

1. 방정식 $(x-1)(x^2-x-2)=0$ 의 모든 근의 합을 구하면?

① 5

② 4

③ 3

④ 2

⑤ 1

해설

$$(x-1)(x-2)(x+1)=0$$

$$\therefore x = -1, 1, 2$$

$$\therefore -1 + 1 + 2 = 2$$

2. 연립 방정식 $\begin{cases} x - y = 5 \\ y + z = 5 \\ z - x = 2 \end{cases}$ 에서 $x + y + z$ 를 구하면?

① 9

② 8

③ 7

④ 6

⑤ 5

해설

세 다항식을 더하면, $2z = 12, z = 6$

$y + 6 = 5, y = -1$

$x + 1 = 5, x = 4$

$\therefore x + y + z = 4 - 1 + 6 = 9$

3. 삼차방정식 $x^3 + x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 $-3, 1 - \sqrt{2}$ 일 때, 유리수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

- ① -10 ② -5 ③ 0 ④ 5 ⑤ 10

해설

계수가 실수인 삼차방정식의 한 근이 $1 - \sqrt{2}$ 이므로 다른 한 근은 $1 + \sqrt{2}$ 이다.

따라서, 근과 계수의 관계에 의하여

$$a = (1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2}) + (-3)(1 - \sqrt{2}) + (-3)(1 + \sqrt{2}) = -7$$

$$b = -(1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2})(-3) = -3$$

$$\therefore a + b = -10$$

4. 연립방정식
$$\begin{cases} x + 2y = 5 & \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ 2y + 3z = -2 & \cdots \cdots \textcircled{㉡} \\ 3z + x = -5 & \cdots \cdots \textcircled{㉢} \end{cases}$$
 를 풀면 $x = \alpha, y = \beta, z = \gamma$

이다.

이때, $\alpha\beta\gamma$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

주어진 세 식을 변변끼리 더하면

$$2(x + 2y + 3z) = -2, \text{ 즉 } x + 2y + 3z = -1 \cdots \cdots \textcircled{㉤}$$

$$\textcircled{㉤} - \textcircled{㉡} \text{을 하면 } x = 1$$

$$\textcircled{㉤} - \textcircled{㉢} \text{을 하면 } y = 2$$

$$\textcircled{㉤} - \textcircled{㉠} \text{을 하면 } z = -2$$

$$\therefore \alpha\beta\gamma = xyz = -4$$

5. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - y^2 = 2 \\ x - y = 1 \end{cases}$ 의 해를 순서쌍 (x, y) 으로 나타내면?

① $(2, 1)$

② $(\sqrt{2} + 1, \sqrt{2})$

③ $\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$

④ $(\sqrt{3}, 1)$

⑤ $\left(\frac{5}{3}, \frac{2}{3}\right)$

해설

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 2 \quad \cdots \textcircled{㉠} \\ x - y = 1 \quad \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉡을 $y = x - 1$ 로 변형하여

㉠에 대입하면

$$x^2 - (x - 1)^2 = x^2 - x^2 + 2x - 1 = 2$$

$$2x = 3$$

$$\therefore x = \frac{3}{2}, y = \frac{1}{2}$$

6. x 에 대한 삼차방정식 $x^3 - ax^2 + 5x - b = 0$ 의 한 근이 $1 + \sqrt{2}$ 일 때, 유리수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x^3 - ax^2 + 5x - b = 0$ 의 한 근이 $1 + \sqrt{2}$ 이므로 다른 한 근을 $1 - \sqrt{2}$, 나머지 한 근을 β 라 하면

$$(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) + (1 + \sqrt{2})\beta + (1 - \sqrt{2})\beta = 5$$

$$-1 + 2\beta = 5, \quad 2\beta = 6 \quad \therefore \beta = 3$$

$$\text{따라서, } a = (1 + \sqrt{2}) + (1 - \sqrt{2}) + 3 = 5$$

$$b = (1 + \sqrt{2}) \cdot (1 - \sqrt{2}) \cdot 3 = -3 \text{이므로}$$

$$a + b = 5 + (-3) = 2$$

7. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - y^2 + 6y - 9 = 0 \\ (x-1)^2 + y^2 = 2 \end{cases}$ 를 만족하는 실수 해의 순서쌍 (x, y) 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 1 개

