

1. 식 $2(x+2)^2 = x^2 - x$ 을 이차방정식 $x^2 + bx + c = 0$ 의 꼴로 나타낼 때, b 의 값은?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

$$2(x+2)^2 = x^2 - x$$

$$2(x^2 + 4x + 4) = x^2 - x$$

$$2x^2 + 8x + 8 - x^2 + x = 0$$

$$x^2 + 9x + 8 = 0$$

$$\therefore b = 9$$

2. 다음 중 [] 안의 수가 주어진 이차방정식의 해가 아닌 것은? (정답 2 개)

① $x^2 - 2x - 8 = 0$ [2]

② $x(x + 7) = 0$ [-7]

③ $x^2 + 4x + 4 = 0$ [-2]

④ $2x^2 - 3x - 5 = 0$ [-1]

⑤ $3x^2 - 2x - 5 = 0$ [1]

해설

이차방정식 $x^2 - 2x - 8 = 0$ 은 x 의 값이 4 또는 -2 일 때 성립한다.

이차방정식 $3x^2 - 2x - 5 = 0$ 은 x 의 값이 -1 또는 $\frac{5}{3}$ 일 때 성립한다.

3. 이차방정식 $x^2 + kx + 4k - 2 = 0$ 의 한 근이 3 일 때, k 값과 다른 한 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$x^2 + kx + 4k - 2 = 0$ 의 한 근이 3 이므로 $x = 3$ 을 주어진 식에 대입하면

$$9 + 3k + 4k - 2 = 0 ,$$

$$7k = -7 , k = -1 ,$$

$$x^2 - x - 6 = 0 ,$$

$$(x + 2)(x - 3) = 0 ,$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 3$$

$$\therefore (-1) + (-2) = -3$$

4. 이차방정식 $0.3x^2 - x = 0.1$ 을 풀면?

- ① $x = \pm \frac{2}{3}$ ② $x = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{3}$ ③ $x = \frac{5 \pm 2\sqrt{7}}{3}$
④ $x = \frac{5 \pm 3\sqrt{7}}{3}$ ⑤ $x = \frac{7 \pm 2\sqrt{7}}{3}$

해설

양변에 10을 곱하면

$$3x^2 - 10x - 1 = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 3}}{3}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{28}}{3}$$

$$= \frac{5 \pm 2\sqrt{7}}{3}$$

5. 이차방정식 $2x^2 - 5x - 2 = 0$ 의 두 근의 합과 곱을 차례대로 나열한 것은?

① $-2, -1$

② $2\sqrt{3}, \frac{5}{4}$

③ $2\sqrt{3}, 2$

④ $\frac{5}{2}, -1$

⑤ $\frac{5}{2}, -2$

해설

근과 계수의 관계에 의하여

두 근의 합은 $-\frac{(-5)}{2} = \frac{5}{2}$, 두 근의 곱은 $\frac{-2}{2} = -1$ 이다.

6. 이차방정식 $2x^2 - 4x - 3 = 0$ 의 한 근을 a 라 할 때, $2a^2 - 4a$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$x = a$ 를 대입하면 $2a^2 - 4a - 3 = 0$

$\therefore 2a^2 - 4a = 3$

7. 다음에 주어진 이차방정식 중에서 증근을 갖는 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $x^2 - 4 = 0$
- ㉡ $x^2 = 8x - 16$
- ㉢ $(3x + 1)^2 = 1$
- ㉤ $x^2 = 0$
- ㉥ $(4x - 1)(x + 2) = 3x - 3$

- ① ㉠, ㉡, ㉢ ② ㉡, ㉤ ③ ㉠, ㉡, ㉤
④ ㉡, ㉤ ⑤ ㉡, ㉢, ㉤, ㉥

해설

증근을 갖는 이차방정식은 $(ax + b)^2 = 0$ 의 꼴이다.
㉡ $x^2 = 8x - 16 \leftrightarrow x^2 - 8x + 16 = 0 \leftrightarrow (x - 4)^2 = 0$
 $\therefore x = 4$ (증근)
㉤ $x^2 = 0$
 $\therefore x = 0$ (증근)
㉥ $(4x - 1)(x + 2) = 3x - 3 \leftrightarrow 4x^2 + 4x + 1 = 0$
 $(2x + 1)^2 = 0$
 $\therefore x = -\frac{1}{2}$ (증근)

8. 이차방정식 $(x-2)^2 = 5$ 의 두 근의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$(x-2)^2 = 5$$

$$\therefore x = 2 \pm \sqrt{5}$$

두 근의 곱을 구하면

$$(2 + \sqrt{5})(2 - \sqrt{5}) = 4 - 5 = -1$$

9. 이차방정식 $3x^2 - 3x - 2 = 0$ 의 근을 구하면?

- ① $x = \frac{-3 \pm \sqrt{33}}{3}$ ② $x = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{3}$ ③ $x = \frac{-3 \pm \sqrt{33}}{6}$
④ $x = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{6}$ ⑤ $x = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{2}$

해설

$3x^2 - 3x - 2 = 0$ 에서 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ 를 이용하면 $a = 3$, $b = -3$, $c = -2$ 이므로
 $x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 3 \times (-2)}}{2 \times 3} = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{6}$ 이다.

