

1. 이차함수  $y = x^2 + 2ax + 4$  의 그래프의 꼭짓점의 좌표가  $(1, b)$  일 때,  $a + b$  의 값은?

① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$$y = x^2 + 2ax + 4 = (x + a)^2 - a^2 + 4$$

꼭짓점의 좌표가  $(1, b)$  이므로

$$-a = 1, -a^2 + 4 = b \text{ 이다.}$$

$$a = -1, b = 3$$

$$\therefore a + b = 2$$

2. 다음 이차함수를  $y = \frac{1}{3}(x-p)^2 - 5$ 로 나타낼 수 있다. 이 때, 꼭짓점이  $(p, -5)$  라고 할 때,  $apq$ 의 값은?

$$y = ax^2 + 6x + q$$

- ① -45    ② -54    ③ -66    ④ -76    ⑤ -80

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{3}(x-p)^2 - 5 \\ &= \frac{1}{3}(x^2 - 2px + p^2) - 5 \\ &= \frac{1}{3}x^2 - \frac{2px}{3} + \frac{p^2}{3} - 5 \end{aligned}$$

따라서  $a = \frac{1}{3}, -\frac{2}{3}$

$p = 6, p = -9, q = 22$  이므로  $apq = -66$  이다.

3. 이차함수  $y = 2x^2 - 4x + 3$  과  $y = x^2 + ax + b$  의 꼭짓점의 좌표가 일치할 때,  $a + b$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned}y &= 2x^2 - 4x + 3 \\ &= 2(x^2 - 2x + 1 - 1) + 3 \\ &= 2(x-1)^2 - 2 + 3 \\ &= 2(x-1)^2 + 1\end{aligned}$$

꼭짓점의 좌표: (1, 1)

꼭짓점의 좌표가 일치하므로

$$\begin{aligned}y = x^2 + ax + b &= (x-1)^2 + 1 \\ &= x^2 - 2x + 2\end{aligned}$$

$$\therefore a = -2, b = 2, a + b = 0$$

4. 이차함수  $y = 3x^2 - 9x + 10$  의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

① 꼭짓점의 좌표는  $(\frac{3}{2}, \frac{13}{4})$  이다.

② 축의 방정식은  $x = \frac{3}{2}$  이다.

③  $y$  축과  $(0, 3)$  에서 만난다.

④  $x > \frac{3}{2}$  일 때,  $x$  의 값이 증가하면  $y$  의 값도 증가한다.

⑤  $y = 3x^2$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로  $\frac{3}{2}$  만큼,  $y$  축의 방향으로  $\frac{13}{4}$  만큼 평행 이동한 것이다.

해설

③  $y$  축과  $(0, 10)$  에서 만난다.

5. 이차함수  $y = \frac{1}{2}x^2 + mx + n$ 의 꼭짓점의 좌표가  $(6, -14)$ 일 때,  $m+n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $-2$

해설

$$\begin{aligned}y &= \frac{1}{2}x^2 + mx + n \\ &= \frac{1}{2}(x-6)^2 - 14 \\ &= \frac{1}{2}x^2 - 6x + 4 \\ m &= -6, n = 4 \\ \therefore m+n &= -6+4 = -2\end{aligned}$$

6. 이차함수  $y = 3\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 4$  의 꼭짓점의 좌표가 직선  $y = x + a$  의 위에 있을 때,  $a$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $\frac{7}{2}$

해설

$y = 3\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 4$  의 꼭짓점의 좌표가  $\left(\frac{1}{2}, 4\right)$  이고 직선  $y = x + a$  위에 있으므로  
 $4 = \frac{1}{2} + a \quad \therefore a = \frac{7}{2}$

7. 포물선  $y = -2x^2 + 2mx - 6$  의 축의 방정식이  $x = 1$  일 때,  $m$  의 값을 구하면?

① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

축의 방정식이  $x = 2$  이므로

$$y = -2x^2 + 2mx - 6$$

$$= -2(x-1)^2 + q$$

$$= -2x^2 + 4x - 2 + q$$

$$\therefore 2m = 4, m = 2$$

8. 다음 중 이차함수  $y = -2x^2 + 4x - 1$  의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?
- ① 꼭짓점의 좌표는  $(1, 1)$  이다.
  - ② 제 2 사분면을 지나지 않는다.
  - ③  $y = 2x^2$  의 그래프를 평행이동한 것과 같다.
  - ④  $x < 1$  일 때,  $x$  의 값이 증가하면  $y$  의 값도 증가한다.
  - ⑤  $y = 2x^2 - 4x + 1$  의 그래프와  $x$  축에 대하여 대칭이다.

해설

③  $y = -2x^2$  의 그래프를 평행이동한 것이다.

9. 이차함수  $y = x^2 + 6x + 5$  의 그래프의 축의 방정식을 구하여라.

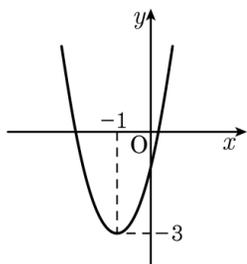
▶ 답:

▷ 정답:  $x = -3$

해설

$y = x^2 + 6x + 5 = (x + 3)^2 - 4$   
따라서 축의 방정식은  $x = -3$  이다.

10. 다음 그래프는  $y = 2x^2$  의 그래프를 평행이동한 것이다. 이 그래프의 함수식은 무엇인가?



- ①  $y = 2(x+1)^2 - 3$                       ②  $y = 2(x-1)^2 - 3$   
③  $y = -2(x+1)^2 - 3$                       ④  $y = 2(x+1)^2 + 3$   
⑤  $y = 2(x-1)^2 + 3$

**해설**

꼭짓점의 좌표가  $(-1, -3)$  이므로  $y = 2(x+1)^2 - 3$  이다.

11. 이차함수  $y = x^2 + 2x + 3$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로  $a$  만큼,  $y$  축의 방향으로  $b$  만큼 평행이동하였더니  $x = -2$  일 때, 최솟값 3 을 가졌다. 이 때,  $a, b$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답:  $a = -1$

▷ 정답:  $b = 1$

해설

$y = x^2 + 2x + 3 = (x + 1)^2 + 2$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로  $a$  만큼,  $y$  축의 방향으로  $b$  만큼 평행이동하면

$$y = (x + 1 - a)^2 + 2 + b = (x + 2)^2 + 3$$

$$\therefore a = -1, b = 1$$

12. 다음 이차함수의 그래프 중 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 것은?

①  $y = \frac{1}{2}x^2 - 3$

②  $y = 2(x-3)^2 + 4$

③  $y = 3x^2$

④  $y = -3x^2 + 3$

⑤  $y = -2x^2 - 3x - 1$

해설

위로 볼록하면  $x^2$ 의 계수는 음수이고 폭이 좁으면  $x^2$ 의 계수의 절댓값이 크다.

13. 다음 이차함수의 그래프 중 4 번째로 폭이 좁은 것은?

①  $y = -(x-2)^2$

②  $y = \frac{2x(x-1)(x+1)}{x-1}$

③  $y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}$

④  $y = -3x^2 + x$

⑤  $y = -\frac{5}{2}x^2$

해설

$a$ 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.

$a$ 의 절댓값을 각각 구하면

① 1

② 2

③  $\frac{1}{3}$

④ 3

⑤  $\frac{5}{2}$

이므로 폭이 좁은 순서는 ④, ⑤, ②, ①, ③이다. 따라서 네 번째로 폭이 좁은 것은 ①이다.

14. 이차함수  $y = 2x^2 - 12x + 16$ 의 그래프에서  $x$ 의 값이 증가함에 따라  $y$ 의 값도 증가하는  $x$ 의 값의 범위는?

①  $x > 3$

②  $x > 2$

③  $x < 3$

④  $x < 2$

⑤  $x < -3$

해설

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 - 12x + 16 \\ &= 2(x^2 - 6x + 9 - 9) + 16 \\ &= 2(x-3)^2 - 2 \end{aligned}$$

대칭축이  $x = 3$ 이고 아래로 볼록한 포물선이다.

15. 이차함수  $y = -(x+6)^2 + 3$  의 그래프에서  $x$  의 값이 증가할 때  $y$  의 값도 증가하는  $x$  의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $x < -6$

해설

이차함수  $y = -(x+6)^2 + 3$  의 그래프의 축의 방정식은  $x = -6$  이다.

