

1. 부등식 $x^2 - kx + 2 > 0$ 이 항상 성립하도록 하는 상수 k 의 범위를 구하면 $a < k < b$ 이다. 이 때, ab 의 값은?

① -10 ② -9 ③ -8 ④ -7 ⑤ -6

해설

$x^2 - kx + 2 > 0$ 이 항상 성립하려면
판별식이 실근을 갖지 않을 때이므로
 $D = k^2 - 4 \cdot 2 < 0$
 $k^2 - 8 < 0, (k - 2\sqrt{2})(k + 2\sqrt{2}) < 0$
 $\therefore -2\sqrt{2} < k < 2\sqrt{2}$
따라서 $a = -2\sqrt{2}, b = 2\sqrt{2}$ 이므로
 $ab = -2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = -8$

2. 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $(m+2)x^2 - 2(m+2)x + 4 > 0$ 이 항상 성립하도록 할 때, 상수 m 의 값의 범위에 속한 정수의 개수는?

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

모든 실수 x 에 대하여 성립하기 위해서는

$$m \geq -2$$

$$D/4 = (m+2)^2 - 4(m+2) < 0 \text{ 이므로}$$

$$m^2 + 4m + 4 - 4m - 8 = m^2 - 4 < 0$$

따라서 $-2 \leq m < 2$ 이므로

만족하는 정수 m 의 개수는

$-2, -1, 0, 1$ 의 4개

3. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 + 3x - 4 < 0 \\ x^2 - 2x - 3 > 0 \end{cases}$ 의 값은?

① $x > -1$

② $-4 < x < -1$

③ $0 < x < 4$

④ $1 < x < 4$

⑤ $-4 < x < 3$

해설

$$x^2 + 3x - 4 < 0 \Rightarrow (x - 1)(x + 4) < 0 \\ \Rightarrow -4 < x < 1$$

$$x^2 - 2x - 3 > 0 \Rightarrow (x + 1)(x - 3) > 0 \\ \Rightarrow x < -1 \text{ 또는 } x > 3$$

∴ 공통부분을 구하면 $-4 < x < -1$

4. 두 점 $A(a, 2b + a)$, $B(-a, a)$ 사이의 거리가 $2\sqrt{5}$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= \sqrt{(-a-a)^2 + (a-(2b+a))^2} \\ &= \sqrt{4a^2 + 4b^2} = 2\sqrt{a^2 + b^2} = 2\sqrt{5} \\ \therefore a^2 + b^2 &= 5\end{aligned}$$

5. 두 점 $A(-1, 4)$, $B(6, 3)$ 에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 $P(a, b)$ 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$P = (a, 0)$ 이므로 $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 에서
 $(a + 1)^2 + 4^2 = (a - 6)^2 + 9$, $a = 2$
 $\therefore P = (2, 0)$
 $a + b = 2$

6. 두 점 A(2,0) , B(5,3) 에 대하여 $\overline{AB}$ 를 2 : 1 로 내분하는 점을 P ,
2 : 1로 외분하는 점을 Q 라고 할 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하면?

① $2\sqrt{2}$ ② $\sqrt{10}$ ③ 10 ④ 4 ⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$$P = \left(\frac{2 \times 5 + 1 \times 2}{3}, \frac{2 \times 3 + 1 \times 0}{3} \right) = (4, 2)$$

$$Q = \left(\frac{2 \times 5 - 1 \times 2}{2 - 1}, \frac{2 \times 3 - 1 \times 0}{2 - 1} \right) = (8, 6)$$

$$\therefore \overline{PQ} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}$$

7. 세 점 A $(-1, 1)$, B $(-3, -2)$, C $(2, -1)$ 에 대하여 사각형 ABCD가 평행사변형이 되도록 D의 좌표를 정하면?

㉠ $(4, 2)$

㉡ $(2, 4)$

㉢ $(3, 5)$

㉣ $(5, 3)$

㉤ $(1, -5)$

해설

D (a, b) 라 두면 평행사변형의 성질로부터
대각선 $\overline{AD}$ 의 중점과 $\overline{BC}$ 의 중점은 일치한다.

$$\therefore \left(\frac{1}{2}, 0\right) = \left(\frac{a-3}{2}, \frac{b-2}{2}\right)$$

$$\therefore a = 4, b = 2$$

8. 두 점 $A(-2, -3)$, $B(2, 1)$ 을 지나는 직선에 평행하고, 점 $(2, 1)$ 을 지나는 직선의 방정식은?

