

1. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동 하면 $(3, a)$ 를 지날 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -6$

해설

y 축으로 -3 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = -\frac{1}{3}x^2 - 3 \text{ 이고}$$

이것이 $(3, a)$ 를 지나므로

$$\therefore a = -\frac{1}{3}(3)^2 - 3 = -6$$

2. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}(x+3)^2 - 6$ 의 그래프는 $y = -\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동시킨 그래프이다. $m - n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$m = -3, n = -6$$

$$\therefore m - n = (-3) - (-6) = 3$$

3. 다음 보기의 이차함수의 그래프 중 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 평행이동하여 완전히 포괄 수 없는 것을 모두 고르면?

① $y = -2x^2 - 4x - 1$

② $y = -2(x - 1)^2$

③ $y = -\frac{1}{2}x^2 + 1$

④ $y = x^2 - 2x - (1 + 3x^2)$

⑤ $y = -(2 - x)(2 + x) + 1$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프에서 a 의 값이 같으면 평행 이동하여 두 이차 함수의 그래프를 완전히 포괄 수 있다.

따라서 $a = -2$ 가 아닌 것은 ③, ⑤이다.

4. 포물선 $y = -x^2 + 8x - 7$ 과 x 축과의 교점의 좌표를 $(a, 0)$, $(b, 0)$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$y = -x^2 + 8x - 7$ 과 x 축과의 교점의 x 좌표는
 $-x^2 + 8x - 7 = 0$ 의 근과 같다.

$$x^2 - 8x + 7 = 0$$

$$(x - 7)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = 7 \text{ 또는 } x = 1$$

$$\therefore a + b = 8$$

5. 다음 중 평행이동에 의하여 포물선 $y = -x^2 - 2$ 의 그래프와 포갤 수 있는 것은?

- ① $y = 2x^2 - 3$ ② $y = -2x^2 + 3$ ③ $y = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}$
④ $y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}$ ⑤ $y = -x^2 - 7$

해설

$y = -x^2 - 2$ 의 그래프와 포갤 수 있는 것은 이차항의 계수가 -1 인 포물선이다.

6. 다음 중 주어진 조건을 모두 만족하는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식은?

보기

- ㉠ 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프와 폭이 같다.
- ㉡ 꼭짓점은 제 4 사분면 위에 있다.
- ㉢ 아래로 볼록하다.
- ㉤ y 절편이 양수이다.

① $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 1$

② $y = \frac{1}{2}(x+3)^2 + 1$

③ $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 3$

④ $y = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 3$

⑤ $y = -\frac{1}{2}(x-3)^2 - 3$

해설

- ㉠ 에서 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프와 폭이 같은 것은 이차항의 계수가 $\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$ 이다.
- ㉡ 꼭짓점의 x 좌표가 양수, y 좌표가 음수이다.
- ㉢ 아래로 볼록하므로 이차항의 계수가 양수이다.
- ㉤ y 절편이 양수이다.
- 이 조건을 만족하는 이차함수식은 ①이다.

7. 이차함수 $y = ax^2 + bx + 5$ 의 그래프의 축이 직선 $x = -1$ 일 때, $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라. (단, $ab \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

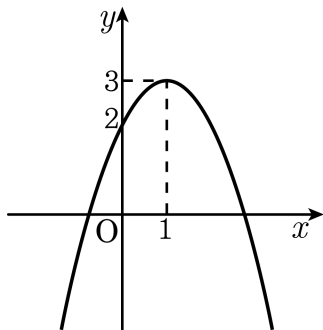
$$y = a \left(x^2 + \frac{b}{a}x \right) + 5 = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2}{4a} + 5 \text{ 이므로 축은}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \text{ 이다.}$$

$$-\frac{b}{2a} = -1$$

$$\therefore \frac{b}{a} = 2$$

8. 다음 그림은 이차함수의 그래프를 그린 것이다. 이 이차함수의 식을 구하면?



① $y = -2x^2 + 4x + 2$

② $y = -x^2 + 2x + 2$

③ $y = -2x^2 - 4x + 2$

④ $y = -x^2 - 2x + 2$

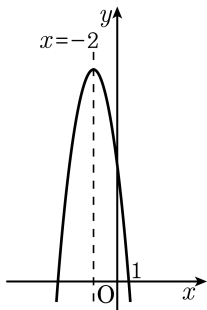
⑤ $y = -3x^2 - 6x + 2$

해설

$y = a(x-1)^2 + 3$ 이 점 $(0, 2)$ 를 지나므로
 $2 = a(0-1)^2 + 3$, $a = -1$ 이다.