따라서 구하는 구간은  $x < -6$  이다.

16.  $y = 2(x+3)^2 - 5$ 의 y절편은?

- ① 3      ② -3      ③ 5      ④ 13      ⑤ -13

해설

$y = 2(x+3)^2 - 5$ 에  $x = 0$ 을 대입하면  
 $y = 2(0+3)^2 - 5 = 13$   
따라서 y절편은 13

17. 이차함수  $y = x^2 - 6x + 5$  의 그래프와  $x$  축과의 교점의  $x$  좌표와  $y$  축과의 교점의  $y$  좌표를 구하면?

- ①  $x$  의 좌표 : 2, 0,  $y$  의 좌표 : 0
- ②  $x$  의 좌표 : -5, -1,  $y$  의 좌표 : -5
- ③  $x$  의 좌표 : 1, -3,  $y$  의 좌표 :  $\frac{3}{2}$
- ④  $x$  의 좌표 : 1, 5,  $y$  의 좌표 : 5
- ⑤  $x$  의 좌표 : 0, 2,  $y$  의 좌표 : 0

해설

$y = 0$  을 대입하면  $x^2 - 6x + 5 = 0$   
 $(x - 1)(x - 5) = 0 \therefore x = 1$  또는  $x = 5$   
 $x = 0$  을 대입하면  $y = 5$

18. 이차함수  $y = x^2 - 4x + k$  의 그래프가  $x$  축과 만나지 않기 위한  $k$  의 범위를 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $k > 4$

해설

$$D/4 = (-2)^2 - k < 0 \quad \therefore k > 4$$

19. 이차함수  $y = 3x^2 + 2x + a$  의 그래프가 점  $(a, a^2 + 2)$  를 지나고  $x$  축과 두 점에서 만나도록  $a$  의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $a = -2$

해설

$$a^2 + 2 = 3a^2 + 2a + a, 2a^2 + 3a - 2 = 0,$$

$$(2a - 1)(a + 2) = 0$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}, -2$$

$x$  축과 두 점에서 만나므로

$$D = 2^2 - 4 \cdot 3 \cdot a > 0, a < \frac{1}{3}$$

$$\therefore a = -2$$

20. 다음 중  $y = -2x^2 + 8x$  의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

- ① 제 1 사분면      ② 제 2 사분면      ③ 제 3 사분면  
④ 제 4 사분면      ⑤ 원점

해설

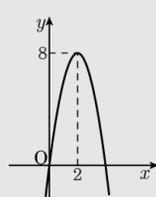
$$y = -2x^2 + 8x$$

$$y = -2(x - 2)^2 + 8$$

꼭짓점의 좌표는 (2, 8) 인 위로 볼록한 그래프이다.

또 원점 (0, 0) 을 지난다.

따라서  $y = -2x^2 + 8x$  의 그래프는 다음 그림과 같고, 제 2 사분면을 지나지 않는다.



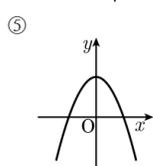
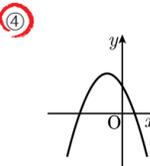
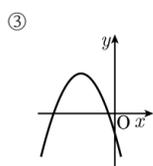
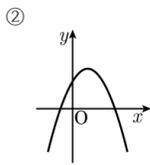
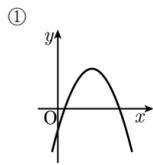
21. 이차함수  $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점이 점  $(-5, -7)$  일 때, 이 함수의 그래프가 제4 사분면을 지나지 않기 위해서  $a$  값이 가질 수 있는 범위는?

- ①  $a \leq -\frac{3}{4}$       ②  $a \geq -\frac{3}{4}$       ③  $a \geq \frac{7}{25}$   
④  $a \leq \frac{7}{25}$       ⑤  $0 < a \leq \frac{7}{5}$

해설

$$\begin{aligned} y &= a(x+5)^2 - 7 = ax^2 + 10ax - 7 + 25a \\ (y\text{절편}) &\geq 0 \\ -7 + 25a &\geq 0 \\ \therefore a &\geq \frac{7}{25} \end{aligned}$$

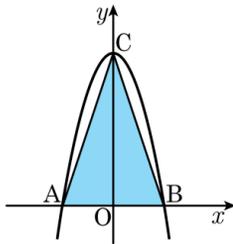
22. 이차함수  $y = -2x^2 - 4x + 1$  의 그래프로 적당한 것은?



