1. 다음 □안에 알맞은 최소의 자연수를 구하여라.

> 6과 서로소인 자연수와 3과 서로소인 자연수를 모두 합치면 □과(와) 서로소인 자연수와 같다.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

6 과 서로소인 자연수는 $1, 5, 7, 11 \cdots$
3 과 서로소인 자연수는 $1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11 \cdots$
$\therefore$ 각각의 자연수를 모두 합치면 3과 서로소인 자연수와 같아진다.

2. 다음 □안에 알맞은 최소의 자연수를 구하여라.

> 6과 서로소인 자연수와 3과 서로소인 자연수 중 공통인 자연수는 □과(와) 서로소인 자연수이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

6 과 서로소인 자연수는 $1, 5, 7, 11 \cdots$
3 과 서로소인 자연수는 $1, 4, 5, 7, 11 \cdots$
$\therefore$ 공통된 부분은 6과 서로소인 자연수이다.

3. 10 보다 크고 20 보다 작은 자연수 중에서 6 과 서로소인 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

10 보다 크고 20 보다 작은 자연수 중에서 6 과 최대공약수가 1 인 수들을 모두 구하면
11, 13, 17, 19 의 4 개이다.
따라서 10 보다 크고 20 보다 작은 자연수 중에서 6 과 서로소인 자연수는 모두 4 개이다.

4. 어떤 자연수로 40 을 나누면 4 가 남고, 26 을 나누면 2 가 남고, 63 을 나누면 3 이 남는다. 이러한 자연수 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

40 을 나누면 4 가 남는다. : (40 − 4) 를 나누면 나누어 떨어진다.
26 을 나누면 2 가 남는다. : (26 − 2) 를 나누면 나누어 떨어진다.
63 을 나누면 3 이 남는다. : (63 − 3) 을 나누면 나누어 떨어진다.
이러한 수 중 가장 큰 수는 36, 24, 60 의 최대공약수이다.
따라서 최대공약수 12 이다.

5. 세 자연수 54, 64, 89 를 어떤 수로 나누었더니 나머지가 각각 6, 4, 5 이었다. 어떤 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

54 를 나누면 6 이 남는다. → (54−6) 을 나누면 나누어 떨어진다.
64 를 나누면 4 가 남는다. → (64−4) 를 나누면 나누어 떨어진다.
89 를 나누면 5 가 남는다. → (89−5) 를 나누면 나누어 떨어진다.
이러한 수는 48, 60, 84 의 공약수이다. 그런데 54 를 나누었을 때 나머지가 6 이었으므로 어떤 수는 6 보다 커야 한다. 따라서 48, 60, 84 의 최대공약수가 12 이므로 12 의 약수 중 6 보다 큰 수는 12 이다.

6. 어떤 자연수로 110을 나누면 2가 남고, 70을 나누면 2가 부족하고, 130을 나누면 4가 남는다고 한다. 가능한 어떤 자연수를 모두 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6, 9, 18

해설

어떤 자연수로 110을 나누면 2가 남고, 70을 나누면 2가 부족하고, 130을 나누면 4가 남으므로 $110-2=108$과 $70+2=72$, $130-4=126$은 어떤 자연수로 나누어 떨어진다.
따라서 어떤 자연수는 108, 72, 126의 공약수 중 4 보다 큰 수이다. 108, 72, 126의 최대공약수는 18 이므로 18의 약수 중에서 4보다 큰 수는 6, 9, 18이다.

7. x 에 관한 일차식 $a-(x-1)+4(ax-6)$ 을 간단히 나타내었더니 x 의 계수가 3 이 되었다. 이때, 상수항을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -22

해설

$a-(x-1)+4(ax-6)$
$=a-x+1+4ax-24$
$=(-1+4a)x+a-23$
x 의 계수가 3 이므로
$-1+4a=3,\ a=1$ 이다.
$\therefore$ (상수항) $\equiv a-23=1-23=-22$

8. $3x^2-\frac{1}{3}(3x+6)+2\left(-x^2+\frac{5}{2}\right)-x+6$ 을 간단히 하였을 때, 다항식의 차수 a , x^2 의 계수 b , x 의 계수 c , 상수항 d 의 곱 $abcd$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -36

해설

$3x^2-\frac{1}{3}(3x+6)+2\left(-x^2+\frac{5}{2}\right)-x+6$
$=(3x^2-2x^2)+(-x-x)+(-2+5+6)$
$=x^2-2x+9$

$\therefore a=2,\ b=1, c=-2,\ d=9$
$\therefore abcd=-36$

9. 다음 두 식을 간단히 하였을 때, x 의 계수의 합을 구하여라.

$\frac{5}{2}x-4-\left(\frac{3}{4}x-3\right)$, $\{x-3(7-3x)-1\}\div 2$

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{27}{4}$

해설

$$\frac{5}{2}x-4-\left(\frac{3}{4}x-3\right)=\frac{5}{2}x-\frac{3}{4}x-4+3$$
$$=\frac{7}{4}x-1$$
$$\{x-3(7-3x)-1\}\div 2=\frac{x-21+9x-1}{2}$$
$$=5x-11$$

따라서 x 의 계수의 합은 $\frac{7}{4}+5=\frac{27}{4}$ 이다.

10. x가 절댓값이 8이하이고 4의 배수인 정수일 때, 다음 방정식 중 해가 나머지 넷과 다른 하나는?

① $2x-5=3$　② $-x+4=0$　③ $3(x+1)=15$

④ $2(x-1)=6$　⑤ $\frac{1}{2}x-1=2$

해설

①, ②, ③, ④ 해는 모두 4 이다.
⑤ 해는 6 이다.

