

1. 다음은 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은?

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c &= 0 \\ x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} \\ x^2 + \frac{b}{a}x + \textcircled{1} &= -\frac{c}{a} + \textcircled{1} \\ (x + \textcircled{2})^2 &= \textcircled{3} \\ x &= \textcircled{4} \pm \textcircled{5} \end{aligned}$$

① $\frac{b^2}{4a^2}$ ② $\frac{b}{2a}$ ③ $\frac{b^2 - 4ac}{2a}$
 ④ $-\frac{b}{2a}$ ⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

해설

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c &= 0 \leftarrow \text{양변을 } a \text{ 로 나눈다.} \\ x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} \leftarrow \text{양변에 } \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} \text{ 을 더한다.} \\ x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} &= -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2} \\ \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 &= \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} \\ x &= -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ \therefore \textcircled{3} \text{ 이 잘못되었다.} \end{aligned}$$

2. 다음은 이차방정식 $ax^2 + 2bx + c = 0$ ($a \neq 0$)을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은? (단, $b^2 - ac \geq 0$)

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \ (a \neq 0)$$
$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a}$$
$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \textcircled{1} = -\frac{c}{a} + \textcircled{1}$$
$$(x + \textcircled{2})^2 = \textcircled{3}$$
$$x = \textcircled{4} \pm \textcircled{5}$$

- ① $\frac{b^2}{a^2}$

② $\frac{b}{a}$

③ $\frac{b^2 - ac}{a^2}$
- ④ $-\frac{b}{a}$

⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a^2}$

해설

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \ (a \neq 0)$$

양변을 a 로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a},$$

양변에 $\frac{b^2}{a^2}$ 을 더하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \frac{b^2}{a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{a^2}$$
$$\left(x + \frac{b}{a}\right)^2 = \frac{b^2 - ac}{a^2}$$
$$x + \frac{b}{a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$
$$x = -\frac{b}{a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

∴ ⑤가 잘못 되었다.

3. 다음은 근의 공식을 이용하여 이차방정식의 근을 구한 것이다. 옳지 않은 것은?

① $x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow x = 2$ 또는 $x = -3$

② $(x - 1)^2 = 3 \Rightarrow x = 1 \pm \sqrt{3}$

③ $-3x^2 + 4x + 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{3}$

④ $x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = 2$ 또는 $x = -2$

⑤ $\frac{1}{2}x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{5}{6} = 0 \Rightarrow x = \frac{5}{3}$ 또는 $x = 1$

해설

① $x^2 - x - 6 = 0, (x - 3)(x + 2) = 0$
 $\therefore x = 3$ 또는 $x = -2$

4. 이차방정식 $-2x^2 + \frac{4}{3}x + 2 = 0$ 을 풀면?

① $x = -3$ 또는 $x = 2$

② $x = \frac{1 \pm \sqrt{10}}{6}$

③ $x = \frac{-1 \pm \sqrt{10}}{6}$

④ $x = \frac{1 \pm \sqrt{10}}{3}$

⑤ $x = \frac{-1 \pm \sqrt{10}}{3}$

해설

양변에 -3 을 곱한 후 근의 공식을 이용한다.

$$6x^2 - 4x - 6 = 0$$

$$\therefore x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4 \cdot 6 \cdot (-6)}}{12}$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{16 + 144}}{12} = \frac{1 \pm \sqrt{10}}{3}$$

5. 이차방정식 $2x^2 + bx + c = 0$ 의 근을 $x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$ 이라 할 때,
이차방정식 $2x^2 - bx - c = 0$ 의 두 근의 합은?

- ① $-\frac{3}{2}$ ② -3 ③ -4 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 1

해설

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 8c}}{4} = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4} \text{ 이므로}$$

$$b = 3, c = -1$$

$$\therefore 2x^2 - 3x + 1 = 0, (2x - 1)(x - 1) = 0$$

$$x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = 1$$

따라서 두 근의 합은 $\frac{3}{2}$ 이다.

6. 이차방정식 $x^2 + ax - 10 = 0$ 의 해가 정수일 때, 정수 a 의 개수를 구하면?

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

곱이 -10 인 두 정수는

$$-10 = (-1) \times 10 = 1 \times (-10)$$

$$= (-2) \times 5 = 2 \times (-5)$$

$(-1, 10), (1, -10), (-2, 5), (2, -5)$

이므로 두 수의 합은 $-9, 9, -3, 3$ 이다.

$a = 9$ 또는 $a = -9$ 또는 $a = 3$ 또는 $a = -3$

따라서 정수 a 의 개수는 4 이다.