**해설**

$x^2$  의 계수가 음수이므로 위로 볼록하고,  $y$  절편은 1 이며, 꼭짓 점은  $(-1, 3)$  으로 제 2 사분면 위에 있다.

23.  $y = -x^2 + 9$  의 그래프와  $x$  축과의 교점을 A, B 라고 하고,  $y$  축과의 교점을 C 라고 할 때,  $\triangle ABC$  의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

점 C 는 꼭짓점이므로 9, 점 A 와 B

는  $y = 0$  일 때,  $x$  좌표이므로

$$0 = -x^2 + 9$$

$$\therefore x = \pm 3$$

$$\therefore A = -3, B = 3$$

$$\triangle ABC \text{ 의 넓이} = \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27$$

24. 이차함수  $y = 4x^2$ 의 그래프 위의 점 P와 점 Q는 좌표의 y값이 같다. 두 점 P와 Q 그리고 A(3, 0)을 꼭짓점으로 하는 삼각형 PQA의 넓이가 32일 때, 점 P와 점 Q의 y 좌표값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

점 P의 좌표를  $(a, 4a^2)$ 이라 하면 점 Q의 좌표는  $(-a, 4a^2)$

이므로

삼각형 PQA는 밑변이  $2a$ , 높이는  $4a^2$ 이다.

$$\Delta PQA = \frac{1}{2} \times 2a \times 4a^2 = 4a^3 = 32$$

$$\therefore a = 2$$

따라서 점 P와 점 Q의 y 좌표값은 16이다.

25. 이차함수  $y = (x+3)^2 - 9$  의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 꼭짓점의 좌표는  $(-3, -9)$  이다.
- ② 대칭축은  $x = -3$  이다.
- ③ 그래프는 아래로 볼록한 모양이다.
- ④  $x$  축과 두 점에서 만난다.
- ⑤ 제 1, 2, 3, 4 사분면을 모두 지난다.

해설

⑤ 제 4 사분면을 지나지 않는다.

26. 다음 중 이차함수  $y = -x^2 + 4x - 3$  의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?

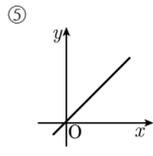
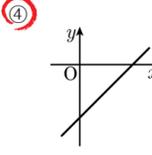
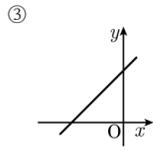
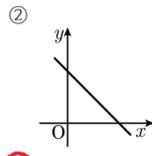
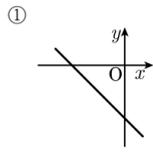
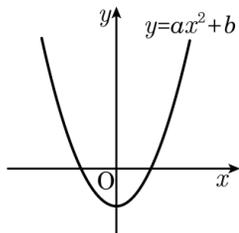
- ① 꼭짓점의 좌표는  $(2, -3)$  이다.
- ②  $y = x^2$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로 2 만큼,  $y$  축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.
- ③ 축의 방정식은  $x = 2$  이다.
- ④ 아래로 볼록하다.
- ⑤  $x < 2$  일 때,  $x$  의 값이 증가하면  $y$  의 값은 감소한다.

**해설**

주어진 식을 정리하면  $y = -(x-2)^2 + 1$

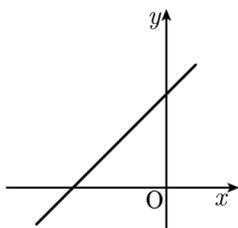
- ① 꼭짓점의 좌표는  $(2, 1)$
- ②  $y = -x^2$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로 2 만큼,  $y$  축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.
- ④ 위로 볼록한 그래프
- ⑤  $x < 2$  일 때,  $x$  의 값이 증가하면  $y$  의 값도 증가한다.

