

1. 이차방정식 $3(x-3)^2 = (x+2)(x+5)$ 를 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 꼴로 나타낼 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$, a, b, c는 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$\begin{aligned} 3(x-3)^2 &= (x+2)(x+5) \\ 3x^2 - 18x + 27 &= x^2 + 7x + 10 \\ 2x^2 - 25x + 17 &= 0 \\ a &= 2, \quad b = -25, \quad c = 17 \\ \therefore a + b + c &= 2 - 25 + 17 = -6 \end{aligned}$$

2. 다음 중 [] 안의 수가 주어진 이차방정식의 해가 아닌 것은? (정답 2 개)

① $x^2 - 2x - 8 = 0$ [2]

② $x(x + 7) = 0$ [-7]

③ $x^2 + 4x + 4 = 0$ [-2]

④ $2x^2 - 3x - 5 = 0$ [-1]

⑤ $3x^2 - 2x - 5 = 0$ [1]

해설

이차방정식 $x^2 - 2x - 8 = 0$ 은 x 의 값이 4 또는 -2 일 때 성립한다.

이차방정식 $3x^2 - 2x - 5 = 0$ 은 x 의 값이 -1 또는 $\frac{5}{3}$ 일 때 성립한다.

3. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $x = 2$, $x = -4$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$(x - 2)(x + 4) = 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$\therefore a = 2, b = -8$$

$$\therefore a + b = -6$$

4. 다음 중 $(x-1)(x+2)=0$ 과 같은 것은?

① $x+1=0$ 또는 $x-2=0$ ② $x-1=0$ 또는 $x+2=0$

③ $x+1=0$ 또는 $x+2=0$ ④ $x-1=0$ 또는 $x-2=0$

⑤ $x-1=0$ 또는 $x+1=0$

해설

$(x-1)=0$ 또는 $(x+2)=0$

5. 이차방정식 $x(x+4) = 3x$ 를 풀면?

① $x = 0$ 또는 $x = -3$

② $x = 0$ 또는 $x = -2$

③ $x = 0$ 또는 $x = -1$

④ $x = 0$ 또는 $x = 1$

⑤ $x = 0$ 또는 $x = 2$

해설

$$\begin{aligned} x(x+4) &= 3x, x^2 + 4x - 3x = 0 \\ x^2 + x &= 0, x(x+1) = 0 \\ \therefore x &= 0 \text{ 또는 } x = -1 \end{aligned}$$

6. 이차방정식 $x^2 + 2x + k + 4 = 0$ 이 중근을 갖도록 k 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = -3$

해설

$x^2 + 2x + k + 4 = 0$ 이 중근을 가지므로

$$\frac{D}{4} = 1 - (k + 4) = 0$$

$$\therefore k = -3$$

7. 이차방정식 $x^2 + 8x + 4 + 4m = 0$ 이 중근을 갖기 위한 m 의 값을 고르면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$x^2 + 8x + 4 + 4m = 0$ 이 중근을 가지려면

완전제곱식의 형태로 변형되어야 한다.

$x^2 + 8x + 16 = (x + 4)^2$ 이므로, $4 + 4m = 16$

$4m = 12$

$\therefore m = 3$

8. 이차방정식 $2(x+3)^2 - 12 = 0$ 의 근을 $x = a \pm \sqrt{b}$ 라고 할 때, a, b 의 값을 구하면?

① $a = -3, b = 3$

② $a = 3, b = 3$

③ $a = -3, b = -3$

④ $a = -3, b = 6$

⑤ $a = 3, b = 6$

해설

$$2(x+3)^2 - 12 = 0$$

$$2(x+3)^2 = 12, (x+3)^2 = 6$$

$$x+3 = \pm\sqrt{6}, x = -3 \pm \sqrt{6}$$

$$\therefore a = -3, b = 6$$

9. $x^2 + 6x - 5 = 0$ 을 $(x + A)^2 = B$ 의 꼴로 나타낼 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$$\begin{aligned}x^2 + 6x - 5 &= 0, \quad x^2 + 6x = 5 \\(x + 3)^2 &= 5 + 9, \quad (x + 3)^2 = 14 \\A &= 3, \quad B = 14 \\\therefore A + B &= 17\end{aligned}$$

10. $(x-2)(x+6) = 4$ 를 $(x+a)^2 = b$ 의 꼴로 나타낼 때, a, b 의 값을 구하면?

