

1. 두 집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{a, b, c\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 상수함수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 3가지

▷ 정답 : 3가지

해설

함수 f 가 상수함수인 경우는
 $f(1) = f(2) = f(3) = a$
 $f(1) = f(2) = f(3) = b$
 $f(1) = f(2) = f(3) = c$ 의 3가지이다

2. 함수 $f(x) = x^2 + x - 2$ 에 대하여 $f(f(1)) + f(f(-2))$ 의 값은?

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$f(x) = (x - 1)(x + 2)$ 에서
 $f(1) = 0, f(-2) = 0, f(0) = -2$ 이고
 $f(f(1)) = f(f(-2)) = f(0)$ 이다.
 $\therefore f(f(1)) + f(f(-2)) = 2f(0) = -4$

3. 함수 $y = 2x - 2$ 의 역함수를 구하면?

- ① $y = \frac{1}{2}x - 1$ ② $y = \frac{1}{2}x + 1$ ③ $y = -\frac{1}{2}x + 1$
④ $y = -\frac{1}{2}x - 1$ ⑤ $y = -\frac{1}{2}x + 2$

해설

$$y = 2x - 2, x = \frac{1}{2}y + 1 \quad x, y \text{ 를 바꿔주면}$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2}x + 1$$

4. 유리식 $\frac{x - \frac{1}{x}}{\frac{x-1}{x}}$ 을 간단히 하면?

- ① x ② $x-1$ ③ $x+1$ ④ $x-2$ ⑤ $x+2$

해설

분자, 분모에 x 를 곱하면

$$\frac{\left(x - \frac{1}{x}\right) \times x}{\frac{x-1}{x} \times x} = \frac{x^2 - 1}{x-1} = \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} \\ = x+1$$

5. 다음 중 $2x = 3y$ 일 때, $\frac{2x^2 + xy - 3y^2}{x^2 + 2y^2}$ 의 값을 구하면? (단, $xy \neq 0$)

- ① $\frac{2}{7}$ ② $\frac{3}{7}$ ③ $\frac{12}{17}$ ④ 7 ⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} x = \frac{3}{2}y &\Rightarrow \frac{2x^2 + xy - 3y^2}{x^2 + 2y^2} \\ &= \frac{2 \cdot \frac{9}{4}y^2 + \frac{3}{2}y^2 - 3y^2}{\frac{9}{4}y^2 + 2y^2} = \frac{12}{17} \end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned} x &= 3k, y = 2k \ (k \neq 0) \\ \frac{2x^2 + xy - 3y^2}{x^2 + 2y^2} &= \frac{2(3k)^2 + 3k \times 2k - 3(2k)^2}{(3k)^2 + 2(2k)^2} \\ &= \frac{12k^2}{17k^2} = \frac{12}{17} \end{aligned}$$

6. $\frac{\sqrt{5}-2\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$ 의 분모를 유리화하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3 - \sqrt{10}$

해설

분모, 분자에 각각 $\sqrt{5} - \sqrt{2}$ 를 곱하면

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{5}-2\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} &= \frac{(\sqrt{5}-2\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})}{(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})} \\ &= \frac{9-3\sqrt{10}}{5-2} = 3 - \sqrt{10}\end{aligned}$$

7. $3 - \sqrt{2}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때, $a + \frac{2}{b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3 + \sqrt{2}$

해설

$1 < \sqrt{2} < 2$ 이므로 $a = 1, b = 2 - \sqrt{2}$

$$\begin{aligned}\text{따라서 } a + \frac{2}{b} &= 1 + \frac{2}{2 - \sqrt{2}} \\ &= 1 + \frac{2(2 + \sqrt{2})}{2} \\ &= 3 + \sqrt{2}\end{aligned}$$

8. $x = 4 - \sqrt{3}$ 일 때, $x^2 - 8x + 15$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x = 4 - \sqrt{3}$ 에서 $x - 4 = -\sqrt{3}$ 의 양변을 제곱하면, $(x - 4)^2 = x^2 - 8x + 16 = 3$ 이므로
 $x^2 - 8x = -13$
 $\therefore x^2 - 8x + 15 = -13 + 15 = 2$

9. 두 집합 $X = \{-1, 1, 2\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 다음 중 X 에서 Y 로의 함수인 것을 모두 고르면?