27. 이차함수  $y = ax^2 + b$  의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중  $y = ax + b$  의 그래프는?



**해설**  
 $a > 0$ ,  $b < 0$  이므로 y 절편이 0 보다 작고 오른쪽 위로 향하는 직선을 찾으면 된다.

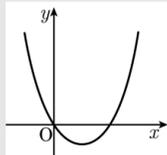
28. 일차함수  $y = ax + b$  의 그래프가 다음과 같을 때,  $y = ax^2 - bx$  의 그래프의 꼭짓점은 어느 위치에 있는가?



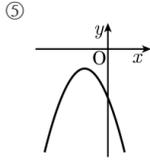
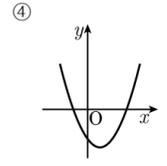
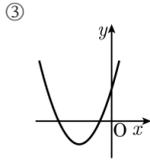
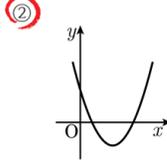
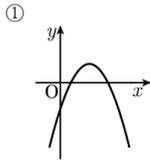
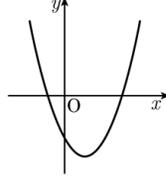
- ①  $x$  축 위      ②  $y$  축 위      ③ 제 1 사분면  
 ④ 제 2 사분면      ⑤ 제 4 사분면

해설

$a > 0, b > 0$  이므로  $y = ax^2 - bx$  의 그래프는 아래로 볼록하고 축은  $y$  축의 오른쪽에 있으며 원점을 지난다.



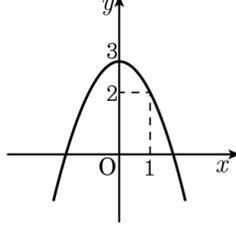
29. 이차함수  $y = ax^2 + bx - c$  의 그래프가 다음 그림과 같을 때,  $y = cx^2 + bx + a$  의 그래프는?



**해설**

$y = ax^2 + bx - c$  의 그래프가 아래로 볼록하므로  $a > 0$ 이다.  
 축이  $y$  축의 오른쪽에 있으므로  $a$  와  $b$  의 부호는 반대이다.  
 따라서,  $b < 0$ 이다.  
 $y$  절편이 음수이므로  $-c < 0, c > 0$ 이다.  
 $y = cx^2 + bx + a$  에서  
 $c > 0$  이므로 아래로 볼록한 그래프이다.  
 $b < 0$  이므로 축은  $y$  축의 오른쪽에 있다.  
 $a > 0$  이므로  $y$  절편은 양수이다.  
 따라서 구하는 그래프는 ②이다.

30. 다음 그림과 같은 그래프를 가지는 이차함수의 식은?



- ①  $y = 3x^2 + 1$       ②  $y = 3x^2 + 2$       ③  $y = -3x^2 + 3$   
④  $y = -x^2 + 3$       ⑤  $y = -x^2 + 2$

해설

그래프의 이차함수의 꼭짓점은  $(0, 3)$  이므로  $y = ax^2 + 3$  이고  
 $(1, 2)$ 를 지나므로  $2 = a + 3$ ,  $a = -1$  이다.  
따라서 그래프의 식은  $y = -x^2 + 3$  이다.

31. 이차함수  $y = ax^2 + bx + c$  의 꼭짓점이  $(-1, 4)$  이고,  $y$  절편이 6 일 때,  $a + b + c$  의 값을 구하여라.

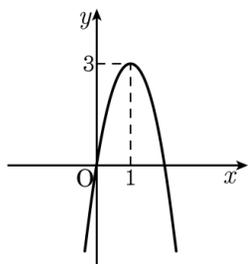
▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

꼭짓점의 좌표가  $(-1, 4)$  이므로  
 $y = a(x+1)^2 + 4$  이고,  $y$  절편이 6 이므로  $6 = a(0+1)^2 + 4$ ,  $a = 2$   
이다.  
 $y = 2(x+1)^2 + 4 = 2x^2 + 4x + 6$   
 $a = 2, b = 4, c = 6$   
 $\therefore a + b + c = 12$

32. 다음 그림은 이차함수  $y = ax^2 + bx + c$  의 그래프이다. 이 때,  $a + b - c$  의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$y = a(x - 1)^2 + 3$  이  $(0, 0)$  을 지나므로

$$0 = a(0 - 1)^2 + 3, a = -3$$

$$y = -3(x - 1)^2 + 3 = -3x^2 + 6x$$

$$a = -3, b = 6, c = 0$$

$$\therefore a + b - c = -3 + 6 - 0 = 3$$

33. 직선  $x=1$  을 축으로 하고 두 점  $(0, -1)$ ,  $(3, 5)$  를 지나는 포물선이 나타내는 이차함수를 구하면?