해설

$$\begin{cases} x^2 - y^2 + 6y - 9 = 0 & \cdots \textcircled{A} \\ (x-1)^2 + y^2 = 2 & \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

$$\textcircled{A} \text{에서 } x^2 - (y-3)^2 = 0$$

$$(x+y-3)(x-y+3) = 0$$

$$y = x+3 \text{ 또는 } y = -x+3$$

i) $y = -x+3$ 을 $\textcircled{B}$ 에 대입하면,

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 이 때, } y = 1$$

ii) $y = x+3$ 을 $\textcircled{B}$ 에 대입하면,

$$x^2 + 2x + 4 = 0$$

$$\therefore x = -1 \pm \sqrt{3}i$$

$$\text{이 때, } y = 2 \pm \sqrt{3}i$$

i), ii)에서 실수해의 순서쌍은 $(2, 1)$ 이다.

따라서 실수해의 순서쌍의 개수는 1 개이다.

8. 사차방정식 $2x^4 + 7x^2 - 4 = 0$ 의 두 허근을 α, β 라 할 때, $\frac{\beta}{\alpha}$ 의 값은?

① $1 + i$

② i

③ 0

④ -1

⑤ 24

해설

$2x^4 + 7x^2 - 4 = 0$ 에서 $x^2 = t$ 라 하면

$$2t^2 + 7t - 4 = 0, (2t - 1)(t + 4) = 0$$

$$\therefore t = \frac{1}{2} \text{ 또는 } t = -4$$

$$\therefore x = \sqrt{\frac{1}{2}} \text{ 또는 } x = \pm 2i$$

이 때, α, β 는 허근이므로

$$\alpha = 2i, \beta = -2i \text{ 또는 } \alpha = -2i, \beta = 2i$$

$$\therefore \frac{\beta}{\alpha} = -1$$

9. 허수 w 가 $\omega^3 = 1$ 을 만족할 때, $\omega + \omega^2 + \omega^3 + \omega^4 + \omega^5$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$\begin{aligned}\omega^3 = 1 &\Rightarrow (\omega - 1)(\omega^2 + \omega + 1) = 0 \\ &\Rightarrow \omega^2 + \omega + 1 = 0, \omega^3 = 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \omega + \omega^2 + \omega^3 + \omega^4 + \omega^5 \\ = \omega + \omega^2 + 1 + \omega + \omega^2 \\ = (\omega^2 + \omega + 1) + \omega^2 + \omega = -1\end{aligned}$$

10. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - 3xy - 2y^2 = 8 \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ xy + 3y^2 = 1 \cdots \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$ 의 근 x, y 를 구할 때, $x+y$

의 값을 모두 구하면?

㉠ $-\frac{7}{2}, -1, 1, \frac{7}{2}$

㉡ $-\frac{7}{2}, \frac{7}{2}$

㉢ $-1, 1$

㉣ $-\frac{7}{2}, 1$

㉤ $1, \frac{7}{2}$

해설

$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡} \times 8$ 에서 $x^2 - 11xy - 26y^2 = 0, (x + 2y)(x - 13y) = 0$

$x + 2y = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉢}$

$x - 13y = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉣}$

$\textcircled{㉡}, \textcircled{㉢}$ 에서 $y^2 = 1$

$\therefore y = \pm 1, x = \mp 2$ (복호동순)

$\textcircled{㉡}, \textcircled{㉣}$ 에서 $16y^2 = 1$

$\therefore y = \pm \frac{1}{4}, x = \pm \frac{13}{4}$ (복호동순)

$\therefore x + y = -1, 1, \frac{7}{2}, -\frac{7}{2}$