7. 이차방정식 $2x^2 - 9x - ax + 3a + 8 = 0$ 이 정수의 근을 가질 때, 정수 a 의 값들의 합을 구하면?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

주어진 식을 a 에 관하여 정리하면 $-a(x-3) + 2x^2 - 9x + 8 = 0$ 이다.

$$\begin{aligned} a &= \frac{2x^2 - 9x + 8}{x-3} \\ &= \frac{(x-3)(2x-3) - 1}{x-3} \\ &= 2x - 3 - \frac{1}{x-3} \end{aligned}$$

a 는 정수이므로 $x-3 = \pm 1$ 이다.

$x = 2$ 또는 $x = 4$ 이므로

(i) $x = 2$ 일 때, $a = 2$

(ii) $x = 4$ 일 때, $a = 4$ 이다.

따라서 정수 a 의 값들의 합은 $2 + 4 = 6$ 이다.

8. x^2 의 계수가 1인 이차방정식을 A , B 두 사람이 푸는데, A 는 일차항의 계수를 잘못 보고 -3 또는 8 을 해로 얻었고, B 는 상수항을 잘못 보고 3 또는 -5 를 해로 얻었다. 이 때, 원래 주어진 이차방정식의 올바른 해는?
- ① $x = -2$ 또는 $x = 5$ ② $x = -3$ 또는 $x = -5$
③ $x = -4$ 또는 $x = 6$ ④ $x = 4$ 또는 $x = -6$
⑤ $x = 3$ 또는 $x = -8$

해설

구하는 이차방정식을 $x^2 + bx + c = 0$ 이라 하자.
 A 는 일차항의 계수를 잘못 봤으므로
 $c = (-3) \times 8 = -24$
 B 는 상수항을 잘못 보았으므로
 $-b = 3 + (-5) = -2, b = 2$
따라서 처음 식은 $x^2 + 2x - 24 = 0, (x - 4)(x + 6) = 0$
 $\therefore x = 4$ 또는 $x = -6$

9. 이차방정식 $(x+1)(x-3) - \frac{x^2+1}{4} = 3(x-1)$ 의 근은?

① $x=0$ 또는 $x=\frac{20}{3}$

② $x=\frac{5\pm 2\sqrt{53}}{6}$

③ $x=\frac{10\pm 2\sqrt{53}}{3}$

④ $x=\frac{5\pm \sqrt{103}}{6}$

⑤ $x=\frac{10\pm \sqrt{103}}{3}$

해설

$$(x^2 - 2x - 3) - \frac{x^2 + 1}{4} = 3x - 3$$

$$4x^2 - 20x - x^2 - 1 = 0$$

$$3x^2 - 20x - 1 = 0$$

$$\therefore x = \frac{10 \pm \sqrt{103}}{3}$$

10. 두 방정식 $0.1x^2 - 0.4x - 0.5 = 0$, $\frac{1}{15}x^2 + \frac{1}{6}x + \frac{1}{10} = 0$ 의 공통근은?

- ① $-\frac{1}{5}$ ② -3 ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ -1

해설

$$\text{i) } 0.1x^2 - 0.4x - 0.5 = 0$$

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$(x+1)(x-5) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 5$$

$$\text{ii) } \frac{1}{15}x^2 + \frac{1}{6}x + \frac{1}{10} = 0$$

$$2x^2 + 5x + 3 = 0$$

$$(2x+3)(x+1) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = -\frac{3}{2}$$

따라서 공통근은 $x = -1$ 이다.

11. 이차방정식 $-x + 0.4(x^2 + 1) = -\frac{1}{3}(x - 1)(2x + 3)$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha - \beta$ 의 값은? (단, $\alpha < \beta$)

- ① $\frac{10}{3}$ ② $-\frac{8}{3}$ ③ -1 ④ 3 ⑤ $-\frac{13}{8}$

해설

$$-x + 0.4(x^2 + 1) = -\frac{1}{3}(x - 1)(2x + 3),$$

$$-x + \frac{2}{5}(x^2 + 1) = -\frac{1}{3}(x - 1)(2x + 3)$$

양변에 15를 곱하여 정리하면

$$-15x + 6(x^2 + 1) = -5(x - 1)(2x + 3)$$

$$16x^2 - 10x - 9 = 0$$

근의 공식을 이용하여 근을 구하면

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 144}}{16} = \frac{5 \pm 13}{16}$$

$$\therefore x = \frac{9}{8} \text{ 또는 } x = -\frac{1}{2}$$

$$\alpha < \beta \text{ 이므로 } \alpha = -\frac{1}{2}, \beta = \frac{9}{8}$$

$$\therefore \alpha - \beta = -\frac{13}{8}$$

12. 다음 이차방정식의 근을 구하면?

$$0.5(x-2)(x+1) = \frac{1}{3}(x-2)^2$$

- ① 1, -7 ② -7, 2 ③ -4, 9 ④ 3, -5 ⑤ 14, 1

해설

양변에 6을 곱하면

$$3(x-2)(x+1) = 2(x-2)^2$$

$$3x^2 - 3x - 6 = 2x^2 - 8x + 8$$

$$x^2 + 5x - 14 = 0$$

$$(x+7)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = -7 \text{ 또는 } x = 2$$