①  $y = 2x^2 - 4x - 1$

②  $y = -2x^2 + 4x + 3$

③  $y = 2x^2 + 4x - 5$

④  $y = \frac{4}{3}x^2 - \frac{8}{3}x - 1$

⑤  $y = \frac{4}{3}x^2 - \frac{8}{3}x + 3$

해설

$y = a(x-1)^2 + p$  에  $(0, -1)$  과  $(3, 5)$  를 대입하여  $a$  와  $p$  를 구하면,  $-1 = a + p$ ,  $5 = 4a + p$ ,  $a = 2$ ,  $p = -3$  이 된다. 따라서  $y = 2x^2 - 4x - 1$  이다.

34. 다음 조건을 모두 만족하는 이차함수의 식은?

- ㉠ 꼭짓점이  $x$  축 위에 있다.
- ㉡ 축의 방정식은  $x = 4$  이다.
- ㉢ 점  $(6, -2)$ 를 지난다.

①  $y = -2(x - 4)^2$

②  $y = 2(x - 4)^2$

③  $y = \frac{1}{2}(x - 4)^2$

④  $y = -\frac{1}{2}(x - 4)^2$

⑤  $y = -\frac{1}{2}(x + 4)^2$

**해설**

꼭짓점이  $x$  축 위에 있으므로 꼭짓점의  $y$  좌표는 0 이다. 축의 방정식이  $x = 4$  이므로 꼭짓점의  $x$  좌표는 4이다. 따라서 꼭짓점의 좌표는  $(4, 0)$  이다.  $y = a(x - 4)^2$  의 형태에서 점  $(6, -2)$  를 지나므로  $y = -\frac{1}{2}(x - 4)^2$  이다.

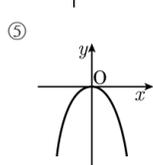
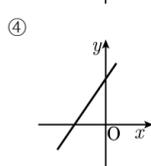
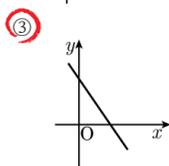
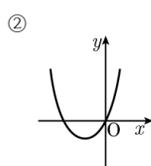
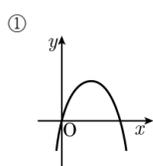
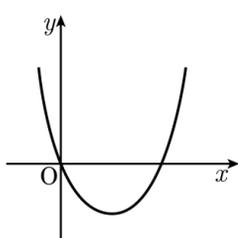
35. 이차함수  $y = ax^2 + 4x - b$  가 세 점  $(1, 1)$ ,  $(0, -5)$ ,  $(2, c)$  를 지날 때,  $a + b + c$  의 값은?

- ① 2      ② 5      ③ 8      ④ 11      ⑤ 18

해설

$(0, -5)$  를 지나므로  $-5 = -b, b = 5$   
 $(1, 1)$  을 지나므로  $1 = a + 4 - b, a = 2$   
따라서 주어진 이차함수의 식은  $y = 2x^2 + 4x - 5$   
이 함수의 그래프가  $(2, c)$  를 지나므로  
 $c = 2 \times 2^2 + 4 \times 2 - 5 = 8 + 8 - 5 = 11$   
따라서  $a + b + c = 2 + 5 + 11 = 18$  이다.

36.  $y = ax^2 + bx + c$  의 그래프가 다음 그림과 같을 때,  $y = cx^2 + bx + a$  의 그래프는?



**해설**

주어진 그래프에서  $y$  절편이 0 이므로  $c = 0$ , 아래로 볼록이므로  $a > 0$ , 축  $x = -\frac{b}{2a}$  가 양이므로  $b < 0$   
 $\therefore y = cx^2 + bx + a \leftrightarrow y = bx + a$  에서 기울기가 음이고  $y$  절편이 양인 직선을 구하면 된다.