$$\begin{aligned}\therefore y &= -(x-1)^2 + 3 \\ &= -x^2 + 2x + 2\end{aligned}$$

9. 다음은 $x = -2$ 를 축으로 하는 이차함수 $y = -2x^2 + mx + n$ 의 그래프이다. m, n 의 값을 각각 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $m = -8$

▷ 정답 : $n = 10$

해설

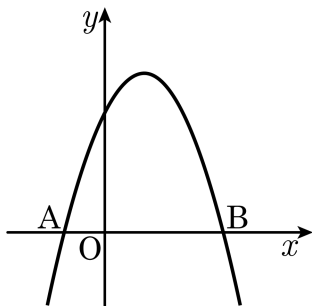
$y = -2(x + 2)^2 + q$ 에 $(1, 0)$ 을 대입하면
 $0 = -2 \times 9 + q$ 이다.

$$\therefore q = 18$$

$$\begin{aligned} y &= -2(x + 2)^2 + 18 \\ &= -2(x^2 + 4x + 4) + 18 \\ &= -2x^2 - 8x + 10 \end{aligned}$$

$$\therefore m = -8, n = 10$$

10. 포물선 $y = -x^2 + 2x + k$ 의 그래프가 다음 그림과 같고 $\overline{AB} = 4$ 일 때, k 의 값은?



① 3

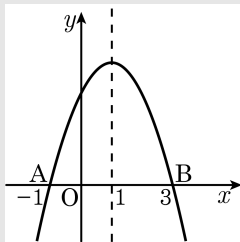
② 1

③ 0

④ -1

⑤ -3

해설



$$y = -x^2 + 2x + k = -(x-1)^2 + 1 + k$$

대칭축이 $x = 1$ 이고 $\overline{AB} = 4$ 이므로 그래프의 좌우대칭성에 의하여 $A(-1, 0)$, $B(3, 0)$

$$\therefore y = -(x+1)(x-3) = -x^2 + 2x + 3$$

따라서, $k = 3$ 이다.

11. 이차함수 $y = x^2 + ax + 2$ 의 최솟값이 2 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned}y &= x^2 + ax + 2 \\&= \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} + 2 \\-\frac{a^2}{4} + 2 &= 2 \\ \therefore a &= 0\end{aligned}$$

12. 지면으로부터 초속 20m 로 쏘아 올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면, $h = 20t - 5t^2$ 인 관계식이 성립한다. 물체가 가장 높이 올라갔을 때 걸린 시간과 그때의 높이를 구하여라.

▶ 답: 초

▶ 답: m

▷ 정답: 2초

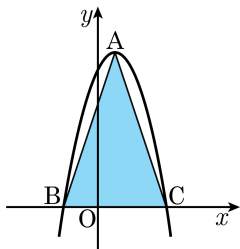
▷ 정답: 20m

해설

$$h = 20t - 5t^2 = -5(t - 2)^2 + 20$$

따라서 $t = 2$ 일 때, 최댓값 20을 갖는다.

13. 다음 그림은 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 8$ 의 그래프이다. 꼭짓점을 A, x 축과의 교점을 각각 B, C 라고 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구 하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

이차함수식의 x 절편은

$$x^2 - 2x - 8 = 0 \text{에서}$$

$$(x - 4)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = -2$$

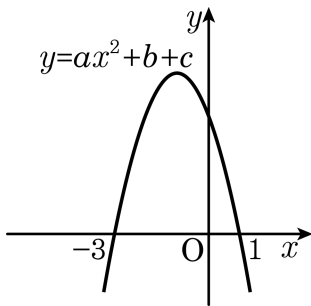
$$B(-2, 0), C(4, 0)$$

$$y = -(x^2 - 2x + 1) + 9 = -(x - 1)^2 + 9$$

$$\therefore A(1, 9)$$

따라서 넓이는 $6 \times 9 \times \frac{1}{2} = 27$ 이다.

14. 함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?



① $abc > 0$

② $a + b + c > 0$

③ $9a - 3b + c < 0$

④ $a - b + c < 4a + 2b + c$

⑤ $b^2 - 4ac > 0$

해설

위로 볼록한 포물선이므로 $a < 0$, 축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $ab > 0$, $b < 0$, y 절편이 양수이므로 $c > 0$

① $abc > 0$

② $x = 1$ 일 때, $a + b + c = 0$

③ $x = -3$ 일 때, $9a - 3b + c = 0$

④ $x = -1$ 일 때, $a - b + c > 0$ 이고, $x = 2$ 일 때 $4a + 2b + c < 0$
이므로 $a + b - c > 4a + 2 + c$

⑤ x 축과의 교점이 두 개이므로 $b^2 - 4ac > 0$