

1. 110 개의 노트를 학생들에게 8 권씩 나누어주면 노트가 남고, 9 권씩 나누어주면 노트가 부족하다. 이 때 학생의 수는 몇 명인지 구하여라.



답 :

명

▷ 정답 : 13 명

해설

문제에서 구하고자 하는 학생의 수를 x 명이라고 놓자.

모든 학생이 노트를 8 권씩 가지고 있을 때 전체 노트 수는 $8x$ 권이고, 모든 학생이 9 권씩 가지고 있을 때 전체 노트 수는 $9x$ 권이다. 그러나 노트 수는 모든 학생이 8 권씩 가질 때보다 많고, 모든 학생이 9 권씩 가질 때보다 적으므로, 이를 식으로 나타내면 $8x < 110 < 9x$ 이다.

이를 연립부등식으로 표현하면
$$\begin{cases} 8x < 110 \\ 9x > 110 \end{cases}$$

간단히 하면,
$$\begin{cases} x < \frac{110}{8} \\ x > \frac{110}{9} \end{cases} \quad \text{이다.}$$

이를 다시 나타내면 $\frac{110}{9} < x < \frac{110}{8}$ 이다.

$\frac{110}{8} = 13.75$ 이고 $\frac{110}{9} = 12.2\ldots$ 이므로 학생의 수는 13 명이 가능하다.

2. 사탕을 포장하는데 한 박스에 4개씩 넣으면 12개가 남고, 6개씩 넣으면 3개 이상 5개 미만이 남는다고 한다. 전체 사탕의 개수는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 28 개

해설

묶음의 수를 x 묶음이라 하면

사탕의 수 : $(4x + 12)$ 개

$$6x + 3 \leq 4x + 12 < 6x + 5$$

$$\begin{cases} 6x + 3 \leq 4x + 12 \\ 4x + 12 < 6x + 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x \leq 9 \\ -2x < -7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \leq \frac{9}{2} \\ x > \frac{7}{2} \end{cases}$$

$$\frac{7}{2} < x \leq \frac{9}{2} \text{ 에서 } x \text{ 는 자연수이어야 하므로 } x = 4$$

$\therefore$ 사탕의 수는 $4 \times 4 + 12 = 28$ (개)이다.

3. 윤지네 반 학생들을 긴 의자에 앉히려고 한다. 한 의자에 4 명씩 앉으면 9 명의 학생이 앉지 못하고, 5 명씩 앉으면 의자가 4 개 남는다. 긴 의자의 개수가 될 수 없는 것은?

- ① 30 개 ② 31 개 ③ 32 개 ④ 33 개 ⑤ 34 개

해설

$$5(x - 5) + 1 \leq 4x + 9 \leq 5(x - 5) + 5$$

$$5x - 24 \leq 4x + 9 \leq 5x - 20$$

$$x \leq 33, x \geq 29$$

$$\therefore 29 \leq x \leq 33$$

4. 어느 학교 학생들이 운동장에서 야영을 하기 위해 텐트를 설치하였다. 한 텐트에 3 명씩 자면 12명이 남고, 5 명씩 자면 텐트가 10 개가 남는다고 할 때, 텐트의 수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▶ 답 : 개

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 31 개

▷ 정답 : 32 개

▷ 정답 : 33 개

해설

텐트 수를 x 개, 학생 수를 $(3x + 12)$ 명이라 하면

$$5(x - 11) + 1 \leq 3x + 12 \leq 5(x - 11) + 5$$

$$5(x - 11) + 1 \leq 3x + 12 \text{에서}$$

$$5x - 55 + 1 \leq 3x + 12,$$

$$2x \leq 66$$

$$\therefore x \leq 33$$

$$3x + 12 \leq 5(x - 11) + 5 \text{에서}$$

$$3x + 12 \leq 5x - 55 + 5,$$

$$2x \geq 62$$

$$\therefore x \geq 31$$

$$\therefore 31 \leq x \leq 33$$

5. 학생들이 한 의자에 5 명씩 앉으면 7 명이 남고, 6 명씩 앉으면 모두 다 앉게 되고 마지막 의자에는 1 명 이상 4 명 이하로 앉게 된다고 한다. 의자의 개수로 가능한 것을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9, 10, 11, 12 개