37.  $y = 3x^2$  의 그래프와 모양이 같고 두 점  $(-1, 0)$ ,  $(2, 0)$  을 지나는 포물선의 식은?

①  $y = 3x^2 - 2$

②  $y = 3x^2 - 3x - 6$

③  $y = 3x^2 + 6x - 8$

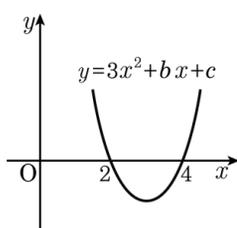
④  $y = 3x^2 - 6x - 8$

⑤  $y = 3x^2 + 3x - 6$

해설

$$y = 3(x+1)(x-2) = 3x^2 - 3x - 6$$

38. 다음 그림은 이차함수  $y = 3x^2 + bx + c$  의 그래프이다. 이 때,  $b$ ,  $c$  의 값을 각각 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $b = -18$

▷ 정답 :  $c = 24$

해설

(2, 0) 을 대입하면  $0 = 12 + 2b + c \rightarrow 2b + c = -12$

(4, 0) 을 대입하면  $0 = 48 + 4b + c \rightarrow 4b + c = -48$

두 식을 연립하여 풀면  $b = -18$ ,  $c = 24$

39. 다음 중 이차함수의 최댓값  $M$  또는 최솟값  $m$  이 잘못된 것은?

①  $y = 2x^2 - 2x + 3$  ( $m = \frac{5}{2}$ )

②  $y = -x^2 - 2x$  ( $M = 1$ )

③  $y = 2(x+1)^2 - 5$  ( $m = -5$ )

④  $y = \frac{1}{2}x^2 - 3$  ( $m = -3$ )

⑤  $y = -\frac{1}{3}(x-2)^2$  ( $M = 2$ )

해설

⑤  $y = -\frac{1}{3}(x-2)^2$  ( $M = 0$ )

40. 이차함수  $y = \frac{1}{3}(x+1)^2 + 2$  의 최솟값을 구하고, 그 때의  $x$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 최솟값 = 2

▷ 정답:  $x = -1$

해설

꼭짓점의 좌표가  $(-1, 2)$  이므로  
 $x = -1$  일 때, 최솟값 2 를 갖는다.

41. 이차함수  $y = -ax^2 + 4ax + 5$  의 최댓값이  $-3$  일 때, 상수  $a$  의 값은?

- ①  $-8$       ②  $-4$       ③  $-2$       ④  $2$       ⑤  $4$

해설

$$y = -ax^2 + 4ax + 5$$

$$y = -a(x^2 - 4x + 4 - 4) + 5$$

$$y = -a(x - 2)^2 + 4a + 5$$

최댓값은  $4a + 5 = -3$  이므로  $a = -2$ 이다.

42. 이차함수  $y = -3x^2 + 6x + k + 2$  의 최댓값이 0 일 때,  $k$  의 값은?

- ① -5      ② -3      ③ 0      ④  $\frac{1}{2}$       ⑤ 7

해설

$$y = -3x^2 + 6x + k + 2 = -3(x-1)^2 + k + 5$$

$x = 1$  일 때, 최댓값이  $k + 5$  이므로

$$k + 5 = 0 \quad \therefore k = -5$$

43. 이차함수  $y = -x^2 + bx + c$  가 직선  $x = -3$  을 축으로 하고 최댓값 2 를 가질 때, 상수  $b, c$  의 합  $b - c$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $b - c = 1$

해설

꼭짓점의 좌표가  $(-3, 2)$  이므로 이차함수의 식은  $y = -(x + 3)^2 + 2$  이고, 전개하면

$$\begin{aligned} y &= -(x + 3)^2 + 2 \\ &= -(x^2 + 6x + 9) + 2 \\ &= -x^2 - 6x - 7 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

$y = -x^2 - 6x - 7$  이므로  $b = -6, c = -7$  이다.