① $a = -2, b = -20$

② $a = 2, b = -20$

③ $a = 2, b = 20$

④ $a = -2, b = -10$

⑤ $a = -2, b = 10$

해설

$$(x-2)(x+6) = 4$$

$$x^2 + 4x - 12 = 4$$

$$x^2 - 4x = 16, (x+2)^2 = 16 + 4$$

$$(x+2)^2 = 20$$

$$\therefore a = 2, b = 20$$

11. 이차방정식 $3(x-1)^2 = p$ 가 중근을 갖기 위한 p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

중근을 가지기 위해서는 (완전제곱식)=0 이 되어야 한다.
 $3(x-1)^2 = p$ 에서 좌변이 완전제곱이므로 $p=0$ 임을 쉽게 알 수 있다.

해설

$3(x-1)^2 = p$ 을 전개하여 정리하면
 $3x^2 - 6x + 3 - p = 0$
 $D/4 = 9 - 3(3-p) = 0 \quad \therefore p = 0$

12. 다음 중 이차방정식이 아닌 것은?

① $x(x-7) = x^2 - 7x$

② $3x(x+2) = 2x^2 + x + 1$

③ $(x+4)^2 = 2x^2 + 2x + 1$

④ $(x+1)^2 - 3(x+1) = 28$

⑤ $(x-1)(x+3) = 3$

해설

① $x(x-7) = x^2 - 7x$ 의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리하면
 $x(x-7) - x^2 - 7x = 0$

13. 이차방정식 $x^2 - 7x + 2 = 0$ 의 두 근을 a, b 라고 할 때, $ab(a + b)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$$\begin{aligned}(x - a)(x - b) &= 0 \\ x^2 - (a + b)x + ab &= 0 \\ a + b &= 7, \quad ab = 2 \\ \therefore ab(a + b) &= 14\end{aligned}$$

14. 이차방정식 $(2x + 6)(x - 1) = 0$ 이 참이 되는 두 개의 근이 각각 a, b 일 때, $a \times b$ 의 값은?

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

해설

$$2x + 6 = 0 \text{ 또는 } x - 1 = 0$$

$$x = -3 \text{ 또는 } x = 1$$

$$\therefore a \times b = -3 \times 1 = -3$$

15. 이차방정식 $2x^2 + 4ax - 3a - 4 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 다른 한 근을 구하면?

- ① $-\frac{2}{7}$ ② $-\frac{3}{5}$ ③ $\frac{11}{7}$ ④ $\frac{7}{5}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

해설

$x = -1$ 을 대입하면

$$2 \times (-1)^2 + 4a \times (-1) - 3a - 4 = 0$$

$$2 - 4a - 3a - 4 = 0, a = -\frac{2}{7}$$

$$2x^2 - \frac{8}{7}x + \frac{6}{7} - 4 = 0, 7x^2 - 4x - 11 = 0$$

$$(7x - 11)(x + 1) = 0$$

$$x = \frac{11}{7} \text{ 또는 } x = -1$$

16. 이차방정식 $2x^2 + 6x - a = 0$ 의 한 근이 3 일 때, 다른 한 근의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$x = 3$ 을 주어진 식에 대입하면
 $18 + 18 - a = 0$
 $\therefore a = 36$
 $2x^2 + 6x - 36 = 0, (2x + 12)(x - 3) = 0$
 $2(x + 6)(x - 3) = 0$
 $\therefore x = -6$ 또는 $x = 3$

17. 다음 두 이차방정식의 공통인 근을 구하여라.

$$x^2 - 8x + 15 = 0, 2x^2 - 9x + 9 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 3$

해설

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$(x - 5)(x - 3) = 0$$

$$\therefore x = 5 \text{ 또는 } x = 3$$

$$2x^2 - 9x + 9 = 0$$

$$(2x - 3)(x - 3) = 0$$

$$\therefore x = \frac{3}{2} \text{ 또는 } x = 3$$

따라서 공통인 해는 $x = 3$ 이다.

18. 이차방정식 $x^2 + 4x - 32 = 0$ 과 $2x^2 - 13x + 20 = 0$ 의 공통근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 4$

해설

$$x^2 + 4x - 32 = 0, (x + 8)(x - 4) = 0$$

$$\therefore x = -8 \text{ 또는 } x = 4$$

$$2x^2 - 13x + 20 = 0, (2x - 5)(x - 4) = 0$$

$$\therefore x = \frac{5}{2} \text{ 또는 } x = 4$$

따라서 공통해는 $x = 4$ 이다.

19. 다음 이차방정식 중 근이 없는 것은?