10. 다음 이차방정식 중 증근을 갖는 것은?

① $x^2 + 2x = 0$

② $x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{8} = 0$

③ $2x^2 - 8x + 8 = 0$

④ $9x^2 - 49y^2 = 0$

⑤ $4x^2 + 15x + 9 = 0$

해설

증근 : 판별식이 0이어야 한다.

③ $\frac{D}{4} = \left(-\frac{8}{2}\right)^2 - 2 \times 8 = 0$

11. 이차방정식 $6x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 1, -2 일 때, $a - b$ 의 값은?

① -18

② -6

③ 6

④ 18

⑤ 24

해설

근과 계수의 관계로부터

$$1 + (-2) = -\frac{a}{6}, a = 6$$

$$1 \times (-2) = \frac{b}{6}, b = -12$$

$$\therefore a - b = 18$$

12. 자연수 1 부터 n 까지의 합을 구하는 식은 $\frac{n(n+1)}{2}$ 이다. 1 부터 n 까지의 합이 45 일 때, n 의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$$\frac{n(n+1)}{2} = 45 \text{에서}$$

$$n^2 + n - 90 = 0$$

$$(n-9)(n+10) = 0$$

$$n = 9 \text{ 또는 } n = -10$$

n 은 자연수이므로 $n = 9$ 이다.

13. 지상으로부터 50m 인 지점에서 1 초에 45m 의 빠르기로 쏘아올린 물로켓의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 $h = -5t^2 + 45t + 50$ 인 관계가 성립한다. 발사 후 5 초 후의 높이는 얼마인가?

① 100m ② 125m ③ 150m ④ 175m ⑤ 200m

해설

$h = -5t^2 + 45t + 50$ 에서 $t = 5$ 를 대입하면

$$h = -125 + 225 + 50 = 150$$

따라서 발사 후 5초 후의 높이는 150m이다.

14. 길이가 24cm 인 철사로 넓이가 32cm^2 인 직사각형을 만들려고 한다. 가로의 길이가 세로의 길이보다 길 때, 이 직사각형의 가로의 길이는?

① 8 cm ② 7 cm ③ 6 cm ④ 5 cm ⑤ 4 cm

해설

가로의 길이를 $x\text{cm}$ 라 하면 세로의 길이는 $(12-x)\text{cm}$
또, (가로의 길이) > (세로의 길이) 이므로 $x > 12-x$, 즉 $x > 6$ 이다.

$$x(12-x) = 32$$

$$(x-4)(x-8) = 0$$

$$x = 4 \text{ 또는 } x = 8$$

$\therefore x > 6$ 이므로 $x = 8$ 이다.

따라서 가로의 길이는 8cm이다.

15. 두 이차방정식 $2x^2 + 3x - 2 = 0$, $2x^2 + 7x + 6 = 0$ 의 공통인 해를 구하면?

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ 1

해설

$$2x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$(2x - 1)(x + 2) = 0$$

$$x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = -2$$

$$2x^2 + 7x + 6 = 0$$

$$(2x + 3)(x + 2) = 0$$

$$x = -\frac{3}{2} \text{ 또는 } x = -2$$

따라서 두 이차방정식의 공통인 해는 -2이다.

16. 이차방정식 $x^2 + mx + 2m + 12 = 0$ 이 중근을 갖도록 m 의 값을 정하고, 이때의 중근을 구하여라. (단, $m > 0$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $m = 12$

▷ 정답 : $x = -6$

해설

$x^2 + mx + 2m + 12 = 0$ 이 중근을 가지려면

$$\left(\frac{m}{2}\right)^2 = 2m + 12$$

$$m^2 - 8m - 48 = 0$$

$$(m - 12)(m + 4) = 0$$

$$m = 12 (\because m > 0)$$

$$x^2 + 12x + 2 \times 12 + 12 = 0$$

$$(x + 6)^2 = 0$$

$$\therefore x = -6(\text{중근})$$

17. x 에 관한 이차방정식 $(x-p)^2 = k$ 가 서로 다른 두 개의 근을 가질 조건은?

- ① $p \geq 0$ ② $p < 0$ ③ $k > 0$ ④ $k < 0$ ⑤ $k \geq 0$

해설

$$(x-p)^2 = k, \quad x-p = \pm\sqrt{k}, \quad x = p \pm \sqrt{k}$$

서로 다른 두 근을 가지려면 근호 안의 수가 양수여야 한다.

$$\therefore k > 0$$

18. 다음 이차방정식의 근이 $-1, 2$ 일 때, $a + b^2$ 의 값을 구하여라.

$$ax^2 - x + b = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

근과 계수와의 관계에 의해

두 근의 합은 $1 = \frac{1}{a}$

두 근의 곱은 $-1 \times 2 = -2 = \frac{b}{a}$

$\therefore a = 1, b = -2$

$\therefore a + b^2 = 5$

19. 이차방정식 $x^2 + 5x + 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta, \alpha\beta$ 를 각각 두 근으로 하고 이차항의 계수가 1 인 이차방정식은?

