1. $\left\{\dfrac{1}{n(n+1)}\right\}$의 제 10항은?

① $\dfrac{1}{10}$ ② $\dfrac{1}{11}$ ③ $\dfrac{1}{110}$ ④ $\dfrac{1}{111}$ ⑤ $\dfrac{1}{1010}$

해설

$$\frac{1}{10\cdot 11}=\frac{1}{110}$$

2. 수열 $1,\ -3,\ 5,\ -7,\ 9,\ \cdots$ 의 100번째 항은?

① -199 ② -99 ③ -59 ④ 99 ⑤ 199

해설

주어진 수열은 각 항의 절댓값이 홀수이고, 부호가 교대로 변하는 꼴이다. 따라서 수열의 일반항은

$a_n = (-1)^{n-1} \times (2n-1)$

$\therefore\ a_{100} = (-1)^{99} \times 199 = -199$

3. 다음 ( ) 안에 알맞은 것은?

$\frac{3}{2}i,\ \frac{5}{4}i,\ (\quad),\ \frac{9}{8}i,\ \frac{11}{10}i,\ \cdots$

① $\frac{5}{4}i$ ② i ③ $\frac{7}{6}i$ ④ $\frac{8}{6}i$ ⑤ $\frac{6}{7}i$

해설

나열된 복소수의 분모의 수열을 a_n이라 하면 $a_n = 2n$
분자의 수열을 b_n이라 하면 $b_n = (2n+1)i$이다.

따라서 구하는 세 번째의 복소수는 $\frac{7}{6}i$이다.

4. 이차방정식 $x^2-6x+4=0$의 두 근을 α, β라 할 때, α, β의 등차중항을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

근과 계수의 관계에 의하여 $\alpha+\beta=6$이므로 α,β의 등차중항은

$\frac{\alpha+\beta}{2}=\frac{6}{2}=3$

5. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_6 + a_{11} + a_{15} + a_{20} = 32$ 일 때, $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{25}$ 의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 200

해설

a_n 의 첫째항을 a, 공차를 d 라 하면

$a + 5d + a + 10d + a + 14d + a + 19d = 32$

$\therefore 4a + 48d = 32$

$a + 12d = 8$

$$S_{25} = \frac{25 \cdot (2a + 24d)}{2}$$

$$= \frac{25 \cdot 2 \cdot (a + 12d)}{2}$$

$$= 25 \times 8 = 200$$

6. 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 보기에서 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ 수열 $\{3a_n\}$은 공차가 9인 등차수열이다.

㉡ 수열 $\{a_{2n-1}\}$은 공차가 6인 등차수열이다.

㉢ 수열 $\{2a_{2n} - a_{2n-1}\}$은 공차가 6인 등차수열이다.

① ㉠ ② ㉠, ㉢ ③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

공차가 3인 등차수열의 일반항은
$a_n = 3n + b$(단, b는 상수)

㉠ $3a_n = 9n + 3b$이므로 공차가 9인 등차수열 ∴ 참

㉡ $a_{2n-1} = 3(2n-1) + b = 6n - 3 + b$이므로 공차가 6인 등차수열 ∴ 참

㉢ $\{2a_{2n} - a_{2n-1}\} = 12n + 2b - (6n - 3 + b)$
$= 6n + 3 + b$
이므로 공차가 6인 등차수열 ∴ 참

7. 두 수 $\frac{45}{4}$, $\frac{99}{4}$ 사이에 n 개의 수를 넣어서 만든 $(n+2)$ 개의 수가 이 순서로 등차수열을 이룰 때, 그 합이 180 이다. 이때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

구하는 합을 S_{n+2} 라고 하면

$$S_{n+2} = \frac{(n+2)\left(\frac{45}{4}+\frac{99}{4}\right)}{2} = 180$$

$18(n+2) = 180,\ n+2 = 90 \quad \therefore\ n = 8$

8. 첫째항부터 제n항까지의 합 $S_n = n^2 + 3n$인 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_1 + a_5 + a_{10}$의 값은?

① 32 ② 34 ③ 36 ④ 38 ⑤ 40

해설

주어진 수열의 합을 이용하여 수열의 일반항을 구한다.

$n \geq 2$일 때,

$a_n = S_n - S_{n-1}$

$= n^2 + 3n - \{(n-1)^2 + 3(n-1)\}$

$= 2n + 2$ ……㉠

$n = 1$일 때, $a_1 = S_1 = 1^2 + 3 \cdot 1 = 4$

이것은 ㉠에 $n = 1$을 대입하여 얻은 값과 같으므로 수열 $\{a_n\}$의 일반항은 $a_n = 2n + 2$

$\therefore a_1 + a_5 + a_{10} = 4 + 12 + 22 = 38$

9. 등차수열 85, x_1, x_2, x_3, $\cdots$, x_p, 100, y_1, y_2, $\cdots$, y_q, 105의 합이 2375가 되도록 하는 p, q의 값은?

① $p=11$, $q=3$ ② $p=12$, $q=4$ ③ $p=15$, $q=3$

④ $p=16$, $q=4$ ⑤ $p=17$, $q=5$

해설

(i) 두 수 열 85, x_1, x_2, x_3, $\cdots$, x_p, 100 과 100, y_1, y_2, $\cdots$, y_q, 105 는 공차가 같은 등차수열이므로

$100=85+(p+1)d$, $105=100+(q+1)d$

$$\frac{100-85}{p+1}=\frac{105-100}{q+1}$$

$15(q+1)=5(p+1)$ $\therefore\ p=3q+2$

(ii) 주어진 수열은 첫째항이 85, 끝항이 105, 항수가 $p+q+3$인 등차수열이고, 그 합이 2375이므로 $\frac{(p+q+3)(85+105)}{2}=2375$

$p+q+3=25$ $\therefore\ p+q=22\cdots$㉠

이때, (i)에서 $p=3q+2$이므로 이것과 ㉠을 연립하여 풀면 $p=17$, $q=5$

10. 세 수 a, b, c가 이 순서로 등차수열을 이루고 $a+b+c=3,\ abc=-3$을 만족할 때, $a^2+b^2+c^2$의 값은?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

공차를 d라 하면

$a=b-d,\ c=b+d$

$a+b+c=3b=3\ \ \therefore b=1$

$abc=(1-d)(1+d)=-3$

$1-d^2=-3$

$d^2=4$

$\therefore d=\pm 2$

(i) $d=2$일 때,

$(a,b,c)=(-1,1,3)$

$a^2+b^2+c^2=1+1+9=11$

(ii) $d=-2$일 때,

$(a,b,c)=(3,1,-1)$

$a^2+b^2+c^2=9+1+1=11$

$\therefore a^2+b^2+c^2=11$