

1. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}(x-2)(x+4)$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구하면?

① (1, 3)

② (1, -3)

③ (-1, -3)

④ (-1, 3)

⑤ (-3, 3)

해설

$$\begin{aligned}y &= -\frac{1}{3}(x-2)(x+4) \\&= -\frac{1}{3}(x^2 + 2x - 8) \\&= -\frac{1}{3}(x^2 + 2x + 1 - 1) + \frac{8}{3} \\&= -\frac{1}{3}(x+1)^2 + \frac{1}{3} + \frac{8}{3} \\&= -\frac{1}{3}(x+1)^2 + 3\end{aligned}$$

2. 이차함수 $y = 3x^2 - 9x + 10$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

① 꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{3}{2}, \frac{13}{4}\right)$ 이다.

② 축의 방정식은 $x = \frac{3}{2}$ 이다.

③ y 축과 $(0, 3)$ 에서 만난다.

④ $x > \frac{3}{2}$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

⑤ $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $\frac{3}{2}$ 만큼, y 축의 방향으로 $\frac{13}{4}$ 만큼 평행 이동한 것이다.

해설

③ y 축과 $(0, 10)$ 에서 만난다.

3. $y = 3x^2 + 6ax + 4$ 의 그래프에서 $x < 1$ 이면 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 감소하고, $x > 1$ 이면 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 증가한다. 이때, 상수 a 의 값은?

① 0

② -1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$\begin{aligned}y &= 3x^2 + 6ax + 4 \\&= 3(x^2 + 2ax) + 4 \\&= 3(x + a)^2 + 4 - 3a^2\end{aligned}$$

따라서 축의 방정식이 $x = 1$ 이므로 $a = -1$ 이다.

4. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}(x-1)^2 + 10$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼,
 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동시켰더니 $y = -\frac{1}{3}(x+4)^2 - 2$ 와
포개어졌다. pq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$$\begin{aligned}y &= -\frac{1}{3}(x-1-p)^2 + 10 + q \\&= -\frac{1}{3}(x+4)^2 - 2\end{aligned}$$

$$-1-p=4, p=-5$$

$$10+q=-2, q=-12$$

$$\therefore pq=60$$

5. 다음 보기의 이차함수 중 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나는 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2$

㉡ $y = -3x^2 + 6x + 2$

㉢ $y = x^2 - 2x + 3$

㉣ $y = 2x^2 + 4x + 5$

㉤ $y = -x^2 + 4x$

㉥ $y = -x^2 + 2x + 2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉥

해설

㉠ $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2$, 꼭짓점이 $(0, 2)$ 인 위로 볼록한 그래프가 그려진다.

$\therefore x$ 축과 두 점에서 만난다.

㉡ $y = -3(x-1)^2 + 5$, 꼭짓점이 $(1, 5)$ 인 위로 볼록한 그래프가 그려진다.

$\therefore x$ 축과 두 점에서 만난다.

㉢ $y = (x-1)^2 + 2$, 꼭짓점이 $(1, 2)$ 인 아래로 볼록한 그래프가 그려진다.

$\therefore x$ 축과 만나지 않는다.

㉣ $y = 2(x+1)^2 + 3$, 꼭짓점이 $(-1, 3)$ 인 아래로 볼록한 그래프가 그려진다.

$\therefore x$ 축과 만나지 않는다.

㉤ $y = -(x-2)^2 + 4$, 꼭짓점이 $(2, 4)$ 인 위로 볼록한 그래프가 그려진다.

$\therefore x$ 축과 두 점에서 만난다.

㉥ $y = -(x-1)^2 + 3$, 꼭짓점이 $(1, 3)$ 인 위로 볼록한 그래프가 그려진다.

$\therefore x$ 축과 두 점에서 만난다.

$\therefore x$ 축과 서로 다른 두 점에서 만나는 것은

㉠, ㉡, ㉤, ㉥

6. $y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프는 두 점 $(k, 0)$, $(-3, 0)$ 에서 x 축과 만난다.
이때, k 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프와 x 축과
만나는 점은 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 의 근과 같다.

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$(x + 3)(x - 1) = 0$$

$$x = -3 \text{ 또는 } x = 1$$

따라서 $k = 1$ 이다.

7. $y = -2x^2 + 4x + k - 1$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 k 값의 범위를 구하면?

① $k < -1$

② $-1 < k < 1$

③ $k \leq -1$

④ $k > -1$

⑤ $0 \leq k \leq 1$

해설

$$y = -2x^2 + 4x + k - 1$$

$$y = -2(x - 1)^2 + k + 1$$

꼭짓점이 $(1, k + 1)$ 인 위로 볼록한 그래프이므로 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나려면

$$\therefore k + 1 > 0, k > -1$$

8. 이차함수 $y = -2x^2 - 12x + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 점 $(-2, 0)$, $(0, -16)$ 을 지났다. $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -19

해설

평행이동한 그래프의 식을

$y = -2x^2 + bx + c$ 라고 하자.

$y = -2x^2 + bx + c$ 의 그래프가 $(-2, 0)$, $(0, -16)$ 을 지나므로

$$0 = -8 - 2b + c, \quad -16 = c$$

$$0 = -8 - 2b - 16 \quad \therefore b = -12$$

$$y = -2x^2 - 12x - 16 = -2(x+3)^2 + 2$$

$$y = -2x^2 - 12x + 3 = -2(x+3)^2 + 21$$

꼭짓점의 좌표가 $(-3, 21)$ 에서 $(-3, 2)$ 로 이동하였으므로 $p = 0$, $q = -19$ 이다.

$$\therefore p + q = 0 - 19 = -19$$

9. 다음 보기의 이차함수 그래프 중 $y = ax^2$ 의 그래프가 3 번째로 폭이 넓을 때, $|a|$ 의 범위는?

보기

㉠ $y = -\frac{3}{2}x^2$

㉡ $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}$

㉢ $y = 2x^2 - x$

㉣ $-3(x+2)^2$

㉤ $y = \frac{x(x-1)(x+1)}{x+1}$

① $1 < |a| < \frac{1}{2}$

② $1 < |a| < \frac{3}{2}$

③ $1 < |a| < \frac{5}{2}$

④ $\frac{1}{2} < |a| < \frac{3}{2}$

⑤ $\frac{1}{2} < |a| < \frac{5}{2}$

해설

a 의 절댓값이 작을수록 폭이 넓어진다.

a 의 절댓값을 각각 구하면

㉠ $\frac{3}{2}$ ㉡ $\frac{1}{2}$ ㉢ 2 ㉣ 3 ㉤ 1 이므로 폭이 넓은 순서는 ㉡, ㉤, ㉠, ㉢, ㉣

이다. 따라서 두 번째인 1과 세 번째인 $\frac{3}{2}$ 사이에 있어야 하므로

④ $1 < |a| < \frac{3}{2}$ 이다.

10. 이차함수 $y = x^2 - 5x - 6$ 의 그래프는 x 축과 두 점 A, B 에서 만난다고 한다. 이 때, 선분 AB 의 길이는?

① 1

② 2

③ 4

④ 6

⑤ 7

해설

$y = x^2 - 5x - 6$ 의 x 절편은 $y = 0$ 대입

$$x^2 - 5x - 6 = 0, (x + 1)(x - 6) = 0$$

$$\therefore x = -1, 6$$

$$\therefore \overline{AB} = 6 - (-1) = 7$$