13. $(x-y)(x-y-4)+4=0$ 일 때, $x-y$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$(x-y)(x-y-4)+4=0$$

$x-y$ 를 A 로 치환하면,

$$A(A-4)+4=0$$

$$A^2-4A+4=0, (A-2)^2=0$$

$$(x-y-2)^2=0$$

$$x-y-2=0$$

$$\therefore x-y=2$$

14. 다음 두 식을 만족하는 정수 a, b 의 합을 구하면?

$$\begin{cases} 3(a+b)^2 + (a+b) = 14 \\ 2(a-b)^2 - 9(a-b) = 18 \end{cases}$$

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

해설

$a + b = A, a - b = B$ 라고 하면
 $3A^2 + A = 14$
 $3A^2 + A - 14 = 0$
 $(A - 2)(3A + 7) = 0$
 a, b 는 정수이므로 $a + b = 2 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$
 $2B^2 - 9B = 18$
 $2B^2 - 9B - 18 = 0$
 $(2B + 3)(B - 6) = 0$
 a, b 는 정수이므로 $a - b = 6 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$
 $\textcircled{\text{㉠}} + \textcircled{\text{㉡}}$ 에서 $2a = 8$ 이다.
따라서 $a = 4, b = -2$ 이다.
 $\therefore a + b = 4 + (-2) = 2$

15. $(x + y + 4)(x + y) = 12$ 일 때, $x + y$ 의 값의 합을 구하면?

- ① 2 ② -4 ③ -6 ④ -8 ⑤ 10

해설

$A = x + y$ 라 하면
 $(A + 4)A = 12$
 $A^2 + 4A - 12 = 0$
 $(A - 2)(A + 6) = 0$
 $\therefore A = 2$ 또는 $A = -6$
따라서 $x + y$ 의 값의 합은 $2 + (-6) = -4$ 이다.

16. 다음 이차방정식 중에서 근의 개수가 다른 하나는?

① $2x^2 + 5x - 2 = 0$

② $3x^2 + 7x - 2 = 0$

③ $2x^2 - 3x - 1 = 0$

④ $x^2 + 2x + 4 = 0$

⑤ $(x - 2)^2 = 6$

해설

④ $\frac{D}{4} = 1 - 1 \times 4 < 0$: 근이 없다.

나머지는 근이 2개이다.

17. 다음 이차방정식 중 해가 없는 것은?

① $x^2 - 2x - 4 = 0$

② $2x^2 - 5x + 3 = 0$

③ $x^2 - 4x + 5 = 0$

④ $x^2 - 4x + 4 = 0$

⑤ $3x^2 - 10x + 5 = 0$

해설

판별식 $D < 0$ 이면 이차방정식의 해가 없다.

① $\frac{D}{4} = 1 + 4 = 5 > 0$

② $D = 25 - 24 = 1 > 0$

③ $\frac{D}{4} = 4 - 5 = -1 < 0$

④ $\frac{D}{4} = 4 - 4 = 0$

⑤ $\frac{D}{4} = 25 - 15 = 10 > 0$

18. 서로 다른 실수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c = 0$ 일 때, 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 근의 개수를 구하면?

- ① 서로 다른 두 개의 근을 갖는다.
② 중근을 갖는다.
③ 근이 존재하지 않는다.
④ 모든 실수에 대해서 만족한다.
⑤ 알 수 없다.

해설

방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 판별식 $D = b^2 - 4ac$ 에 $b = -a - c$ 를 대입하면 $D = (-a - c)^2 - 4ac = a^2 - 2ac + c^2 = (a - c)^2 \geq 0$ $a \neq c, a - c \neq 0$ 이므로 $(a - c)^2 > 0$ 이다.
따라서 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 은 서로 다른 두 개의 실근을 가진다.

19. 다음 이차방정식 중 증근을 갖는 것은?

① $x^2 = 6x - 9$

② $2x^2 + x - 3 = 0$

③ $x^2 = 4$

④ $x^2 + 5x = 0$

⑤ $x^2 + 5x + 6 = 0$

해설

증근을 갖는 이차방정식은 $(ax + b)^2 = 0$ 이다.

① $x^2 - 6x + 9 = 0 \leftrightarrow (x - 3)^2 = 0$

$\therefore x = 3$ (증근)

20. 다음 이차방정식이 중근을 가질 때, 상수 a 의 값 중 작은 값은?

$16x^2 + 4ax + 2a - 3 = 0$

- ① 2
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 8

해설

$(4a)^2 - 4 \times 16(2a - 3) = 0$
 $a^2 - 8a + 12 = 0$
 $a = 2, 6$
 $\therefore a$ 의 값 중 작은 값은 2 이다.