㉠ $f : x \rightarrow x$	㉡ $g : x \rightarrow x + 2$
㉢ $h : x \rightarrow x $	㉣ $k : x \rightarrow x^2 - 1$

- ① ㉡, ㉣
- ② ㉠, ㉡, ㉣
- ③ ㉡, ㉢, ㉣
- ④ ㉠, ㉢, ㉣
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉣

해설

㉠ $f(x) = x$ 에서 $f(-1) = -1$ 이고 $-1 \notin Y$ 이므로, 함수가 아니다.
㉡ $g(x) = x+2$ 에서 $g(-1) = 1 \in Y$, $g(1) = 3 \in Y$, $g(2) = 4 \in Y$ 이므로 함수이다.
㉢ $h(x) = |x|$ 에서 $h(-1) = 1 \in Y$, $h(1) = 1 \in Y$, $h(2) = 2 \in Y$ 이므로 함수이다.
㉣ $k(x) = x^2-1$ 에서 $k(-1) = 0 \notin Y$, $k(1) = 0 \notin Y$, $k(2) = 3 \in Y$ 이므로 함수가 아니다.

10. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} 0 & (x \text{는 유리수}) \\ \sqrt{2} & (x \text{는 무리수}) \end{cases}, g(x) = \begin{cases} 1 & (x \text{는 유리수}) \\ \sqrt{3} & (x \text{는 무리수}) \end{cases} \text{ 일 때, } (g \circ$$

$f)(\pi)$ 의 값은 얼마인가?.

① 0

② $\sqrt{2}$

③ $\sqrt{3}$

④ 1

⑤ $\sqrt{2} + \sqrt{3}$

해설

$$(g \circ f)(\pi) = g(f(\pi)) = g(\sqrt{2}) = \sqrt{3}$$

11. 두 함수 $f(x) = -x + a$, $g(x) = ax + b$ 에 대하여 $(f \circ g)(x) = 2x - 4$ 일 때, ab 의 값은 얼마인가?

① -2

② -3

③ -4

④ -5

⑤ -6

해설

$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(ax + b)$
 $= -(ax + b) + a = -ax + a - b$ 이므로 $-ax + a - b = 2x - 4$
그런데, 이것은 x 에 대한 항등식이므로
 $a = -2, b = 2$
 $\therefore ab = -4$

12. 함수 $f(x)$ 가 $f(2x+1) = 3x+2$ 를 만족할 때, $f(3)$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$f(2x+1) = 3x+2$ 에서 $2x+1 = 3$ 이므로

$x = 1$ 을 대입하면

$f(2 \cdot 1 + 1) = f(3) = 3 \cdot 1 + 2 = 5$

13. $f(x) = 2x - 3$ 이고 $g(x)$ 가 $(g \circ f)^{-1}(x) = 2x$ 를 만족시킬 때, $g(1)$ 의 값은 얼마인가?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$(g \circ f)^{-1}(x) = 2x \Leftrightarrow (g \circ f)(2x) = x$$

$$\Leftrightarrow g(f(2x)) = x$$

$$f(2x) = 2 \bullet 2x - 3 = 4x - 3$$

$$\therefore g(f(2x)) = g(4x - 3) = x$$

$$4x - 3 = 1 \text{ 에서 } x = 1 \text{ 이므로}$$

$$g(4x - 3) = x \text{ 의 양변에 } x = 1 \text{ 을 대입하면 } g(1) = 1$$

14. 두 함수 $f(x) = 2x - 1$, $g(x) = -x + 5$ 에 대하여 $(f \circ g^{-1})(a) = 1$ 이 성립할 때 상수 a 의 값은 얼마인가?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$(f \circ g^{-1})(a) = 1$ 에서
 $f(g^{-1}(a)) = 1$ $f(1) = 1$ 이므로
 $\therefore g^{-1}(a) = 1$ 에서 $a = g(1) = 4$

