

1. $-3a - 2 < -3b - 2$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $a < b$

② $-3a > -3b$

③ $5a - 3 > 5b - 3$

④ $3 - a > 3 - b$

⑤ $\frac{a}{3} < \frac{b}{3}$

해설

$-3a - 2 < -3b - 2 \cdots \textcircled{1}$

$(\textcircled{1} + 2) \div (-3)$ 하면, $a > b$ 이다.

따라서 만족하는 식은 $5a - 3 > 5b - 3$

2. $2 \leq x \leq 5$, $1 \leq y \leq a$ 일 때, $x+y$ 의 범위가 xy 의 범위 안에 포함되기 위한 실수 a 의 최솟값은? (단, $a \geq 1$)

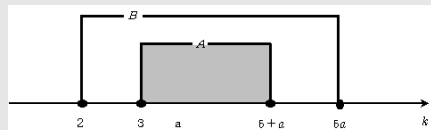
- ① 1 ② $\frac{8}{7}$ ③ $\frac{7}{6}$ ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$3 \leq x+y \leq 5+a$, $2 \leq xy \leq 5a$ 이므로

$3 \leq x+y \leq 5+a$,

이때 $x+y$ 의 범위가 xy 의 범위 안에 포함되려면 다음 수직선에서



$5+a \leq 5a$ 이어야 하므로 $4a \geq 5$

$\therefore a \geq \frac{5}{4}$

3. x 에 대한 부등식 $x+2 \leq ax+3$ 의 해가 모든 실수일 때, 상수 a 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$x+2 \leq ax+3$ 에서 $(1-a)x \leq 1$ 이 부등식의 해가 모든 실수이고
우변이 양수이므로 x 의 계수는 0이어야 한다.

$$1-a=0$$

$$\therefore a=1$$

4. 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $k^2x+1 > 2kx+k$ 가 성립할 때, k 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$k^2x+1 > 2kx+k$ 에서
 $(k^2-2k)x > k-1$,
 $k(k-2)x > k-1$
해가 모든 실수이므로
 $k(k-2) = 0$, $k-1 < 0$ 이어야 한다.
 $\therefore k = 0$

5. 이차부등식 $x^2 + 2x + a < 0$ 의 해가 $-4 < x < 2$ 일 때, a 의 값을 구하여라.(단, a 는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

해가 $-4 < x < 2$ 이므로

$$(x+4)(x-2) < 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = x^2 + 2x + a$$

$$\therefore a = -8$$

6. 부등식 $|x - 2| < k$ 를 만족하는 모든 x 의 값이 부등식 $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 만족할 때, 실수 k 의 최댓값은? (단, $k > 0$)

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

부등식 $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 풀면
 $-8 \leq x^2 - 8 \leq 8$
 $0 \leq x^2 \leq 16$
 $\therefore -4 \leq x \leq 4$
 $k > 0$ 이므로 부등식 $|x - 2| < k$ 을 풀면
 $-k < x - 2 < k$
 $-k + 2 < x < k + 2$
이때, 이 부등식의 모든 해가 $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 만족하려면
 $-k + 2 \geq -4$, $k + 2 \leq 4$ 이어야 하므로
 $k \leq 6$, $k \leq 2$
 $\therefore 0 < k \leq 2$
따라서 실수 k 의 최댓값은 2이다.

7. $ax^2 - 2ax + 3 < 0$ 를 만족하는 x 가 없도록 하는 실수 a 의 값의 범위는?

① $a > 0$

② $-1 < a < 3$

③ $0 \leq a \leq 3$

④ $-1 < a < 4$

⑤ $-1 \leq a \leq 4$

해설

(i) $a = 0$ 일 때, 성립한다.

(ii) $a \neq 0$ 일 때, 함수 $y = ax^2 - 2ax + 3$ 에서 $D \leq 0$ 이므로

$$a^2 - 3a \leq 0$$

$$\therefore 0 < a \leq 3 (\because a \neq 0)$$

8. $2x - 1 > 0$, $x^2 - 3x - 4 < 0$ 를 동시에 만족하는 x 중에서 정수인 것의 개수는?

