{2})\text{cm}$

⑤ $(4 + 2\sqrt{2})\text{cm}$

해설

처음 원의 반지름을 $x\text{cm}$ 라 하면,

$$\frac{1}{2}x^2\pi = (x-2)^2\pi$$

$$x^2 = 2(x^2 - 4x + 4)$$

$$(x-4)^2 = 8$$

$$x = 4 \pm 2\sqrt{2}$$

$x > 2$ 이므로 $x = 4 + 2\sqrt{2}(\text{cm})$ 이다.

10. 어떤 원의 반지름의 길이를 3cm 늘였더니 넓이가 처음 원의 넓이의 4배가 되었다. 처음 원의 반지름의 길이를 구하여라.

▶ 답: cm

▷ 정답: 3cm

해설

처음 원의 반지름의 길이를 x cm 라고 하면

$$(x + 3)^2\pi = 4x^2\pi$$

$$x^2 + 6x + 9 - 4x^2 = 0$$

$$3x^2 - 6x - 9 = 0$$

$$3(x - 3)(x + 1) = 0$$

$$\therefore x = 3(\text{cm}) (\because x > 0)$$

11. 다음은 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은?

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \text{①} = -\frac{c}{a} + \text{①}$$

$$(x + \text{②})^2 = \text{③}$$

$$x = \text{④} \pm \text{⑤}$$

$$\text{①} \quad \frac{b^2}{4a^2}$$

$$\text{②} \quad \frac{b}{2a}$$

$$\text{③} \quad \frac{b^2 - 4ac}{2a}$$

$$\text{④} \quad -\frac{b}{2a}$$

$$\text{⑤} \quad \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

해설

$$ax^2 + bx + c = 0 \leftarrow \text{양변을 } a \text{ 로 나눈다.}$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a} \leftarrow \text{양변에 } \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} \text{ 을 더한다.}$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

\therefore ③이 잘못되었다.

12. 이차방정식 $0.2x^2 - 0.3x - 1 = 0$ 의 두 근 중에서 큰 근을 k 라고 할 때, k 보다 크지 않은 최대의 정수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$0.2x^2 - 0.3x - 1 = 0$ 의 양변에 10 을 곱하면

$$2x^2 - 3x - 10 = 0$$

$$\therefore x = \frac{3 \pm \sqrt{89}}{4}$$

따라서 $k = \frac{3 + \sqrt{89}}{4}$ 이므로 최대 정수는 3 이다.

13. 다음 이차방정식 중에서 해가 없는 것은?

① $4x^2 - 12x + 9 = 0$

② $x^2 + 2x + 5 = 0$

③ $2x^2 - 4x + 1 = 0$

④ $4x^2 - 7x + 3 = 0$

⑤ $6x - 5x^2 = 0$

해설

② $D = 2^2 - 4 \times 5 = -16 < 0$

14. 이차방정식 A 가 중근을 가질 때의 k 의 값이 이차방정식 B 의 두 근일 때, $\frac{n}{m}$ 의 값을 구하여라.

$$A : x^2 + (k - 2)x + 4 = 0$$

$$B : x^2 + mx + n = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

A 가 중근을 가지려면 $(k - 2)^2 - 4 \times 1 \times 4 = 0$ 이 되어야 한다.

$$k^2 - 4k - 12 = 0$$

$$(k - 6)(k + 2) = 0$$

$$\therefore k = -2 \text{ 또는 } k = 6$$

$-2, 6$ 이 이차방정식 B 의 두 근이므로

$$4 - 2m + n = 0, 36 + 6m + n = 0$$

두 식을 연립하면 $m = -4, n = -12$ 이다.

$$\therefore \frac{n}{m} = 3$$

15. 다음 이차방정식이 중근을 가질 때, 상수 m 의 값은? (단, $m > 0$)

$$x^2 - m(2x - 1) + 2 = 0$$

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$x^2 - m(2x - 1) + 2 = 0 \text{ 에서 } x^2 - 2mx + m + 2 = 0$$

$$D = (2m)^2 - 4(m + 2) = 0$$

$$4m^2 - 4m - 8 = 0$$

$$m = 2 \text{ 또는 } m = -1$$

따라서 $m = 2$ 이다. ($\because m > 0$)

16. 이차방정식 $x^2 - 2x + 5 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$x^2 - 2x + 5 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로 근과 계수와의 관계에서

$$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = 5$$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 2^2 - 2 \times 5 = -6$$

17. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 $-3, 1$ 일 때, $|a - b|$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

근의 계수의 관계로 부터

$$-a = -3 + 1 = -2 \quad \therefore a = 2$$

$$b = (-3) \times 1 = -3 \quad \therefore b = -3$$

따라서 $|a - b| = |5| = 5$ 이다.

