1. 방정식 $(x-1)(x^2-x-2)=0$의 모든 근의 합을 구하면?

① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

해설

$(x-1)(x-2)(x+1)=0$

$\therefore\ x=-1,1,2$

$\therefore\ -1+1+2=2$

2. 연립 방정식 $\begin{cases} x-y=5 \\ y+z=5 \\ z-x=2 \end{cases}$ 에서 $x+y+z$를 구하면?

① 9 ② 8 ③ 7 ④ 6 ⑤ 5

해설

세 다항식을 더하면, $2z=12$, $z=6$
$y+6=5$, $y=-1$
$x+1=5$, $x=4$
$\therefore\ x+y+z=4-1+6=9$

3. 삼차방정식 $x^3+x^2+ax+b=0$의 두 근이 -3, $1-\sqrt{2}$일 때, 유리수 a, b의 합 $a+b$의 값은?

① -10　② -5　③ 0　④ 5　⑤ 10

해설

계수가 실수인 삼차방정식의 한 근이 $1-\sqrt{2}$이므로 다른 한 근은 $1+\sqrt{2}$이다.
따라서, 근과 계수의 관계에 의하여
$a=(1-\sqrt{2})\left(1+\sqrt{2}\right)+(-3)\left(1-\sqrt{2}\right)+(-3)\left(1+\sqrt{2}\right)=-7$
$b=-\left(1-\sqrt{2}\right)\left(1+\sqrt{2}\right)(-3)=-3$
$\therefore\ a+b=-10$

4. 연립방정식 $\begin{cases} x+2y=5 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2y+3z=-2 & \cdots\cdots ㉡ \\ 3z+x=-5 & \cdots\cdots ㉢ \end{cases}$ 를 풀면 $x=\alpha, y=\beta, z=\gamma$ 이다.
이때, $\alpha\beta\gamma$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

주어진 세 식을 변변끼리 더하면
$2(x+2y+3z)=-2$,즉 $x+2y+3z=-1$ $\cdots\cdots$㉣
㉣ − ㉡을 하면 $x=1$
㉣ − ㉢을 하면 $y=2$
㉣ − ㉠을 하면 $z=-2$
$\therefore\ \alpha\beta\gamma=xyz=-4$

5. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - y^2 = 2 \\ x - y = 1 \end{cases}$ 의 해를 순서쌍 (x, y)으로 나타내면?

① $(2, 1)$ ② $(\sqrt{2}+1,\ \sqrt{2})$ ③ $\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$

④ $(\sqrt{3}, 1)$ ⑤ $\left(\frac{5}{3}, \frac{2}{3}\right)$

해설

$\begin{cases} x^2 - y^2 = 2 \ \cdots \ ㉠ \\ x - y = 1 \ \cdots \ ㉡ \end{cases}$

㉡을 $y = x - 1$로 변형하여

㉠에 대입하면

$x^2 - (x-1)^2 = x^2 - x^2 + 2x - 1 = 2$

$2x = 3$

$\therefore\ x = \frac{3}{2},\ y = \frac{1}{2}$

6. x에 대한 삼차방정식 $x^3 - ax^2 + 5x - b = 0$의 한 근이 $1 + \sqrt{2}$ 일 때, 유리수 a, b의 합 $a + b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x^3 - ax^2 + 5x - b = 0$ 의 한 근이 $1 + \sqrt{2}$ 이므로 다른 한 근을 $1 - \sqrt{2}$, 나머지 한 근을 β라 하면

$\left(1 + \sqrt{2}\right)\left(1 - \sqrt{2}\right) + \left(1 + \sqrt{2}\right)\beta + \left(1 - \sqrt{2}\right)\beta = 5$