① 0 개 ② 1 개 ③ 2 개 ④ 3 개 ⑤ 4 개

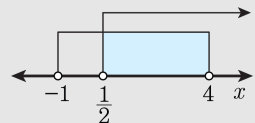
해설

$$2x - 1 > 0$$

$$\therefore x > \frac{1}{2} \dots\dots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$(x + 1)(x - 4) < 0$$

$$\therefore -1 < x < 4 \dots\dots \textcircled{\text{㉡}}$$



㉠, ㉡의 공통 부분은

$$\therefore \frac{1}{2} < x < 4$$

따라서 x 중에서

정수인 것은 1, 2, 3의 3 개다.

9. 부등식 $(a+b)x + (2a-b) > 0$ 의 해가 $x < -1$ 일 때, 부등식 $ax + b > 0$ 의 해를 구하면?

- ① $x < -\frac{1}{2}$ ② $x < -\frac{1}{3}$ ③ $x > -\frac{1}{2}$
④ $x > -\frac{1}{3}$ ⑤ $x > -1$

해설

$(a+b)x + (2a-b) > 0$ 의 해가 $x < -1$ 이라면

$$a+b < 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$-\frac{2a-b}{a+b} = -1 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

②에서 $a = 2b$ 이고 $a+b = 2b+b = 3b < 0$

$$\therefore b < 0$$

$ax+b > 0$ 에서 $2bx+b > 0$, $2bx > -b$

$$b < 0 \text{이므로 } x < -\frac{1}{2}$$

10. 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 + px + p$ 가 -3 보다 항상 크기 위한 정수 p 의 최댓값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$x^2 + px + p > -3$$

$$x^2 + px + (p + 3) > 0$$

$$D = p^2 - 4(p + 3) = p^2 - 4p - 12 < 0$$

$$(p - 6)(p + 2) < 0$$

$$-2 < p < 6$$

$$\therefore \text{최대정수 : 5}$$

11. 모든 실수 x 에 대하여 이차부등식 $x^2 + 2kx - k + 6 > 0$ 이 항상 성립하도록 k 의 범위를 구하면 $m < k < n$ 이다. 이 때, $m^2 + n^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$x^2 + 2kx - k + 6 > 0$ 이 항상 성립하려면
판별식 $D < 0$ 이다.

$$\frac{D}{4} = k^2 - (-k + 6) < 0$$

$$k^2 + k - 6 < 0, (k + 3)(k - 2) < 0$$

$$-3 < k < 2$$

$$\therefore m = -3, n = 2$$

$$\therefore m^2 + n^2 = (-3)^2 + 2^2 = 13$$

12. 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $(m+2)x^2 - 4x + 2m < 0$ 이 성립하도록 하는 정수 m 의 최댓값은?

① -5 ② -3 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

(i) $m = -2$ 일 때, $-4x - 4 < 0$ 이므로
모든 실수 x 에 대하여 성립하지는 않는다.

(ii) $m \neq -2$ 일 때, 모든 실수 x 에 대하여
주어진 부등식이 성립하려면 $m + 2 < 0$

$$\therefore m < -2 \quad \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

또, $(m+2)x^2 - 4x + 2m = 0$ 의 판별식을

$$D \text{라 할 때 } \frac{D}{4} = (-2)^2 - 2m(m+2) < 0$$

$$4 - 2m^2 - 4m < 0, \quad m^2 + 2m - 2 > 0$$

$$\therefore m < -1 - \sqrt{3} \text{ 또는 } m > -1 + \sqrt{3} \quad \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

$$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}} \text{에서 } m < -1 - \sqrt{3}$$

(i), (ii)에서 $m < -1 - \sqrt{3}$ 이므로

정수 m 의 최댓값은 -3이다.

13. 이차방정식 $(2+k)x^2 + 4x - (1+k) = 0$ 이 실근을 갖기 위한 실수 k 값의 범위는?

① $k \geq 1$

② $k \leq -2$

③ k 는 모든 실수

④ k 는 없다.