15. 다음 등식을 만족하는 유리수 x, y 의 값을 구하면?

$$x(\sqrt{2}-3)+y(\sqrt{2}+2)=3\sqrt{2}-4$$

① $x=2, y=-1$

② $x=-1, y=-2$

③ $x=2, y=1$

④ $x=-1, y=2$

⑤ $x=1, y=2$

해설

$$(-3x+2y)+(x+y)\sqrt{2}=-4+3\sqrt{2}$$

$$\begin{cases} -3x+2y=-4 \\ x+y=3 \end{cases}$$

$$\therefore x=2, y=1$$

16. 분수함수 $y = \frac{2x-3}{x+2}$ 의 역함수를 구하면?

① $y = \frac{2x+3}{x-2}$

② $y = \frac{2x-3}{x-2}$

③ $y = \frac{-2x+3}{x-2}$

④ $y = \frac{-2x-3}{x-2}$

⑤ $y = \frac{2x-3}{x+2}$

해설

$y = \frac{2x-3}{x+2}$ 에서 x 를 y 에 대한 식으로 나타내면

$$y(x+2) = 2x-3, (y-2)x = -2y-3,$$

$$x = \frac{-2y-3}{y-2}$$

$$x \text{와 } y \text{를 바꾸면, } y = \frac{-2x-3}{x-2}$$

$$\text{따라서 구하는 역함수는 } y = \frac{-2x-3}{x-2}$$

17. 함수 $y = \frac{2x-7}{x-2}$ 의 그래프와 함수 $y = \frac{k}{x}$ 의 그래프는 평행이동에 의하여 겹쳐질 수 있다. 이 때, 상수 k 의 값은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$y = \frac{2x-7}{x-2} = \frac{2(x-2)-3}{x-2} = -\frac{3}{x-2} + 2$$

이므로 주어진 함수의 그래프는 $y = \frac{-3}{x}$ 의

그래프를 x 축의 방향으로 2만큼,

y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

$\therefore k = -3$

18. $y = \sqrt{2x+1}$ 의 역함수를 $y = g(x)$ 라 하면, $g(-3)$ 의 값은?

- ① 4 ② $\sqrt{-5}$ ③ -5 ④ 없다 ⑤ -3

해설

역함수가 존재하려면 일대일 대응이 되어야 한다.

$y = \sqrt{2x+1}$ 의 역함수 $y = g(x)$ 의 정의역은

$y = \sqrt{2x+1}$ 의 치역이 되어야 하는데

이 함수의 치역은 음수가 될 수 없으므로

$g(-3)$ 의 값은 존재하지 않는다.

19. $f(x) = x^2 - 4x + 1$ ($x \geq 2$), $g(x) = 2x - 6$ 에 대하여 $(f \circ (g \circ f)^{-1})(4)$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} g(5) &= 4 \text{ 이므로 } g^{-1}(4) = 5 \\ (f \circ (g \circ f)^{-1})(4) &= (f \circ f^{-1} \circ g^{-1})(4) \\ &= g^{-1}(4) \\ &= 5 \end{aligned}$$

20. $|x| + |y| = 2$ 의 그래프로 둘러싸인 도형의 넓이는?

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$|x| + |y| = 2$ 의 그래프는
 $x + y = 2$ 의 그래프에서
 $x \geq 0, y \geq 0$ 인 부분을
각각 x 축, y 축, 원점에 대하여 대칭 이
동한 것이므로 다음 그림과 같다.
따라서 구하는 도형의 넓이는 $4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 =$
8