해설

의자가 x 개라고 하면, 학생 수는 $(5x + 7)$ 명이다. 6 명씩 앉을 경우 $(x - 1)$ 개까지는 6 명씩 앉지만 마지막 의자에는 1 명 이상 4 명 이하가 앉게 된다. 1 명만 앉을 경우를 식으로 나타내면, $6(x - 1) + 1$ 이고, 4 명이 앉을 경우를 식으로 나타내면 $6(x - 1) + 4$ 이다. 사람 수는 의자에 6 명씩 앉고 마지막 의자에 1 명이 앉을 경우와 4 명이 앉을 경우의 사이에 있으므로, 식으로 나타내면 $6(x - 1) + 1 \leq 5x + 7 \leq 6(x - 1) + 4$ 이다. 이를 연립부등식으로

$$\text{나타내면 } \begin{cases} 6(x - 1) + 1 \leq 5x + 7 \\ 5x + 7 \leq 6(x - 1) + 4 \end{cases} \quad \text{이다.}$$

$$\text{간단히 정리하면 } \begin{cases} x \leq 12 \\ x \geq 9 \end{cases} \quad \text{이다.}$$

$9 \leq x \leq 12$ 이므로 의자는 9 또는 10 또는 11 또는 12 개이다.

6. 150 개의 배를 바구니에 담는데 한 바구니에 담을 때 10 개씩 담으면 배가 남게 되고, 11 개씩 담게 되면 마지막 바구니를 다 채우지 못한다. 이 때, 바구니의 개수는 몇 개인가?

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 14 개

해설

문제에서 구하고자 하는 바구니의 개수를 x 라고 놓자.

10 개씩 모든 바구니를 채우면 배의 개수는 $10x$ 이고, 11 개씩 모든 바구니를 채우면 배의 개수는 $11x$ 이다. 그러나 배의 개수가 10 개씩 채운 개수보다 많고 11 개씩 채운 개수보다는 적으므로 이를 식으로 나타내면 $10x < 150 < 11x$ 이다.

이를 연립부등식으로 표현하면
$$\begin{cases} 10x < 150 \\ 11x > 150 \end{cases} \quad \text{이고, 간단히 하}$$

면,
$$\begin{cases} x < 15 \\ x > \frac{150}{11} \end{cases} \quad \text{이다. 이를 다시 나타내면 } \frac{150}{11} < x < 15 \text{ 이다.}$$

$\frac{150}{11} = 13.6363 \dots$ 이므로, 바구니의 개수는 14 개이다.

7. 농도가 5% 인 소금물 200g 에 소금을 넣고, 넣어 준 소금의 양만큼 물을 증발시켜서 농도가 7% 이상이 되게 하려고 한다. 이 때, 더 넣어준 소금의 양은 최소 몇 g 인지 구하여라.

▶ 답: g

▶ 정답: 4g

해설

농도가 5% 인 소금물 200g 에 들어있는 소금의 양은

$$200 \times \frac{5}{100} = 10 \text{ (g)}$$

더 넣어준 소금의 양을 x g 이라 하면

$$\frac{10 + x}{200} \times 100 \geq 7$$

$$\therefore x \geq 4$$

따라서 더 넣어준 소금의 양은 최소 4g 이다.

8. 8% 의 소금물 200g 에 4% 의 소금물을 넣어서 5% 이상 6% 이하의 소금물을 만들려고 한다. 이 때 넣어야 하는 4% 의 소금물은 몇 g 인지 그 범위를 구하여라.

▶ 답 : g 이상

▶ 답 : g 이하

▷ 정답 : 200 g 이상

▷ 정답 : 600 g 이하

해설

4% 의 소금물을 x g 만큼 넘었다고 하면 전체 소금물의 양은 $(200 + x)$ g 이다.

5% 의 소금물 $(200 + x)$ g 에 녹아 있는 소금의 양은 $(200 + x) \times \frac{5}{100}$

6% 의 소금물 $200 + x$ g 에 녹아 있는 소금의 양은 $(200 + x) \times \frac{6}{100}$

즉, $(200 + x) \times \frac{5}{100} \leq 200 \times \frac{8}{100} + x \times \frac{4}{100} \leq (200 + x) \times \frac{6}{100}$

이므로

$5(200 + x) \leq 1600 + 4x \leq 6(200 + x)$

연립부등식을 풀면

$200 \leq x \leq 600$ 이므로

4% 의 소금물은 200g 이상 600g 이하로 넣어야 한다.