21. 방정식 $xy + y^2 - x + 8 = 0$ 을 만족시키는 순서쌍 (x, y) 가 한 개 존재할 때, $x - y$ 의 값은?

① $-2 \pm 2\sqrt{2}$

② $-3 \pm \sqrt{2}$

③ $-3 \pm 6\sqrt{2}$

④ $-3 \pm 8\sqrt{2}$

⑤ $-5 \pm 4\sqrt{2}$

해설

$$x - y = k \text{ 라 하면 } y = x - k$$

이것을 $xy + y^2 - x + 8 = 0$ 에 대입하면

$$x(x - k) + (x - k)^2 - x + 8 = 0$$

$$2x^2 - (3k + 1)x + k^2 + 8 = 0$$

그런데 위 식을 만족시키는 순서쌍 (x, y) 가 한 개이면

판별식이 0 이 되어야 하므로

$$(3k + 1)^2 - 4 \times 2(k^2 + 8) = 0$$

$$k^2 + 6k - 63 = 0$$

$$\therefore k = -3 \pm 6\sqrt{2}$$

$$\therefore x - y = -3 \pm 6\sqrt{2}$$

22. 이차방정식 $a^2x^2 + 2(2-a)x + 1 = 0$ 이 해를 갖지 않도록 하는 상수 a 의 값이 될 수 있는 것은?

① 0

② 2

③ 1

④ $\frac{1}{2}$

⑤ -1

해설

$$D = 4(2-a)^2 - 4a^2 < 0$$

$$\therefore a > 1$$

23. 이차방정식 $x^2 - (k + 2)x + 1 = 0$ 이 중근을 가질 때의 상수 k 의 값 중 큰 값이 이차방정식 $x^2 - ax + a^2 - 1 = 0$ 의 한 근일 때, 양수 a 의 값을 구하여라.

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$x^2 - (k + 2)x + 1 = 0 \text{ 에서}$$

$$(k + 2)^2 - 4 = 0, k^2 + 4k = 0$$

$$k(k - 4) = 0$$

$$k = 0, -4$$

$$x^2 - ax + a^2 - 1 = 0 \text{ 에 } x = 0 \text{ 을 대입하면}$$

$$a^2 - 1 = 0$$

$$a = \pm 1$$

$$\therefore a = 1 (\because a > 0)$$

24. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 2(k+a)x + (k^2 - k + b) = 0$ 이 k 값에 관계없이 중근을 가질 때, $8ab$ 의 값은?

① -2 ② 2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 0

해설

$$D/4 = (k+a)^2 - (k^2 - k + b) = 0$$

k 에 대해서 정리하면

$$(2a+1)k + a^2 - b = 0, \text{ 이 식이 } k \text{에 관한 항등식이므로 } 2a+1 = 0, \quad a^2 - b = 0$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}, \quad b = \frac{1}{4}$$

$$\therefore 8ab = 8 \left(-\frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{4}\right) = -1$$

25. 이차방정식 $3x^2 - 9x + a = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2 = 5$ 이다. 이 때, 상수 a 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

근과 계수의 관계에서

$$\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = \frac{a}{3}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 3^2 - \frac{2a}{3} = 5$$

$$\therefore a = 6$$

26. 이차방정식 $3x^2 - 2x + m = 0$ 의 두 근의 곱과 해가 다음과 같을 때, $m + a + b$ 의 값은?

(단, m 는 상수, a 와 b 은 유리수)

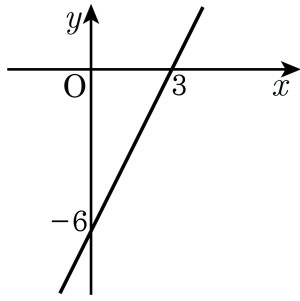
두 근의 곱 : -4
해 : $\frac{a \pm \sqrt{b}}{3}$

- ① 20
- ② 21
- ③ 22
- ④ 25
- ⑤ 26

해설

(두 근의 곱) = $\frac{m}{3} = -4$
 $\therefore m = -12$
(두 근의 합) = $\frac{2}{3} = \frac{2a}{3}$
 $\therefore a = 1$
 $\left(\frac{a + \sqrt{b}}{3}\right) \times \left(\frac{a - \sqrt{b}}{3}\right) = \frac{a^2 - b}{9} = \frac{1 - b}{9} = -4$
 $\therefore b = 37$
 $\therefore m + a + b = -12 + 1 + 37 = 26$

27. $ax - y + b = 0$ 의 그래프가 다음 그래프와 같을 때, 이차방정식 $x^2 + bx + 4a = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 한다. $\alpha^2 + \beta^2$ 을 구하면?



- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

두 점 $(3, 0), (0, -6)$ 을 $ax - y + b = 0$ 에 각각 대입하면 $a = 2, b = -6$ 이므로 $x^2 - 6x + 8 = 0$ 이다.

두 근을 각각 α, β 라 할 때,

두 근의 합 $\alpha + \beta = 6$, 두 근의 곱 $\alpha\beta = 8$ 이므로

$$\begin{aligned}\alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \\ &= 6^2 - 2 \cdot 8 \\ &= 36 - 16 \\ &= 20\end{aligned}$$

28. 이차방정식 $2x^2 - 4x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\alpha + \beta = 2$

② $\alpha\beta = \frac{1}{2}$

③ $\alpha + \beta - \alpha\beta = \frac{3}{2}$

④ $\alpha^2 + \beta^2 = \frac{7}{2}$

⑤ $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 4$

해설

$$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = \frac{1}{2}$$

① $\alpha + \beta = 2$

② $\alpha\beta = \frac{1}{2}$

③ $\alpha + \beta - \alpha\beta = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

④ $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$
 $= 2^2 + (-2) \times \frac{1}{2} = 3$

⑤ $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$

29. 이차방정식 $x^2 - 4x + 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은? (단, $\alpha > \beta$)

- ① $\alpha + \beta = 4$ ② $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 2$ ③ $\alpha\beta = 2$
④ $\alpha^2 + \beta^2 = 12$ ⑤ $\alpha - \beta = 2\sqrt{3}$

해설

근과 계수와의 관계에서 $\alpha + \beta = 4, \alpha\beta = 2$

② $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = 2$

④ $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 12$

⑤ $(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = 8$

$\alpha - \beta > 0$ 이므로 $\alpha - \beta = 2\sqrt{2}$

30. 이차방정식 $6x^2 - 5x + a = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2 = \frac{13}{36}$ 이다. 이 때, 상수 a 의 값은?

① 1 ② 5 ③ 13 ④ -1 ⑤ -13

해설

근과 계수의 관계에서

$$\alpha + \beta = \frac{5}{6}, \alpha\beta = \frac{a}{6}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = \frac{25}{36} - \frac{a}{3} = \frac{13}{36}$$

$$\therefore a = 1$$

31. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + ax + a^2 + a - 1 = 0$ 이 서로 다른 두 근 α, β 를 가질 때, $\alpha + \beta$ 의 범위는 $m < \alpha + \beta < n$ 이다. $m + n$ 의 값은?

- ① 1 ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{5}{3}$ ④ 2 ⑤ $\frac{7}{3}$

해설

근과 계수의 관계에서
 $\alpha + \beta = -a$, $\alpha\beta = a^2 + a - 1$
서로 다른 두 근을 가지므로
 $a^2 - 4a^2 - 4a + 4 > 0$
 $(3a - 2)(a + 2) < 0$
 $-2 < a < \frac{2}{3}$
그런데 $\alpha + \beta = -a$ 이므로
 $-\frac{2}{3} < \alpha + \beta < 2$
 $\therefore m + n = \frac{4}{3}$

32. 이차방정식 $x^2 - 2x - 2 = 0$ 의 두 근의 곱이 $x^2 - 5x + k = 0$ 의 한 근일 때, 상수 k 의 값은?

① -16

② -14

③ -12

④ -10

⑤ -8

해설

두 근의 곱 -2 가 $x^2 - 5x + k = 0$ 의 한 근이므로, x 에 -2를
대입하면, $(-2)^2 - 5(-2) + k = 0$
 $\therefore k = -14$

33. $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, 다음 중 α^2, β^2 을 두 근으로 하는 이차방정식은?

① $x^2 + 6x + 1 = 0$

② $x^2 - 6x + 1 = 0$

③ $x^2 + 6x - 1 = 0$

④ $x^2 + 3x + 1 = 0$

⑤ $x^2 - 3x + 1 = 0$

해설

$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = -1$ 에서
 $\alpha^2 + \beta^2 = 6, \alpha^2\beta^2 = 1$ 이므로
 $x^2 - 6x + 1 = 0$

34. 이차방정식 $2x^2 + px + q = 0$ 의 해가 $\frac{5+\sqrt{3}}{2}, \frac{5-\sqrt{3}}{2}$ 일 때, $p + q, 2p + q$ 를 해로 갖고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식은?