11. 다음 중 [ ]안의 수가 주어진 방정식의 해가 아닌 것은?

① $3x-10=-4$ [2]
② $3x+5=-3+x$ [−4]
③ $x-4=\frac{1}{3}x$ [6]
④ $0.5x-1.2=0.2x+0.3$ [5]
⑤ $x-2(x+1)=5$ [−4]

해설

⑤ $x=-4$ 를 대입하면
$-4-2(-4+1)=-4+6=2\neq 5$

12. $x = \dfrac{2x-1}{3}$

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

x 가 절댓값이 3 보다 작거나 같은 정수 : $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$
따라서 $x = -1$ 이다.

13. $\square$ 안에 알맞은 수를 써넣어라.

$(-3)\times\left\{\frac{1}{4}-\left(\square+\frac{2}{3}\right)+2\right\}=-\frac{5}{2}$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0.75

해설

$(-3)\times\left\{\frac{1}{4}-\left(\square+\frac{2}{3}\right)+2\right\}=-\frac{5}{2}$

$\left\{\frac{1}{4}-\left(\square+\frac{2}{3}\right)+2\right\}=\frac{5}{6}$

$\square+\frac{2}{3}=\frac{9}{4}-\frac{5}{6}$

$\square+\frac{2}{3}=\frac{17}{12}$

$\therefore \square=\frac{17}{12}-\frac{8}{12}=\frac{9}{12}=\frac{3}{4}$

14. $\left(-\frac{1}{3}\right)^2 \times \left\{\square^2 \div \left(\frac{5}{3} - \frac{10}{7}\right)\right\} = \frac{3}{5} \div 7$ 에서 $\square$ 안에 알맞은 수를 모두 구하여라.

① $-\frac{7}{3}$ ② $-\frac{3}{7}$ ③ $\frac{7}{3}$ ④ $\frac{3}{7}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

$\frac{1}{9} \times \left\{\square^2 \div \left(\frac{5}{21}\right)\right\} = \frac{3}{5} \times \frac{1}{7}$

$\square^2 \div \left(\frac{5}{21}\right) = \frac{3}{5} \times \frac{1}{7} \times 9$

$\square^2 = \frac{3}{5} \times \frac{1}{7} \times 9 \times \frac{5}{21} = \frac{9}{49}$

$\therefore \square = +\frac{3}{7}, -\frac{3}{7}$

15. $A * B = A \div B - B \div A$ 라고 정의할 때, 다음을 계산하여라.

$\left\{\frac{4}{5} * \left(-\frac{2}{3}\right)\right\} \div \left\{\frac{1}{6} * \frac{3}{4}\right\}$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{35}$

해설

$\frac{4}{5} * \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{4}{5} \div \left(-\frac{2}{3}\right) - \left(-\frac{2}{3}\right) \div \frac{4}{5} = -\frac{11}{30}$

$\frac{1}{6} * \frac{3}{4} = \frac{1}{6} \div \frac{3}{4} - \frac{3}{4} \div \frac{1}{6} = -\frac{77}{18}$

$\therefore \left(-\frac{11}{30}\right) \div \left(-\frac{77}{18}\right) = \frac{3}{35}$

16. 다음 중 그 값이 가장 큰 것은? (단, $x > 0$, $y < 0$)

㉠ $x \times y + y$	㉡ $x \times x \times y$
㉢ $-3 \times x \times y$	㉣ $(-3) \times x \times x \times y \times y$

① ㉠　② ㉡　③ ㉢　④ ㉣　⑤ 알 수 없다.

해설

㉠ $xy + y \Rightarrow xy < 0,\ y < 0$ 이므로 $xy + y < 0$

㉡ $x^2y \Rightarrow x^2 > 0,\ y < 0$ 이므로 $x^2y < 0$

㉢ $-3xy \Rightarrow -3 < 0,\ x > 0,\ y < 0$ 이므로 $-3xy > 0$

㉣ $(-3)x^2y^2 \Rightarrow -3 < 0,\ x^2 > 0,\ y^2 > 0$ 이므로 $-3x^2y^2 < 0$

17. $A,\ B,\ C$ 는 모두 정수이고, $A \times B \times C = -30$, $A < B < C$ 이다. A 의 절댓값이 3일 때, C 의 값이 될 수 있는 것을 모두 더하면 얼마인가?

① 5 ② 8 ③ 15 ④ 18 ⑤ 20

해설

$ABC = -30,\ A < B < C$, $|A| = 3$
세 정수 A, B, C 의 곱이 음수이므로,
A, B, C 세 수 모두 음수이거나 세 수 중 하나만 음수이고, 다른 두 수는 양수이다.
$\therefore\ A < 0,\ A = -3$
$\therefore\ BC > 0,\ C > B > 0$
$(B,\ C) = (1,\ 10),\ (2,\ 5)$
$\therefore\ 5 + 10 = 15$

18. 두 유리수 a, b 에 대하여 $a \times b < 0$, $|a| < |b|$, $a + b < 0$ 일 때, a 와 b 의 부호로 옳은 것을 골라라.

① $a > 0,\ b < 0$ ② $a > 0,\ b > 0$ ③ $a < 0,\ b > 0$

④ $a < 0,\ b < 0$ ⑤ $a < 0,\ b = 0$

해설

$a \times b < 0$ 에서 a 와 b 는 서로 다른 부호이다.
부호가 다른 두 수의 합의 부호는, 더하는 두 수 중 절댓값이 더 큰 수의 부호를 따라간다.
그런데, $a + b < 0$ 이므로, 절댓값이 큰 b 의 부호가 음수라는 것을 알 수 있다. 따라서 a 는 양수이다.
$\therefore\ a > 0,\ b < 0$