① $y = x + 1$

② $y = x - 1$

③ $y = -x + 1$

④ $y = -x - 1$

⑤ $y = x$

해설

기울기가 m 이고, 점 (x_1, y_1) 을 지나는 직선의 방정식은 $y - y_1 = m(x - x_1)$

두 점 $A(-2, -3)$, $B(2, 1)$ 을 지나는 직선의 기울기가

$$\frac{1 - (-3)}{2 - (-2)} = 1 \text{ 이므로,}$$

구하는 직선의 방정식은

$$y - 1 = 1 \cdot (x - 2)$$

$$\therefore y = x - 1$$

9. 세 점 A(2, 3), B(-1, 9), C(-4, a) 가 일직선 위에 있을 때, 상수 a 의 값은 얼마인가?

① 6

② 9

③ 12

④ 15

⑤ 17

해설

일직선 위에 있으려면 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 의 기울기가 같다.

$$\overline{AB} \text{의 기울기: } \frac{3-9}{2-(-1)} = -2$$

$$\overline{BC} \text{의 기울기: } \frac{a-3}{(-4)-(2)} \therefore a = 15$$

10. $ac < 0$, $bc > 0$ 일 때, 일차함수 $ax + by + c = 0$ 이 나타내는 직선이 지나지 않는 사분면을 구하여라.

▶ 답 : 사분면

▷ 정답 : 제 2사분면

해설

$b \neq 0$ 이므로,
 $y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b} \cdots \textcircled{1}$
 $ac < 0$, $bc > 0$ 에서 $ac \cdot bc < 0$
 $\therefore abc^2 < 0$ 즉, $ab < 0$
 $ab < 0$ 에서 기울기 $-\frac{a}{b} > 0$
 $bc > 0$ 에서 y 절편 $-\frac{c}{b} < 0$
따라서 $\textcircled{1}$ 은 제 2 사분면을 지나지 않는다.

11. y 절편이 3이고, 직선 $2x + y - 1 = 0$ 에 수직인 직선의 방정식은?

- ① $y = -2x + 3$ ② $y = -\frac{1}{2}x - 3$ ③ $y = -x + 3$
④ $y = \frac{1}{2}x - 3$ ⑤ $y = \frac{1}{2}x + 3$

해설

두 직선이 수직일 조건은
가울기의 곱이 -1 일 때이다.
 $2x + y - 1 = 0$ 에서 $y = -2x + 1$
구하고자 하는 직선의 방정식을
 $y = mx + 3$ 이라면

$$m \times (-2) = -1, \therefore m = \frac{1}{2}$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}x + 3$$

12. 두 점 A(3, 2), B(a, b)를 지나는 직선이 직선 $x + 2y - 3 = 0$ 과 직교하고, 그 교점은 선분 AB를 2 : 1로 내분한다. 이때, $3a + b$ 의 값은?

- ① 3
- ② 5
- ③ 7
- ④ 9
- ⑤ 10

해설

직선 AB의 기울기는 2이므로
 $\frac{b-2}{a-3} = 2$
 $b-2 = 2(a-3), b = 2a-4 \cdots \cdots \textcircled{1}$
 $\overline{AB}$ 를 2 : 1로 내분하는 점은
 $\left(\frac{2a+1 \cdot 3}{2+1}, \frac{2b+1 \cdot 2}{2+1}\right) = \left(\frac{2a+3}{3}, \frac{2b+2}{3}\right)$ 이고,
이 점은 직선 $x + 2y - 3 = 0$ 위에 있으므로
 $\frac{2a+3}{3} + 2 \frac{2b+2}{3} - 3 = 0,$
 $a + 2b - 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면
 $a = \frac{9}{5}, b = -\frac{2}{5}$
 $\therefore 3a + b = 5$

13. x 축 위의 점 P로부터 직선 $4x + 3y + 2 = 0$ 까지의 거리가 2인 점은 두 개 있다. 이 때, 이 두 점 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

P의 좌표를 $(\alpha, 0)$ 이라 하면

P에서 직선까지의 거리가 2이므로

$$\frac{|4 \cdot \alpha + 3 \cdot 0 + 2|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 2$$

$$\therefore |4\alpha + 2| = 10$$

$$4\alpha + 2 = \pm 10$$

$$\therefore \alpha = 2, -3$$

$$\therefore \text{거리 } l \text{ 은 } l = 2 - (-3) = 5$$

14. 다음 세 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 구하여라.