① $x^2 + 7x + 10 = 0$

② $x^2 - 7x + 10 = 0$

③ $x^2 - 3x + 10 = 0$

④ $x^2 - 3x - 10 = 0$

⑤ $x^2 + 3x - 10 = 0$

해설

근과 계수와의 관계에 의해

$\alpha + \beta = -5, \alpha\beta = 2$ 이므로 구하는 방정식은 $-5, 2$ 를 두 근으로 한다.

두 근의 합은 -3 , 두 근의 곱은 -10

$\therefore x^2 + 3x - 10 = 0$

20. 어떤 원의 반지름의 길이를 4cm 늘였더니 넓이가 처음 원의 넓이의 2배보다 $4\pi\text{cm}^2$ 더 좁아졌다. 처음 원의 반지름의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 10cm

해설

구하는 반지름의 길이를 x cm라고 하면

$$(x+4)^2\pi = 2x^2\pi - 4\pi$$

$$x^2 + 8x + 16 - 2x^2 + 4 = 0$$

$$x^2 - 8x - 20 = 0$$

$$(x-10)(x+2) = 0$$

$$\therefore x = 10(\text{cm})(\because x > 0)$$

21. 이차방정식 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 의 두 근을 각각 m, n 이라고 할 때, $m + 1, n + 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은 $x^2 + ax + b = 0$ 이다. 이 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 0

해설

$x^2 - 2x - 3 = 0, (x - 3)(x + 1) = 0$
 $x = 3$ 또는 $x = -1$ 이므로
 $m + 1, n + 1$ 은 각각 4 또는 0 이므로
 $x^2 + ax + b = 0$ 식에 $x = 4$ 와 $x = 0$ 을 대입하여 정리하면
 $a = -4, b = 0$ 이다.
따라서 $ab = 0$ 이다.

22. 이차방정식 $x^2-x-1=0$ 의 두근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^3+\alpha^2\beta+\alpha\beta^2+\beta^3$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

근과 계수의 관계로부터
 $\alpha + \beta = 1, \alpha\beta = -1$ 이므로
 $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 3$
 $\alpha^3 + \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 + \beta^3 = \alpha^2(\alpha + \beta) + \beta^2(\alpha + \beta)$
 $= (\alpha^2 + \beta^2)(\alpha + \beta)$
 $= 3 \times 1 = 3$

23. 이차방정식 $x^2 - 3ax + 2 = 0$ 의 두 근의 비가 1: 2 가 되는 a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 1$

▷ 정답 : $a = -1$

해설

$x^2 - 3ax + 2 = 0$ 의 두 근을 $t, 2t$ 이라고 할 때, 근과 계수와의 관계로부터 $t \times 2t = 2, t = \pm 1$

$t + 2t = 3t = 3a,$

$t = -1$ 일 때 $a = -1$

$t = 1$ 일 때 $a = 1$

$\therefore a = \pm 1$

24. 어떤 무리수 a 가 있다. a 의 소수 부분을 b 라 할 때 a 의 제곱과 b 의 제곱의 합이 15이다.

무리수 a 의 값이 $\frac{m \pm \sqrt{n}}{2}$ 일 때, $m + n$ 을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$$a^2 + b^2 = 15, 0 \leq b < 1$$

$$0 \leq b^2 = 15 - a^2 < 1, \quad \sqrt{14} < a \leq \sqrt{15}$$

따라서 a 의 정수 부분은 3이고 $b = a - 3$

$$a^2 + (a - 3)^2 = 15$$

$$\therefore a = \frac{3 \pm \sqrt{21}}{2}$$

$$a > 0 \text{ 이므로 } a = \frac{3 + \sqrt{21}}{2}$$

$$\therefore m + n = 3 + 21 = 24$$

25. 고속도로의 통행료를 $x\%$ 인상하면 요금을 올리기 전보다 통행료 수입이 78% 줄어들고, 통행 차량의 수도 $8x\%$ 줄어든다고 한다. 통행료의 요금 인상률 x 를 구하여라. (단, 단위는 생략)

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

인상 전의 입장요금을 A 원, 통행차량 수를 B 대 라 하면
인상 후의 통행료는 $A\left(1 + \frac{x}{100}\right)$ 원, 통행차량 수는
 $B\left(1 - \frac{8x}{1000}\right)$ 대, 통행료 수입은 $A \times B \times \left(1 - \frac{78}{100}\right)$ 원
 $A\left(1 + \frac{x}{100}\right) \times B\left(1 - \frac{8x}{1000}\right)$
 $= A \times B \times \left(1 - \frac{78}{100}\right)$ 이다.
 $\left(1 + \frac{x}{100}\right)\left(1 - \frac{8x}{1000}\right) = \left(1 - \frac{78}{100}\right)$
 $2x^2 + 175x - 1950 = 0$
 $(2x + 195)(x - 10) = 0$
 $x > 0$ 이므로 $x = 10$