⑤ $k \neq -2$ 인 모든 실수

해설

이차방정식이므로 $k \neq -2$

실근을 가지려면 판별식이 0보다 크거나 같아야 하므로

$$D' = 2^2 + (k+2)(k+1) \geq 0$$

$$k^2 + 3k + 6 \geq 0$$

$$k^2 + 3k + 6 = \left(k + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{15}{4} \geq 0 \text{ 이므로}$$

모든 실수 k 에 대해 성립.

$\therefore k \neq -2$ 인 모든 실수

14. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 2kx + 6 - k = 0$ 의 서로 다른 두 근이 모두 -1 보다 작을 때, 정수 k 의 개수를 구하여라.

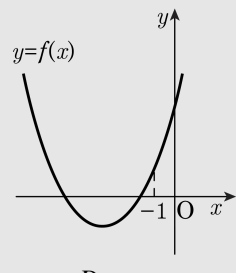
▶ 답: 개

▶ 정답 : 3개

해설

 $f(x) = x^2 - 2kx + 6 - k$ 라 하면

방정식 $f(x) = 0$ 의 서로 다른 두 근이 -1 보다 작으므로



(i) $\frac{D}{4} = (-k)^2 - (6-k) > 0$ 에서

$$k^2 + k - 6 > 0, \quad (k + 3)(k - 2) > 0$$

$$\therefore k < -3 \text{ 또는 } k > 2$$

(ii) $f(-1) = 1 + 2k + 6 - k > 0$ 에서 $k > -7$

(iii) $-\frac{-2k}{2} < -1$ 에서 $k < -1$

이상에서 $-7 < k < -3$

따라서 정수 k 는 $-6, -5, -4$ 의 3 개다.

15. 이차방정식 $x^2 - mx + 4 = 0$ 의 두 근 사이에 1 이 있도록 하는 실수 m 의 값의 범위는?

① $m < -5$

② $m > -2$

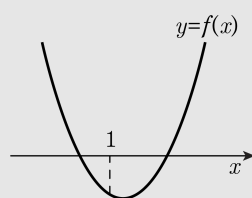
③ $-2 < m < 2$

④ $m > 2$

⑤ $m > 5$

해설

$f(x) = x^2 - mx + 4$ 라 하면 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.
 $f(1) < 0$ 에서 $5 - m < 0$
 $\therefore m > 5$



16. $1 < x < 3$ 에서 x 에 대한 이차방정식 $x^2 - ax + 4 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 실수 a 의 값의 범위가 $\alpha < a < \beta$ 일 때, $3\alpha\beta$ 의 값을 구하여라.

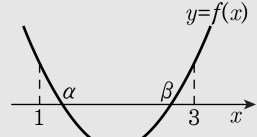
▶ 답 :

▷ 정답 : 52

해설

$f(x) = x^2 - ax + 4$ 라 하면

$1 < x < 3$ 에서 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같아야 한다.



(i) $x^2 - ax + 4 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면
 $D = a^2 - 16 > 0$ 에서 $(a + 4)(a - 4) > 0$
 $\therefore a < -4$ 또는 $a > 4$

(ii) $f(1) = 5 - a > 0$ 에서 $a < 5$

$f(3) = 13 - 3a > 0$ 에서 $a < \frac{13}{3}$

$\therefore a < \frac{13}{3}$

(iii) $y = f(x)$ 의 그래프의 대칭축이

$x = \frac{a}{2}$ 이므로 $1 < \frac{a}{2} < 3$

$\therefore 2 < a < 6$

(i), (ii), (iii) 에서 a 의 값의 범위는 $4 < a < \frac{13}{3}$

따라서, $\alpha = 4, \beta = \frac{13}{3}$ 이므로 $3\alpha\beta = 52$

17. $-1 < x < 3$ 인 모든 실수 x 에 대하여 이차부등식 $x^2 + 2(k-1)x + 3k < 0$ 이 항상 성립하도록 하는 실수 k 의 최댓값을 구하여라.

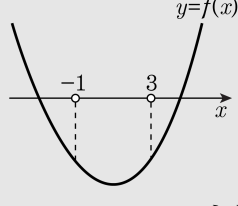
▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$f(x) = x^2 + 2(k-1)x + 3k$ 라 하자.