18. 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 한 근이 $3 + \sqrt{5}$ 일 때, ab 의 값으로 옳은 것은? (a, b 는 유리수)

① 24

② -24

③ 12

④ -12

⑤ 10

해설

a, b 가 모두 유리수이므로 $3 + \sqrt{5}$ 가 근이면 $3 - \sqrt{5}$ 도 근이다.

근과 계수와의 관계에서

$$\text{두 근의 합은 } a = (3 + \sqrt{5}) + (3 - \sqrt{5}) = 6$$

$$\text{두 근의 곱은 } b = (3 + \sqrt{5})(3 - \sqrt{5}) = 4$$

$$\therefore ab = 24$$

19. 이차방정식 $x^2 + 4x + a^2 - 3a - 5 = 0$ 의 한 해가 $-2 + \sqrt{5}$ 일 때, a 의 값은? (단, a 는 음의 유리수)

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

한 근이 $-2 + \sqrt{5}$ 이므로 다른 한 근은 $-2 - \sqrt{5}$

근과 계수와의 관계에서

$$a^2 - 3a - 5 = (-2 + \sqrt{5})(-2 - \sqrt{5}) = -1$$

$$a^2 - 3a - 4 = 0, (a - 4)(a + 1) = 0$$

$$\therefore a = -1 (a < 0)$$

20. x 에 대한 이차방정식의 일차항의 계수를 잘못보고 풀었더니 근이 -5 , -1 이었고 상수항을 잘못보고 풀었더니 근이 2 , 4 가 되었다. 이 이차방정식의 옳은 근을 구하면?

① $x = 1$ 또는 $x = -5$

② $x = -1$ 또는 $x = 5$

③ $x = 1$ 또는 $x = 5$

④ $x = -1$ 또는 $x = 4$

⑤ $x = -5$ 또는 $x = 2$

해설

원래 이차방정식을 $x^2 + ax + b = 0$ 이라 하면

$$b = (-5) \times (-1) = 5, \quad -a = 2 + 4 = 6$$

따라서 $x^2 - 6x + 5 = (x - 1)(x - 5) = 0$ 이다.

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 5$$

21. 이차방정식 $2x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근은 $-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}$ 이다. 이 때, 두 근이 $x = a, x = b$ 인 이차방정식을 구하면?

① $x^2 - 3x + 2 = 0$

② $x^2 + \frac{7}{2}x + 3 = 0$

③ $x^2 - 2 - \frac{3}{4} = 0$

④ $x^2 + \frac{4}{3}x - 5 = 0$

⑤ $x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{2} = 0$

해설

$$\alpha + \beta = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} = -\frac{a}{2}$$

$$\therefore a = -2$$

$$\alpha\beta = \left(-\frac{1}{2}\right) \times \frac{3}{2} = \frac{b}{2}$$

$$\therefore b = -\frac{3}{2}$$

$$a + b = -\frac{7}{2}, ab = 3$$

$$\therefore x^2 + \frac{7}{2}x + 3 = 0$$

22. 어떤 정사각형의 가로 길이를 4 cm 길게 하고, 세로 길이를 6 cm 짧게 하여 직사각형을 만들었더니 그 넓이가 39 cm^2 가 되었다. 처음 정사각형의 넓이를 구하여라.

▶ 답: cm^2

▷ 정답: 81 cm^2

해설

정사각형의 한 변의 길이를 $x \text{ cm}$ 라고 하면, $(x + 4)(x - 6) = 39$
이므로

$$x^2 - 2x - 24 = 39$$

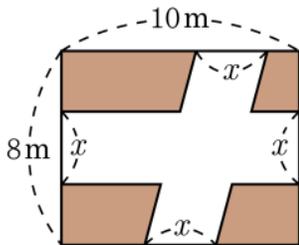
$$x^2 - 2x - 63 = 0$$

$$(x + 7)(x - 9) = 0$$

$$x = 9 (\because x > 6)$$

따라서 처음 정사각형의 넓이는 $9 \times 9 = 81 (\text{cm}^2)$ 이다.