(0,0), (2,6), (6,3)

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$\frac{1}{2}|2 \cdot 3 - 6 \cdot 6| = 15$$

15. 복소수 $z = a + bi$ 를 좌표평면 위의 점 $P(a, b)$ 에 대응시킬 때, $(2 - 3i)z$ 가 실수가 되게 하는 점 P 가 그리는 도형은? (단, a, b 는 실수, $i = \sqrt{-1}$)
- ① 원

② 아래로 볼록한 포물선

③ 위로 볼록한 포물선

④ 기울기가 음인 직선

⑤ 기울기가 양인 직선

해설

$$(2 - 3i)z = (2 - 3i)(a + bi)$$
$$= (2a + 3b) + (2b - 3a)i \cdots \textcircled{1}$$

①이 실수이려면 $2b = 3a$

$$\therefore b = \frac{3}{2}a$$

따라서, 기울기가 양인 직선이다.

16. 두 식 $2x + y = 10$, $y < x < 3y$ 을 동시에 만족시키는 정수 x , y 에 대하여 $x - y$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$2x + y = 10$ 에서 $y = 10 - 2x$ 이므로

$10 - 2x < x < 3(10 - 2x)$

$\therefore \frac{10}{3} < x < \frac{30}{7}$

x 는 정수이므로 $x = 4$

따라서 $y = 2$

$\therefore x - y = 2$

17. 부등식 $|x + 1| < 1 + |2 - x|$ 을 풀어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < 1$

해설

$|x + 1| < 1 + |2 - x|$ 에서

i) $x < -1$ 일 때,

$$-(x + 1) < 1 + (2 - x)$$

$\therefore -1 < 3$ 이므로 성립

$\therefore x < -1$

ii) $-1 \leq x < 2$ 일 때,

$$x + 1 < 1 + 2 - x$$

$\therefore 2x < 2$

$\therefore x < 1$

조건과 공통 범위를 구하면 $-1 \leq x < 1$

iii) $x \geq 2$ 일 때,

$$x + 1 < 1 - (2 - x)$$

$\therefore 1 < -1$ 이므로 모순

i), ii), iii) 에서 구하는 부등식의 해는 $x < 1$

18. 이차부등식 $-x^2 + ax - 3 > 0$ 의 해가 $1 < x < b$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 3

② 5

③ 7

④ 9

⑤ 11

해설

$$\begin{aligned} -x^2 + ax - 3 > 0 &\Leftrightarrow x^2 - ax + 3 < 0 \\ \Leftrightarrow (x-1)(x-b) < 0 &\Leftrightarrow x^2 - (b+1)x + b < 0 \\ b = 3, a = 4 &\therefore a + b = 7 \end{aligned}$$

19. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - x + k = 0$ 의 한 근만이 이차방정식 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 의 두 근 사이에 있을 때, 실수 k 의 값의 범위는?

① $1 < k < 2$

② $-2 < k < 0$

③ $-2 \leq k \leq 0$

④ $k < -2$ 또는 $k > 0$

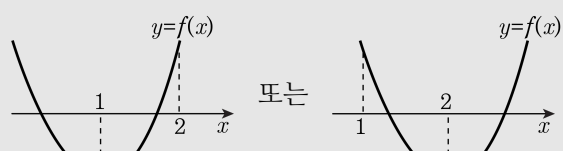
⑤ $-2 < k < -1$

해설

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \text{ 에서 } (x-1)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 2$$

$f(x) = x^2 - x + k$ 로 놓으면 다음 그림과 같이 $y = f(x)$ 의 그래프가 두 점 $(1, 0)$, $(2, 0)$ 사이에서 x 축과 만나야 한다.

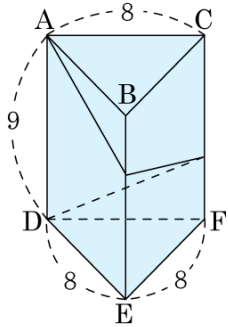


$$\therefore f(1) < 0, f(2) > 0 \not\equiv f(1) > 0, f(2) < 0$$

$$\frac{2}{3}, f(1)f(2) = k(k+2) < 0$$

$$\therefore -2 < k < 0$$

20. 다음 그림과 같은 삼각기둥의 꼭짓점 A 에서 출발하여 모서리 BE, CF 를 순서대로 지나 꼭짓점 D 에 이르는 최단 거리를 구하여라.

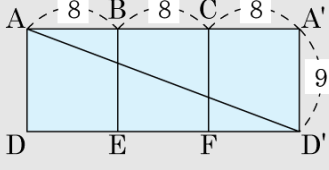


▶ 답 :

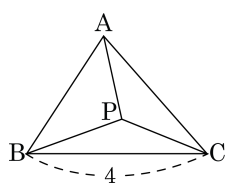
▷ 정답 : $3\sqrt{73}$

해설

$$\overline{AD'} = \frac{\sqrt{24^2 + 9^2}}{\sqrt{576 + 81}} = \frac{\sqrt{657}}{\sqrt{657}} = 3\sqrt{73}$$



21. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정삼각형 ABC의 임의의 내부의 한 점 P에 대하여 $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2$ 의 최솟값은?