9. 12%의 설탕물 300g이 있을 때, 물 x g을 증발시켜 15% 이상 20% 이하의 설탕물을 만들려고 한다. x 의 값으로 옳지 않은 것은?

① 60

② 80

③ 100

④ 120

⑤ 130

해설

12%의 소금물 300g의 소금의 양은 $\frac{12}{100} \times 300 = 36$ (g)이다.

따라서 물 x g을 뺏을 때의 농도를 나타내면 $\frac{36}{300-x} \times 100$ 이다.

이 값이 15% 이상 20% 이하이므로, $15 \leq \frac{36}{300-x} \times 100 \leq 20$

이고,

이를 연립 방정식으로 나타내면
$$\begin{cases} 15 \leq \frac{36}{300-x} \times 100 \\ \frac{36}{300-x} \times 100 \leq 20 \end{cases} \quad \text{이다.}$$

간단히 나타내면
$$\begin{cases} x \geq 60 \\ x \leq 120 \end{cases} \quad \text{이다.}$$

따라서 빼줘야 하는 물의 양 x 의 범위는 $60 \leq x \leq 120$ 이다.

10. 카드를 카드 상자에 넣으려고 하는데 카드를 10 장씩 넣으면 20 장이 남고, 11 장씩 넣으면 상자가 1 개 남고 어느 상자에는 6 장 이상 8 장 이하가 들어가게 된다. 이 때 카드의 장수로 틀린 것을 모두 골라라.

① 360 장

② 370 장

③ 380 장

④ 390 장

⑤ 400 장

해설

상자가 x 개 있다고 하면, 카드 수는 $(10x + 20)$ 장이다.

11 장씩 넣을 경우 상자가 1 개가 남고 어느 상자에는 6 장 이상 8 장 이하가 들어가므로, $(x - 2)$ 번째까지는 11 장씩 들어가지만 나머지 하나에는 6 장 이상 8 장 이하가 들어가게 된다.

나머지 한 상자에 6 장이 들어갈 경우를 식으로 나타내면 $11(x - 2) + 6$ 이고, 8 장이 들어갈 경우를 식으로 나타내면 $11(x - 2) + 8$ 이다.

카드 수는 상자에 11 장씩 들어가고 나머지 한 상자에는 6 장이 들어갈 경우보다 같거나 많고 8 장이 들어갈 경우보다 같거나 적으므로 식으로 나타내면 $11(x - 2) + 6 \leq 10x + 20 \leq 11(x - 2) + 8$ 이다.

이를 연립부등식으로 나타내면
$$\begin{cases} 11(x - 2) + 6 \leq 10x + 20 \\ 10x + 20 \leq 11(x - 2) + 8 \end{cases}$$

이다.

간단히 정리하면
$$\begin{cases} x \leq 36 \\ x \geq 34 \end{cases}$$
 이다. 그러므로 x 의 범위는 $34 \leq$

$x \leq 36$ 이다. 따라서 상자는 34 또는 35 또는 36 개가 될 수 있다. 카드의 수는 (상자의 수) $\times$ 10 + 20 이므로 360 또는 370 또는 380 장이다.

11. 560 개의 제품을 적당히 나누어 창고에 보관하려고 한다. 제품을 22 개씩 보관하면 창고가 모자라고 24 개씩 보관하면 모든 제품을 보관할 수 있다. 만약 제품에 불량으로 인해 창고에 보관할 필요가 없게 된 제품이 60 개 발생하면 22 개씩 보관하더라도 창고의 개수를 2 개 더 줄일 수 있다. 창고의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 25 개

해설

창고의 개수를 x 개라 하면

$$22x < 560 < 24x$$

$$22(x - 2) \geq 500$$

연립하여 계산하면

$$\frac{272}{11} \leq x < \frac{280}{11}$$

$$24.72... \leq x < 25.45...$$

따라서 창고의 개수는 25 개이다.

12. 어머니 선물을 사기 위해 x 일 동안 하루에 4000 원씩 모으면 5000 원이 남고, 하루에 3800 원씩 모으면 1200 원 미만이 부족하다. x 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

선물을 사기 위해 필요한 돈은 $(4000x - 5000)$ 원이므로

$$3800x < 4000x - 5000 < 3800x + 1200$$

각 변에서 $3800x$ 를 빼면

$$0 < 200x - 5000 < 1200$$

$$\therefore 25 < x < 31$$

따라서 x 의 최댓값은 30이다.