23. 가로, 세로의 길이가 각각 8 m, 10 m 인 직사각형 모양의 땅에 다음 그림과 같이 폭이 x m 로 일정한 길을 만들려고 한다. 색칠한 부분의 넓이가 35 m^2 일 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답: m

▷ 정답: 3 m

해설

도로의 폭을 x m라 하면 도로를 제외한 나머지 부분의 넓이는 가로의 길이가 $(10-x)$ m, 세로의 길이가 $(8-x)$ m인 직사각형의 넓이와 같으므로

$$(10-x)(8-x) = 35$$

$$x^2 - 18x + 45 = 0$$

$$(x-3)(x-15) = 0$$

$$\therefore x = 3 \text{ m} (\because 0 < x < 8)$$

24. 서로 다른 두 수 x, y 에 대하여 $9x^2 + 18xy + 9y^2 = 2x + 2y$ 의 관계가 성립할 때, $x + y$ 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 0

▷ 정답: $\frac{2}{9}$

해설

$$9(x + y)^2 - 2(x + y) = 0$$

$A = x + y$ 라 하면 $A(9A - 2) = 0$ 이다.

$\therefore A = 0$ 또는 $A = \frac{2}{9}$ 이다.

$\therefore x + y = 0$ 또는 $x + y = \frac{2}{9}$

25. 한 개의 주사위를 두 번 던져 처음 나온 눈의 수를 m , 두 번째 나온 눈의 수를 k 라고 할 때,

이차방정식 $mx^2 + (k-2)x + 2 = 0$ 의 근이 중근이 되는 확률을 $\frac{b}{a}$ 라고 한다. $a + b$ 의 값을 구하여라.(단, a, b 는 서로소)

▶ 답:

▶ 정답: 37

해설

주어진 이차방정식이 중근을 가지려면

$$D = (k-2)^2 - 8m = 0$$

$(k-2)^2 = 8m$ 이므로

$(m, k) = (2, 6)$ 이다.

확률은 $\frac{1}{36}$ 이다.

$$\therefore a + b = 37$$

26. 이차방정식 $x^2 - 3ax + 2 = 0$ 의 두 근의 비가 1:2 가 되는 a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 1$

▷ 정답: $a = -1$

해설

$x^2 - 3ax + 2 = 0$ 의 두 근을 $t, 2t$ 이라고 할 때, 근과 계수와의 관계로부터 $t \times 2t = 2, t = \pm 1$

$$t + 2t = 3t = 3a,$$

$$t = -1 \text{ 일 때 } a = -1$$

$$t = 1 \text{ 일 때 } a = 1$$

$$\therefore a = \pm 1$$

27. 이차방정식 $x^2 + 3x - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + 1, \beta + 1$ 을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 2 인 이차방정식은?

① $2x^2 - 2x + 8 = 0$

② $2x^2 - 8x + 4 = 0$

③ $2x^2 + 4x - 8 = 0$

④ $2x^2 - x - 4 = 0$

⑤ $2x^2 + 2x - 8 = 0$

해설

$$\alpha + \beta = -3, \alpha\beta = -2$$

구하는 이차방정식에서

$$\text{두 근의 합은 } (\alpha + 1) + (\beta + 1) = -1$$

$$\text{두 근의 곱은 } (\alpha + 1)(\beta + 1) = \alpha\beta + \alpha + \beta + 1 = -4$$

$$\therefore x^2 + x - 4 = 0$$

$$\text{이차항의 계수가 2 이므로 } 2x^2 + 2x - 8 = 0$$

29. 이차방정식 $x^2 - 6x + (a - 1) = 0$ 의 서로 다른 두 근이 모두 정수가 되도록 하는 자연수 a 값을 모두 더한 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

$$x^2 - 6x = -a + 1, x^2 - 6x + 9 = -a + 10, (x - 3)^2 = -a + 10$$

$$x - 3 = \pm \sqrt{-a + 10}, x = 3 \pm \sqrt{10 - a}$$

두 근이 정수가 되려면 $10 - a$ 가 제곱수가 되어야 하므로

$$10 - a = 9, 4, 1 \text{ 에서 } a = 1, 6, 9$$

a 값 들의 합은 $1 + 6 + 9 = 16$ 이다.