- ① 16 ② 17 ③ 18
④ 19 ⑤ 20

해설

다음 그림과 같이 직선 BC를 x 축,
 $\overline{BC}$ 의 중점을 원점 O,
직선 AO를 y 축으로 잡으면

$A(0, 2\sqrt{3}), B(-2, 0), C(2, 0)$

$P(x, y)$ 라 하면

$$\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2$$

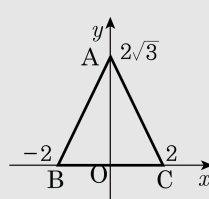
$$= x^2 + (y - 2\sqrt{3})^2 + (x + 2)^2 + y^2 + (x - 2)^2 + y^2$$

$$= 3x^2 + 3y^2 - 4\sqrt{3}y + 20$$

$$= 3x^2 + 3\left(y - \frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2 + 16$$

따라서 $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2$ 은

$x = 0, y = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ 일 때, 최솟값 16을 갖는다.



22. 직선 $x+ay-1=0$ 과 x 축, y 축의 양의 부분으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 $\frac{1}{4}$ 일 때, a 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

해설

$y = -\frac{1}{a}x + \frac{1}{a}$ 의 x 절편은 $(1, 0)$ y 절편은 $(0, \frac{1}{a})$ 이다.

$\therefore$ 삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{a} = \frac{1}{4} \Rightarrow a = 2$

23. 좌표평면 위에 마름모 ABCD 가 있다. 두 점 A, C 의 좌표가 각각 $(-2, 1)$, $(4, -2)$ 일 때, 두 점 B, D 를 지나는 직선의 방정식은?

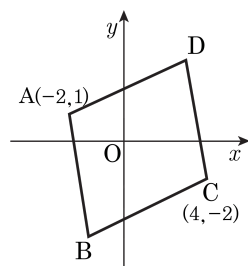
① $y = x - 2$

② $y = x - \frac{5}{2}$

③ $y = 2x - \frac{3}{2}$

④ $y = 2x - 2$

⑤ $y = 2x - \frac{5}{2}$



해설

마름모의 두 대각선은 서로를 수직 이등분하므로 $\overline{BD}$ 는 $\overline{AC}$ 와 수직이고 두 점 A, C 의 중점을 지난다.

$\overline{AC}$ 의 기울기는 $\frac{1 - (-2)}{-2 - 4} = -\frac{1}{2}$,

중점은 $\left(1, -\frac{1}{2}\right)$

두 점 B, D 를 지나는 직선의 방정식은

$$y = 2(x - 1) - \frac{1}{2} = 2x - \frac{5}{2}$$

24. 두 직선 $7x+9y-26=0$ 과 $15x-7y-13=0$ 의 교점과 원점을 지나는 직선의 방정식이 $y=ax$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① -1 ② 1 ③ 3 ④ 5 ⑤ 7

해설

구하는 직선은 임의의 실수 k 에 대하여
 $(7x+9y-26)+k(15x-7y-13)=0\cdots\textcircled{1}$
이 직선이 $(0, 0)$ 을 지나므로 $-26-13k=0$
 $\therefore k=-2$
이것을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면
 $7x+9y-26-2(15x-7y-13)=0$
 $-23x+23y=0$
 $\therefore y=x$
 $\therefore a=1$

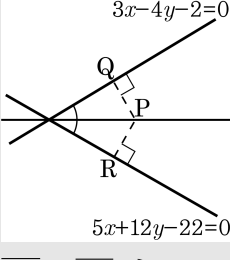
25. 두 직선 $3x-4y-2=0$, $5x+12y-22=0$ 이 이루는 각을 이등분하는 직선의 방정식 중에서 기울기가 양인 직선이 $ax+by+c=0$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

구하는 각의 이등분선 위의 임의의 점 $P(X, Y)$ 에 대하여 P에서 두 직선에 내린 수선의 발을 각각 Q,R이라 하면



$\overline{PQ} = \overline{PR}$ 이므로
 $\frac{|3X-4Y-2|}{\sqrt{9+16}} = \frac{|5X+12Y-22|}{\sqrt{25+144}}$
 $13(3X-4Y-2) = \pm 5(5X+12Y-22)$
즉, $13(3X-4Y-2) = 5(5X+12Y-22)$ 또는
 $13(3X-4Y-2) = -5(5X+12Y-22)$ 정리하면
 $x-8y+6=0$ 또는 $8x+y-17=0$ 에서
기울기가 양이므로
 $\therefore x-8y+6=0$
 $\therefore a+b+c=-1$