1. $a > 0,\ b < 0,\ a + b < 0$일 때, 다음 중 가장 큰 값은?

① a　② b　③ $a - b$　④ $-a$　⑤ $-b$

해설

$a > 0,\ b < 0$에서 $a > b,\ a - b > b$

$a + b < 0$에서 $b < -a,\ a < -b$

따라서 $b < -a < 0 < a < -b < a - b$이므로,

제일 큰 수는 $a - b$

2. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 고르면?

① $A > B > 0,\ C > D > 0$ 이면 $AC > BD$ 이다.

② $A > B,\ C > D$ 이면 $A + C > B + D$ 이다.

③ $A > B > 0$ 이면 $A^2 > B^2$ 이다.

④ $A > B$ 이면 $\frac{1}{A} < \frac{1}{B}$ 이다.

⑤ $A > 0 > B$ 이면 $\frac{1}{A} > \frac{1}{B}$ 이다.

해설

④ 만약 $B < 0 < A$ 인 경우라면 $\frac{1}{A} > \frac{1}{B}$ 가 되어 주어진 문장은 틀리다.

3. 부등식 $ax-b^2 > bx+a^2-8$의 해가 모든 실수이기 위한 a의 조건은?
(a, b는 실수)

① $a=b$이고 $-1<a<1$　　② $a=b$이고 $-2<a<2$

③ $a=b$이고 $-3<a<3$　　④ $a=b$이고 $-4<a<4$

⑤ $a=b$이고 $-5<a<5$

해설

$ax-b^2 > bx+a^2-8$에서
$(a-b)x-b^2-a^2+8>0$이 모든 x에 대해서 성립해야 하므로
$a=b$
$\therefore -2a^2+8>0 \quad 2a^2<8$
$\therefore a^2<4$이므로 $-2<a<2$
즉 $a=b$이고 $-2<a<2$

4. 부등식 $|2x-a|>7$의 해가 $x<-1$ 또는 $x>b$일 때, 상수 a, b의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$|2x-a|>7$에서

$2x-a<-7$ 또는 $2x-a>7$

$\therefore x<\dfrac{a-7}{2}$ 또는 $x>\dfrac{a+7}{2}$

그런데 주어진 부등식의 해가

$x<-1$ 또는 $x>b$이므로

$\dfrac{a-7}{2}=-1,\ \dfrac{a+7}{2}=b$

$\therefore a=5,\ b=6$

$\therefore a+b=11$

5. 이차부등식 $x^2 - 2kx + 2k \le 0$이 해를 갖지 않을 때, 실수 k값의 범위는?

① $-1 \le k \le 0$　② $-2 < k < 0$

③ $0 \le x \le 2$　④ $0 < k < 2$

⑤ $k < 0$, 또는 $k > 2$

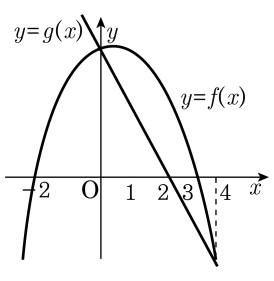
해설

주어진 이차부등식이 해를 갖지 않으려면
방정식 $x^2 - 2kx + 2k = 0$이 허근을 가져야 하므로

$\frac{D}{4} = k^2 - 2k < 0,\ \ k(k-2) < 0$

$\therefore 0 < k < 2$

6. 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = g(x)$ 가 다음 그림과 같을 때, 부등식 $f(x) > g(x)$ 의 해를 구하면?



① $-2 < x < 4$ ② $-2 < x < 3$

③ $0 < x < 4$ ④ $2 < x < 3$

⑤ $3 < x < 4$

해설

부등식 $f(x) > g(x)$ 의 해는
함수 $f(x)$ 의 그래프가 직선 $y = g(x)$ 보다
위쪽에 있는 x 의 구간을 의미하므로
구하는 해는 $0 < x < 4$

7. $(a+b)x+(2a-3b)<0$의 해가 $x<-\frac{1}{3}$일 때, 부등식 $(a-3b)x+(b-2a)>0$을 풀어라.