① $x^2 - 8x - 9 = 0$

② $x^2 + 8x - 9 = 0$

③ $x^2 + 8x + 9 = 0$

④ $x^2 + x - 9 = 0$

⑤ $x^2 + x + 9 = 0$

해설

$$\frac{5+\sqrt{3}}{2} + \frac{5-\sqrt{3}}{2} = 5 = -\frac{p}{2}$$

$$\left(\frac{5+\sqrt{3}}{2}\right) \times \left(\frac{5-\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{11}{2} = \frac{q}{2}$$

$$\therefore p = -10, q = 11$$

따라서 $p + q = 1, 2p + q = -9$ 이므로 1 과 -9 를 근으로 하고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식은 $(x-1)(x+9) = 0$

$$\therefore x^2 + 8x - 9 = 0$$

35. x 에 대한 이차방정식 $(x+p)(x+q)-k=0$ 의 두 근이 α, β 일 때, x 에 대한 이차방정식 $(x-\alpha)(x-\beta)+k=0$ 의 두 근을 구하면?

① 근 없음

② $x=p$ 또는 $x=q$

③ $x=p$ 또는 $x=-q$

④ $x=-p$ 또는 $x=q$

⑤ $x=-p$ 또는 $x=-q$

해설

방정식 $(x+p)(x+q)-k=0$ 을 정리하면

$$x^2+(p+q)x+(pq-k)=0$$

이 방정식의 두 근이 α, β 이므로

$$\alpha+\beta=-(p+q), \alpha\beta=pq-k$$

방정식 $(x-\alpha)(x-\beta)+k=0$ 을 정리하면

$$x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta+k=0$$

$$\therefore x^2+(p+q)x+pq=0 (\because 1)$$

인수분해하면 $(x+p)(x+q)=0$ 이므로

구하는 두 근은 $x=-p$ 또는 $x=-q$ 이다.

36. 다음 이차방정식의 한 근이 $2 - \sqrt{2}$ 일 때 다른 한 근과 m 의 값의 합은?

$x^2 - 4x + m = 0$

- ① $4 + \sqrt{2}$

② $4 + \sqrt{3}$

③ $1 + 2\sqrt{2}$
- ④ $4 - \sqrt{3}$

⑤ $4 - \sqrt{2}$

해설

한 근이 $2 - \sqrt{2}$ 이므로 다른 한 근은 $2 + \sqrt{2}$ 이다.
근과 계수와의 관계에서
두 근의 곱은 $m = (2 - \sqrt{2})(2 + \sqrt{2}) = 2$
 $\therefore (2 + \sqrt{2}) + 2 = 4 + \sqrt{2}$

37. 한 근이 $3 + \sqrt{6}$ 인 이차방정식 $ax^2 - 2x + b = 0$ 이 있을 때, $\frac{b}{a}$ 의 값은? (단, a, b 는 유리수)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$ax^2 - 2x + b = 0$ 의 계수가 모두 유리수이므로
 $3 + \sqrt{6}$ 가 근이면 $3 - \sqrt{6}$ 도 근이다.

$$\frac{b}{a} = (3 + \sqrt{6})(3 - \sqrt{6}) = 3$$

$$\therefore \frac{b}{a} = 3$$

38. 이차방정식 $ax^2 + bx + 5 = 0$ 의 한 근이 $\frac{1}{\sqrt{5}-2}$ 일 때, 유리수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

- ① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

한 근이 $\frac{1}{\sqrt{5}-2} = \sqrt{5} + 2$ 이므로 다른 한 근은 $-\sqrt{5} + 2$

근과 계수와의 관계에서

$$-\frac{b}{a} = (\sqrt{5}+2) + (-\sqrt{5}+2) = 4, \frac{5}{a} = (\sqrt{5}+2)(-\sqrt{5}+2) = -1$$

$$\therefore a = -5$$

$$\therefore b = -4a = (-4) \times (-5) = 20$$

$$\therefore a + b = -5 + 20 = 15$$

39. 이차방정식 $x^2-4x+3=0$ 의 두 근의 차가 이차방정식 $2x^2-5x+k=0$ 의 한 근일 때, k 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ -3 ⑤ -4

해설

준식: $(x-1)(x-3)=0$ 이므로 $x=1$ 또는 $x=3$
따라서 두 근의 차는 $3-1=2$ 이다.
 $x=2$ 가 $2x^2-5x+k=0$ 의 한 근이므로 대입하면
 $2(2)^2-5(2)+k=0$
 $\therefore k=2$

40. 두 근이 연속하는 짝수인 다음 이차방정식에서 모든 k 의 값의 합은?

$x^2 - kx + 24 = 0$

- ① 0
- ② 1
- ③ 2
- ④ 3
- ⑤ 4

해설

두 근을 $\alpha, \alpha + 2$ 라 하면
 $\alpha + \alpha + 2 = k$
 $k = 2\alpha + 2$
 $\alpha(\alpha + 2) = 24$
 $\alpha^2 + 2\alpha - 24 = 0$
 $(\alpha + 6)(\alpha - 4) = 0$
 $\alpha = -6$ 또는 $\alpha = 4$
따라서 $k = -10$ 또는 $k = 10$ 이다.
 $\therefore (-10) + 10 = 0$

41. 이차방정식 $2x^2 - 2ax + 12 = 0$ 의 두 근의 비가 $2 : 3$ 이 되는 a 의 값은?