$$\therefore b - c = -6 - (-7) = 1$$

44. 이차함수  $y = x^2 + 2bx + c$  가  $x = 1$  에서 최솟값 3 을 가질 때,  $b + c$  의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$x = 1$  일 때, 최솟값 3 을 가지므로 꼭짓점의 좌표는 (1, 3) 이다.

$$\begin{aligned} y &= x^2 + 2bx + c \\ &= (x - 1)^2 + 3 \\ &= x^2 - 2x + 4 \quad \therefore b = -1, c = 4 \\ \therefore b + c &= 3 \end{aligned}$$

45. 이차함수  $y = -x^2 + 6x + k + 1$  의 최댓값이 15 일 때,  $k$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned}y &= -x^2 + 6x + k + 1 \\ &= -(x-3)^2 + 9 + k + 1 \\ &= -(x-3)^2 + k + 10\end{aligned}$$

$x = 3$  일 때, 최댓값  $k + 10$  을 가지므로

$$k + 10 = 15$$

$$\therefore k = 5$$

46. 함수  $y = x^2 - px$  와  $y = -x^2 + px$  의 그래프에 의하여 둘러싸인 부분에 내접하는 직사각형의 둘레의 길이의 최댓값이 26 일 때,  $p$  의 값을 구하여라. (단,  $p > 0$ )

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

포물선의 축이  $x = \frac{p}{2}$  이므로 직사각형은 직선  $x = \frac{p}{2}$  에 대하여 대칭이다.

직사각형이  $x$  축과 만나는 점의  $x$  좌표를  $t$  ( $t > \frac{p}{2}$ ) 라 하면

가로의 길이는  $2 \times \left(t - \frac{p}{2}\right) = 2t - p$ ,

세로의 길이는  $(-t^2 + pt) - (t^2 - pt) = -2t^2 + 2pt$

이므로 직사각형의 둘레의 길이는

$2(-2t^2 + 2pt + 2t - p) = -4\left(t - \frac{p+1}{2}\right)^2 + p^2 + 1$  이다.

따라서  $t = \frac{p+1}{2}$  일 때, 직사각형의 둘레의 길이의 최댓값은  $p^2 + 1 = 26$  이므로  $p = 5$  이다.

47.  $x = 0$  일 때, 최댓값  $-1$  을 갖고 한 점  $(2, -3)$  을 지나는 포물선의 식은?

①  $y = -2(x+1)^2 - 4$

②  $y = (x-2)^2 - 3$

③  $y = -2(x-1)^2 + 3$

④  $y = -(x+1)^2 + 3$

⑤  $y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$

해설

꼭짓점이  $(0, -1)$  이므로  $y = ax^2 - 1$

$(2, -3)$  을 대입하면  $-3 = 4a - 1$

$$a = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$$

48.  $x = 1$  일 때 최솟값  $-1$  을 갖고,  $y$  절편이  $3$  인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을  $y = a(x-p)^2 + q$  라 할 때, 상수  $a, p, q$  의 곱  $apq$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $-4$

해설

$$y = a(x-1)^2 - 1 = ax^2 - 2ax + a - 1$$

$$a - 1 = 3, a = 4$$

$$y = 4(x-1)^2 - 1$$

$$\therefore apq = 4 \times 1 \times (-1) = -4$$

49. 이차함수  $y = -x^2 - 2ax + 6a$  의 최댓값을  $M$  이라고 할 때,  $M$  의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $-9$

해설

$$y = -x^2 - 2ax + 6a = -(x+a)^2 + a^2 + 6a$$

$$\therefore M = a^2 + 6a = (a+3)^2 - 9$$

따라서  $M$  의 최솟값은  $-9$  이다.

50. 이차함수  $y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1$  의 최솟값을  $m$  이라 할 때,  $m$  의 최댓값은?

- ㉠  $-\frac{7}{8}$       ㉡  $-1$       ㉢  $\frac{1}{8}$       ㉣  $1$       ㉤  $-\frac{9}{8}$

해설

$$y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1 = (x - 2k)^2 - 2k^2 + k - 1$$

$$m = -2k^2 + k - 1 = -2\left(k - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{7}{8} \text{ 이므로 } m \text{ 의 최댓값은 } -\frac{7}{8} \text{ 이다.}$$