▶ 답:

▷ 정답: $x<-3$

해설

$(a+b)x+(2a-3b)<0$

$(a+b)x<3b-2a$

$\Rightarrow \quad x<\frac{3b-2a}{a+b}=-\frac{1}{3} \ (a+b>0)$

$\Rightarrow \quad a+b=-3(3b-2a)$

$\Rightarrow \quad a=2b, \quad a+b=3b>0 \rightarrow \ b>0$

$(a-3b)x+(b-2a)>0 \ \Leftrightarrow \ -bx-3b>0$

$bx<-3b$

$\therefore \quad x<-3 \ (\because \ b>0)$

8. 부등식 $|x+1| < 1 + |2-x|$을 풀어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < 1$

해설

$|x+1| < 1 + |2-x|$ 에서
i) $x < -1$ 일 때,
$-(x+1) < 1 + (2-x)$
$\therefore -1 < 3$ 이므로 성립
$\therefore\ x < -1$
ii) $-1 \le x < 2$ 일 때,
$x + 1 < 1 + 2 - x$
$\therefore\ 2x < 2$
$\therefore\ x < 1$
조건과 공통 범위를 구하면 $-1 \le x < 1$
iii) $x \ge 2$ 일 때,
$x + 1 < 1 - (2-x)$
$\therefore\ 1 < -1$ 이므로 모순
i), ii), iii) 에서 구하는 부등식의 해는 $x < 1$

9. 부등식 $ax^2+(a+1)x+a>0$을 만족하는 실수 x가 존재하기 위한 상수 a의 값의 범위는?

① $a>-1$ ② $a>-\frac{1}{2}$ ③ $a>-\frac{1}{3}$
④ $a>-\frac{1}{4}$ ⑤ $a>-\frac{1}{5}$

해설

$ax^2+(a+1)x+a>0$에서

i) $a=0$이면 $x>0$
∴ 실수해가 존재한다.

ii) $a>0$ 이면 $y=ax^2+(a+1)x+a$의 그래프가 아래로 볼록한 모양이므로
$ax^2+(a+1)x+a>0$을 만족시키는 x값이 반드시 존재한다.

iii) $a<0$이면 $D=(a+1)^2-4a^2>0$
$3a^2-2a-1<0$, $(3a+1)(a-1)<0$
∴ $-\frac{1}{3}<a<1$, $a<0$ 이므로 $-\frac{1}{3}<a<0$

i), ii), iii)에서 $a>-\frac{1}{3}$

10. 이차부등식 $(x+1)^2 \le k(x^2-x+1)$ 이 모든 실수 x에 대하여 항상 성립할 때, 실수 k의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$(x+1)^2 \le k(x^2-x+1)$
$(k-1)x^2-(k+2)x+k-1 \ge 0$
모든 x에 대해 성립하려면,
$k-1>0$, 판별식이 0보다 작거나 같다
$D=(k+2)^2-4(k-1)(k-1) \le 0$에서
$\{(k+2)-2(k-1)\}\{(k+2)+2(k-1)\}$
$=(-k+4)k \le 0$
$\therefore\ k(k-4) \ge 0, \quad k \le 0$ 또는 $k \ge 4$
$\therefore\ \ k \ge 4 (\because k>1) \quad \therefore$ 최솟값 : 4

11. 부등식 $x^2 - kx + 2 > 0$이 항상 성립하도록 하는 상수 k의 범위를 구하면 $a < k < b$이다. 이 때, ab의 값은?

① -10 ② -9 ③ -8 ④ -7 ⑤ -6

해설

$x^2 - kx + 2 > 0$이 항상 성립하려면
판별식이 실근을 갖지 않을 때이므로
$D = k^2 - 4 \cdot 2 < 0$
$k^2 - 8 < 0$, $\left(k - 2\sqrt{2}\right)\left(k + 2\sqrt{2}\right) < 0$

$\therefore -2\sqrt{2} < k < 2\sqrt{2}$
따라서 $a = -2\sqrt{2}$, $b = 2\sqrt{2}$이므로
$ab = -2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = -8$

12. 모든 실수 x에 대하여 이차부등식$x^2 + 2kx - k + 6 > 0$이 항상 성립하도록 k의 범위를 구하면 $m < k < n$이다. 이 때, $m^2 + n^2$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 13

해설

$x^2 + 2kx - k + 6 > 0$이 항상 성립하려면
판별식 $D < 0$이다.

$\frac{D}{4} = k^2 - (-k + 6) < 0$

$k^2 + k - 6 < 0,\ (k + 3)(k - 2) < 0$

$-3 < k < 2$

$\therefore m = -3,\ n = 2$

$\therefore\ m^2 + n^2 = (-3)^2 + 2^2 = 13$

13. x에 대한 이차부등식 $ax^2+bx+c>0$ 의 해가 $-1<x<2$ 일 때, $2cx^2+4bx-a\geq 0$ 의 해를 구하면?