① ± 1

② ± 2

③ ± 3

④ ± 4

⑤ ± 5

해설

두 근을 각각 $2k, 3k(k \neq 0)$ 라 하면

$$\begin{aligned} 2(x - 2k)(x - 3k) &= 2x^2 - 10kx + 12k^2 \\ &= 2x^2 - 2ax + 12 \end{aligned}$$

$$\therefore k = \pm 1$$

$$10k = 2a \text{ 이므로}$$

$$k = 1 \text{ 일 때 } a = 5$$

$$k = -1 \text{ 일 때 } a = -5$$

$$\therefore a = \pm 5$$

42. 이차방정식 $x^2 + 3ax - 2a = 0$ 을 일차항의 계수와 상수항을 바꾸어 풀었더니 한 근이 -3 이었다. 이때, 올바른 근을 구하면?

- ① $x = 1$ 또는 2
② $x = -1$ 또는 -2
③ $x = 1$ 또는 -3
④ $x = -1$ 또는 -3
⑤ $x = \frac{-3 + \sqrt{17}}{2}$ 또는 $\frac{-3 - \sqrt{17}}{2}$

해설

일차항의 계수와 상수항을 바꾸어 놓은 식은 $x^2 - 2ax + 3a = 0$
그때의 해가 $x = -3$ 이므로 대입하면
 $9 + 6a + 3a = 0$
 $\therefore a = -1$
따라서 이차방정식은
 $x^2 - 3x + 2 = 0, (x - 2)(x - 1) = 0$
 $\therefore x = 2$ 또는 $x = 1$

43. x^2 의 계수가 1인 어떤 이차방정식을 x 의 계수를 잘못 보고 풀었더니 해가 1, 5 이었고, 상수항을 잘못 보고 풀었더니 해가 -2, -4 이었다. 이 방정식의 옳은 근은?

- ① 2, 5
- ② 2, -5
- ③ 1, 5
- ④ 1, 2
- ⑤ -1, -5

해설

원래 이차방정식을 $x^2 + ax + b = 0$ 이라 하면
 $b = 1 \times 5 = 5$, $-a = -2 + (-4) = -6$, $a = 6$
따라서 $x^2 + 6x + 5 = 0$, $(x + 1)(x + 5) = 0$
 $\therefore x = -1$ 또는 $x = -5$

해설

$(x - 1)(x - 5) = 0$, $x^2 - 6x + 5 = 0$
일차항의 계수를 잘못 보았으므로 상수항은 5
 $(x + 2)(x + 4) = 0$, $x^2 + 6x + 8 = 0$
상수항을 잘못 보았으므로 x 의 계수는 6
따라서 $x^2 + 6x + 5 = 0$, $(x + 1)(x + 5) = 0$
 $\therefore x = -1$ 또는 $x = -5$

44. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근을 구하는데 소연은 일차항의 계수를 잘못 보고 풀어서 두 근이 $x = 1 \pm \sqrt{2}$ 가 나왔고, 소희는 상수항을 잘못 보고 풀어서 두 근이 $x = 2 \pm \sqrt{6}$ 이 나왔다. 이 때, ab 의 값은?

- ① -4
- ② -2
- ③ 1
- ④ 2
- ⑤ 4

해설

근과 계수와의 관계에 의해 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두근의 합은 $-a$,
두 근의 곱은 b 이다.
소연이는 상수항은 제대로 본 것이므로 소연이가 구한 두 근의
곱은
 $(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) = -1 = b$
한편, 소희는 일차항을 제대로 본 것이므로 소희가 구한 두 근의
합은
 $(2 + \sqrt{6}) + (2 - \sqrt{6}) = -a$
 $\therefore a = -4, b = -1$
 $\therefore ab = 4$

해설

소연이 푼 식은
 $\{x - (1 + \sqrt{2})\} \{x - (1 - \sqrt{2})\} = 0$
소연이는 상수항을 제대로 본 것이므로 구하는 상수항 $b =$
 $(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) = -1$
소희가 푼 식은
 $\{x - (2 + \sqrt{6})\} \{x - (2 - \sqrt{6})\} = 0$
소희는 일차항의 계수를 제대로 본 것이므로 일차항의 계수는
 $a = -2 + \sqrt{6} - 2 - \sqrt{6} = -4$
따라서, 처음 이차방정식은 $x^2 - 4x - 1 = 0$
 $\therefore ab = 4$

45. 이차방정식 $3x^2+kx+m=0$ 의 두 근이 $\frac{1}{3}, -2$ 일 때, $mx^2+7x-k=0$ 의 해는? (단, k, m 은 유리수)