$-1 + 2\beta = 5,\ 2\beta = 6 \quad \therefore\ \beta = 3$

따라서, $a = \left(1 + \sqrt{2}\right) + \left(1 - \sqrt{2}\right) + 3 = 5$

$b = \left(1 + \sqrt{2}\right) \cdot \left(1 - \sqrt{2}\right) \cdot 3 = -3$이므로

$a + b = 5 + (-3) = 2$

7. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - y^2 + 6y - 9 = 0 \\ (x-1)^2 + y^2 = 2 \end{cases}$ 를 만족하는 실수 해의 순서쌍 $(x,\ y)$ 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 1 개

해설

$\begin{cases} x^2 - y^2 + 6y - 9 = 0 & \cdots ㉠ \\ (x-y)^2 + y^2 = 2 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $x^2 - (y-3)^2 = 0$

$(x+y-3)(x-y+3) = 0$

$y = x+3$ 또는 $y = -x+3$

ⅰ) $y = -x+3$을 ㉡에 대입하면,

$x^2 - 4x + 4 = 0$

$\therefore\ x = 2$이 때, $y = 1$

ⅱ) $y = x+3$을 ㉡에 대입하면,

$x^2 + 2x + 4 = 0$

$\therefore\ x = -1 \pm \sqrt{3}i$

이 때, $y = 2 \pm \sqrt{3}i$

ⅰ), ⅱ) 에서 실수해의 순서쌍은 $(2,\ 1)$ 이다.

따라서 실수해의 순서쌍의 개수는 1 개이다.

8. 사차방정식 $2x^4+7x^2-4=0$의 두 허근을 α, β라 할 때, $\dfrac{\beta}{\alpha}$의 값은?

① $1+i$ ② i ③ 0 ④ -1 ⑤ 24

해설

$2x^4+7x^2-4=0$에서 $x^2=t$라 하면
$2t^2+7t-4=0$, $(2t-1)(t+4)=0$
$\therefore\ t=\dfrac{1}{2}$ 또는 $t=-4$
$\therefore\ x=\sqrt{\dfrac{1}{2}}$ 또는 $x=\pm 2i$
이 때, α, β는 허근이므로
$\alpha=2i$, $\beta=-2i$ 또는 $\alpha=-2i$, $\beta=2i$
$\therefore\ \dfrac{\beta}{\alpha}=-1$

9. 허수 w가 $\omega^3 = 1$을 만족할 때, $\omega + \omega^2 + \omega^3 + \omega^4 + \omega^5$의 값은?

① -2　　② -1　　③ 0　　④ 1　　⑤ 2

해설

$$w^3 = 1 \Rightarrow \quad (\omega - 1)(\omega^2 + \omega + 1) = 0$$
$$\Rightarrow \quad \omega^2 + \omega + 1 = 0, \omega^3 = 1$$

$$\therefore \omega + \omega^2 + \omega^3 + \omega^4 + \omega^5$$
$$= \omega + \omega^2 + 1 + \omega + \omega^2$$
$$= (\omega^2 + \omega + 1) + \omega^2 + \omega = -1$$

10. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - 3xy - 2y^2 = 8 \cdots\cdots ㉠ \\ xy + 3y^2 = 1 \quad \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ 의 근 x, y를 구할 때, $x+y$ 의 값을 모두 구하면?

① $-\frac{7}{2}, -1,\ 1,\ \frac{7}{2}$ ② $-\frac{7}{2},\ \frac{7}{2}$ ③ $-1,\ 1$
④ $-\frac{7}{2},\ 1$ ⑤ $1,\ \frac{7}{2}$

해설

㉠ $-$ ㉡ $\times 8$ 에서 $x^2 - 11xy - 26y^2 = 0$, $(x+2y)(x-13y) = 0$
$x + 2y = 0 \cdots\cdots$ ㉢
$x - 13y = 0 \cdots\cdots$ ㉣
㉡, ㉢에서 $y^2 = 1$
$\therefore\ y = \pm 1,\ x = \mp 2$(복호동순)
㉡, ㉣에서 $16y^2 = 1$
$\therefore\ y = \pm\frac{1}{4},\ x = \pm\frac{13}{4}$(복호동순)
$\therefore\ x + y = -1,\ 1,\ \frac{7}{2},\ -\frac{7}{2}$