① 모든 실수　② 해가 없다　③ $-\frac{1}{2}$

④ $x>-\frac{1}{2}$　⑤ $x\geq -\frac{1}{2}$

해설

해가 $-1<x<2$ 이므로 a는 음수이다.

$a(x+1)(x-2)>0$

$ax^2-ax-2a>0 \Leftrightarrow ax^2+bx+c>0$ 이므로

$b=-a,\ c=-2a$

$2cx^2+4bx-a\geq 0 \Leftrightarrow -4ax^2-4ax-a\geq 0$

$-a(-a>0)$ 로 양변을 나누면

$4x^2+4x+1\geq 0 \Leftrightarrow (2x+1)^2\geq 0$

$\therefore$ 해는 모든 실수

14. 이차부등식 $x^2+ax+b<0$의 해가 $2<x<3$일 때, $a+b$의 값은?

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

해설

$2<x<3$ 가 해이므로

$(x-2)(x-3)<0$

$x^2-5x+6<0,\ a=-5, b=6$

$\therefore\ a+b=1$

15. x 에 대한 이차부등식 $x^2+ax+b>0$ 의 해가 $x<1$ 또는 $x>4$ 일 때 상수 $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$x^2+ax+b>0$ 의 해가 $x<1$ 또는 $x>4$ 이려면
$(x-1)(x-4)>0$ 에서 $x^2-5x+4>0$ 이므로
$a=-5$, $b=4$ 따라서 $a+b=-1$

16. x에 관한 부등식 $(a+2b)x+a-b<0$의 해가 $x>1$일 때, x에 관한 부등식 $(a-b)x+2a-b>0$을 풀면?

① $x>\frac{1}{3}$　② $x<\frac{1}{3}$　③ $x>-\frac{4}{3}$
④ $x<-\frac{4}{3}$　⑤ $x>\frac{7}{3}$

해설

$a+2b<0,\ \frac{-(a-b)}{a+2b}=1$
$\therefore\ b=-2a$이므로
$(a-b)x+2a-b=a(3x+4)>0$
$a>0$을 이용하면
$\therefore\ 3x+4>0\ \ \therefore\ x>-\frac{4}{3}$

17. 부등식 $x^2+ax+a+3\le 0$를 만족하는 x가 오직 1개이기 위한 양수 a가 존재하는 구간은?

① $1<a<3$　② $2<a<5$　③ $3<a<6$

④ $4<a<7$　⑤ $6<a<7$

해설

$x^2+ax+a+3\le 0$의 해가
1개 존재하기 위해서는
$x^2+ax+a+3=0$이 중근을 가져야 한다.

$\therefore D=a^2-4(a+3)$
$=a^2-4a-12$
$=(a-6)(a+2)=0$

$\therefore a=6\ (\because a>0)$

18. 부등식 $x^2-3<x+\sqrt{4x^2+4x+1}$의 해가 $\alpha<x<\beta$일 때, $\alpha+\beta$의 값은?

① -1 ② 0 ③ 2 ④ 4 ⑤ 6

해설

주어진 부등식은 $x^2-3<x+|2x+1|$

(i) $x\geq-\frac{1}{2}$일 때,

$x^2-3<x+2x+1,\ x^2-3x-4<0$

$(x-4)(x+1)<0$

$\therefore\ -\frac{1}{2}\leq x<4$

(ii) $x<-\frac{1}{2}$일 때,

$x^2-3<x-(2x+1),\ x^2+x-2<0$

$(x+2)(x-1)<0$

$\therefore\ -2<x<-\frac{1}{2}$

(i), (ii)에서 $-2<x<4$

$\therefore\ \alpha=-2,\ \beta=4$

$\therefore\ \alpha+\beta=2$

19. 부등식 $[x-1]^2+3[x]-3<0$의 해는? (단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① $-2 \le x < 1$　② $-2 \le x < 0$　③ $-1 \le x < 1$

④ $-1 \le x < 0$　⑤ $0 \le x < 2$

해설

$x-1=A$라 하면 $x=A+1$

$\therefore [A]^2+3[A+1]-3=[A]^2+3[A]+3-3<0$

$[A]([A]+3)<0$　$\therefore -3<[A]<0$

$-2 \le A < 0$　$\therefore -2 \le x-1 < 0$이므로

$-1 \le x < 1$