① $x = \frac{1}{3}, x = 2$

③ $x = -1, x = \frac{1}{3}$

⑤ $x = \frac{1}{3}, x = \frac{5}{2}$

② $x = 1, x = \frac{5}{2}$

④ $x = \frac{5}{2}, x = 3$

해설

$$-\frac{k}{3} = \frac{1}{3} - 2 = -\frac{5}{3} \text{ 이므로 } k = 5$$

$$\frac{m}{3} = \frac{1}{3}(-2) = -\frac{2}{3} \text{ 이므로 } m = -2$$

$$mx^2 + 7x - k = 0$$

$$-2x^2 + 7x - 5 = 0$$

$$(2x - 5)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = 1, x = \frac{5}{2}$$

46. 이차방정식 $4x^2 - kx + 9 = 0$ 이 중근을 가질 때, 두 양의 정수 $k, k-5$ 를 두 근으로 하는 이차방정식 A 는? (단, A 의 이차항의 계수는 1 이다.)

① $x^2 + 19x + 84 = 0$

② $x^2 - 19x - 84 = 0$

③ $x^2 - 84x + 19 = 0$

④ $x^2 - 19x + 84 = 0$

⑤ $x^2 - 20x + 84 = 0$

해설

$4x^2 - kx + 9 = 0$ 이 중근을 가지므로

$$k^2 - 4 \times 4 \times 9 = 0$$

$$k = 12 \quad (\because k > 0)$$

따라서 두 근은 12, 7

$$\therefore (x - 12)(x - 7) = 0$$

$$\therefore x^2 - 19x + 84 = 0$$

47. 이차방정식 $x^2 + 3x - 11 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + 1, \beta + 1$ 을 두 근으로 하고, x^2 의 계수가 1 인 이차방정식은?

① $x^2 + 3x - 11 = 0$

② $x^2 + 3x - 13 = 0$

③ $x^2 + x - 13 = 0$

④ $x^2 + x - 11 = 0$

⑤ $x^2 + x - 9 = 0$

해설

$x^2 + 3x - 11 = 0$ 에서 $\alpha + \beta = -3, \alpha\beta = -11$
 $\alpha + 1, \beta + 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식에서
두 근의 합은 $(\alpha + 1) + (\beta + 1) = -1$
두 근의 곱은 $(\alpha + 1)(\beta + 1) = \alpha\beta + \alpha + \beta + 1 = -13$
 $\therefore x^2 + x - 13 = 0$

48. 이차방정식 $x^2 + 5x + 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta, \alpha\beta$ 를 각각 두 근으로 하고 이차항의 계수가 1 인 이차방정식은?

① $x^2 + 7x + 10 = 0$

② $x^2 - 7x + 10 = 0$

③ $x^2 - 3x + 10 = 0$

④ $x^2 - 3x - 10 = 0$

⑤ $x^2 + 3x - 10 = 0$

해설

근과 계수와의 관계에 의해

$\alpha + \beta = -5, \alpha\beta = 2$ 이므로 구하는 방정식은 $-5, 2$ 를 두 근으로 한다.

두 근의 합은 -3 , 두 근의 곱은 -10

$\therefore x^2 + 3x - 10 = 0$

49. 이차방정식 $x^2 - 3x - 5 = 0$ 의 두 근이 α, β 일 때, $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$ 을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 5 인 이차방정식은?

① $5x^2 + x - 3 = 0$

② $5x^2 - x - 3 = 0$

③ $5x^2 + 3x - 1 = 0$

④ $5x^2 - 3x - 1 = 0$

⑤ $5x^2 - 5x - 1 = 0$

해설

$$\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = -5$$

$$\therefore \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{3}{-5} = -\frac{3}{5}$$

$$\frac{1}{\alpha} \times \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\alpha\beta} = \frac{1}{-5} = -\frac{1}{5}$$

$$\therefore x^2 + \frac{3}{5}x - \frac{1}{5} = 0$$

$$\therefore 5x^2 + 3x - 1 = 0$$

50. 이차방정식 $x^2 + 3x - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + 1, \beta + 1$ 을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 2 인 이차방정식은?

① $2x^2 - 2x + 8 = 0$

② $2x^2 - 8x + 4 = 0$

③ $2x^2 + 4x - 8 = 0$

④ $2x^2 - x - 4 = 0$

⑤ $2x^2 + 2x - 8 = 0$

해설

$$\alpha + \beta = -3, \alpha\beta = -2$$

구하는 이차방정식에서

$$\text{두 근의 합은 } (\alpha + 1) + (\beta + 1) = -1$$

$$\text{두 근의 곱은 } (\alpha + 1)(\beta + 1) = \alpha\beta + \alpha + \beta + 1 = -4$$

$$\therefore x^2 + x - 4 = 0$$

$$\text{이차항의 계수가 2 이므로 } 2x^2 + 2x - 8 = 0$$