$-1 < x < 3$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) < 0$ 이 항상 성립하려면 다음 그림과 같이 $f(-1) \leq 0$, $f(3) \leq 0$ 이어야 한다.



(i) $f(-1) \leq 0$ 에서 $(-1)^2 + 2(k-1) \cdot (-1) + 3k \leq 0$, $k+3 \leq 0$
 $\therefore k \leq -3$

(ii) $f(3) \leq 0$ 에서 $3^2 + 2(k-1) \cdot 3 + 3k \leq 0$, $9k+3 \leq 0$

$\therefore k \leq -\frac{1}{3}$

(i), (ii)에서 $k \leq -3$

따라서, 실수 k 의 최댓값은 -3 이다.

18. 부등식 $x^2 + ax + a + 3 \leq 0$ 를 만족하는 x 가 오직 1개이기 위한 양수 a 가 존재하는 구간은?

① $1 < a < 3$

② $2 < a < 5$

③ $3 < a < 6$

④ $4 < a < 7$

⑤ $6 < a < 7$

해설

$x^2 + ax + a + 3 \leq 0$ 의 해가

1개 존재하기 위해서는

$x^2 + ax + a + 3 = 0$ 이 중근을 가져야 한다.

$$\therefore D = a^2 - 4(a + 3)$$

$$= a^2 - 4a - 12$$

$$= (a - 6)(a + 2) = 0$$

$$\therefore a = 6 \quad (\because a > 0)$$

19. 부등식 $|x^2 - 1| + 3x < 3$ 의 해가 $\alpha < x < \beta$ 일 때, 상수 $\alpha + \beta$ 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

절댓값 기호 안을 0으로 하는 x 의 값을 경계로 하여 구간을 나누어 본다.

(i) $x^2 - 1 \geq 0$,

즉 $x \leq -1$ 또는 $x \geq 1$ 일 때,

$|x^2 - 1| = x^2 - 1$ 이므로 주어진 부등식은

$x^2 - 1 + 3x < 3$, $x^2 + 3x - 4 < 0$

$(x + 4)(x - 1) < 0$

$\therefore -4 < x < 1$

이 때 조건에서 $x \leq -1$ 또는 $x \geq 1$ 이므로

이를 만족하는 x 값의 범위는 $-4 \leq x \leq -1$

(ii) $x^2 - 1 < 0$,

즉 $-1 < x < 1$ 일 때,

$|x^2 - 1| = -x^2 + 1$ 이므로 주어진 부등식은

$-x^2 + 1 + 3x < 3$, $x^2 - 3x + 2 > 0$

$(x - 1)(x - 2) > 0$

$\therefore x < 1$ 또는 $x > 2$

이 때 조건에서 $-1 < x < 1$ 이므로

이를 만족하는 x 의 값의 범위는 $-1 < x < 1$

(i), (ii)로부터 주어진 부등식의 해는 $-4 < x < 1$

따라서 $\alpha = -4$, $\beta = 1$, $\alpha + \beta = -3$

20. 임의의 실수 x, y 에 대하여 $x^2 + y^2 + 2xy + 2x + ay + b > 0$ 이 성립할 a, b 의 조건은? (단, a, b 는 실수)

① $a = 1, b > 2$ ② $a = 1, b < 2$ ③ $a = 2, b > 1$

④ $a = 2, b \geq 1$ ⑤ $a = 2, b \leq 1$

해설

준식을 x 에 대하여 내림차순으로 정리하면
 $x^2 + 2(1+y)x + y^2 + ay + b > 0$ 이고
임의의 실수 x 에 대하여 항상 성립하기 위해서는
 $D/4 < 0$ 를 만족해야 한다.
 $D/4 = (1+y)^2 - (y^2 + ay + b) < 0$
 $\therefore (2-a)y + 1 - b < 0 \cdots \textcircled{1}$
①식이 모든 실수 y 에 성립할 조건은
 $(2-a) = 0, 1 - b < 0,$
 $\therefore a = 2, b > 1$