① $x^2 - 2 = 0$

② $2x^2 - 6 = 0$

③ $x^2 = 4$

④ $x^2 + 5 = 0$

⑤ $2(x - 5)^2 = 12$

해설

④ $x^2 = -5$ 이므로 근이 없다.

20. 이차방정식 $(x-2)^2 = 5$ 의 두 근의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$(x-2)^2 = 5$$

$$\therefore x = 2 \pm \sqrt{5}$$

두 근의 곱을 구하면

$$(2 + \sqrt{5})(2 - \sqrt{5}) = 4 - 5 = -1$$

21. 이차방정식 $\frac{4}{3}x^2 = 4x - 1$ 의 해가 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{2}$ 일 때, $A + B$ 의 값은?

① -12

② -9

③ 3

④ 9

⑤ 12

해설

$$\frac{4}{3}x^2 = 4x - 1$$

$$4x^2 - 12x = -3$$

$$(2x - 3)^2 = -3 + 9$$

$$(2x - 3)^2 = 6$$

$$2x - 3 = \pm \sqrt{6}$$

$$2x = 3 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{6}}{2}$$

$$A = 3, B = 6$$

$$\therefore A + B = 9$$

22. 다음은 완전제곱식을 이용하여 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 해를 구하는 과정의 일부분이다. 이때, $A + B$ 의 값은?

$x^2 - 2x - 1 = 0$
상수항을 우변으로 이항하면 $x^2 - 2x = 1$
양변에 A 를 더하면 $x^2 - 2x + A = 1 + A$
좌변을 완전제곱식으로 바꾸면 $(x - 1)^2 = B$

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

해설

$x^2 - 2x - 1 = 0$
 $\therefore x^2 - 2x = 1$
양변에 $A = 1$ 을 더하면 $x^2 - 2x + 1 = 1 + 1$
 $(x - 1)^2 = 2, B = 2$
 $\therefore A + B = 1 + 2 = 3$

23. x 의 값의 범위가 $0 \leq x < 3$ 일 때, 이차방정식 $3x^2 - 10x + 3 = 0$ 을 만족시키는 해를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \frac{1}{3}$

해설

$$3x^2 - 10x + 3 = 0$$

$$(3x - 1)(x - 3) = 0$$

$$\therefore x = \frac{1}{3} \text{ 또는 } x = 3$$

x 의 값의 범위가 $0 \leq x < 3$ 이므로 $x = \frac{1}{3}$ 이다.

24. 이차방정식 $x^2+5x+1=0$ 의 한 근이 a 일 때, $a+\frac{1}{a}$ 의 값을 구하면?

- ① -5 ② -8 ③ 1 ④ 8 ⑤ 5

해설

$x=a$ 를 주어진 식에 대입하면 $a^2+5a+1=0$ 에서 $a+5+\frac{1}{a}=0$

$$\therefore a+\frac{1}{a}=-5$$

25. 이차방정식 $(x-2)^2 = 3x-6$ 의 두 근을 a, b 라고 할 때, $(a-b)(a+b) - 3(a+b)$ 의 값을 구하여라. (단, $a > b$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned}(x-2)^2 &= 3x-6 \\ x^2-4x+4 &= 3x-6 \\ x^2-7x+10 &= 0 \\ (x-2)(x-5) &= 0 \\ \therefore x=2 \text{ 또는 } x=5 \\ a=5, b=2 \text{ 이므로} \\ (a-b)(a+b)-3(a+b) &= (a+b)(a-b-3) \\ &= (5+2)(5-2-3) \\ &= 0\end{aligned}$$

26. 이차방정식 $x^2 - x - 6 = 0$ 의 두 근의 합이 $3x^2 - 5x + a = 0$ 의 근일 때, 다른 한 근을 구하면?

- ① $-\frac{5}{2}$ ② $-\frac{3}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$$x^2 - x - 6 = (x - 3)(x + 2) = 0$$

$$x = 3, x = -2$$

따라서 두 근의 합은 1 이다.

$3x^2 - 5x + a = 0$ 에 $x = 1$ 을 대입하면

$$3 - 5 + a = 0$$

$$\therefore a = 2$$

$$3x^2 - 5x + 2 = (x - 1)(3x - 2)$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = \frac{2}{3}$$

27. 두 근이 2, -3 이고, 이차항의 계수가 -1 인 이차방정식의 상수항을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$\begin{aligned}-(x-2)(x+3) &= 0 \\ -(x^2+x-6) &= 0 \\ -x^2-x+6 &= 0\end{aligned}$$

따라서 상수항은 6 이다.

28. 이차방정식 $x^2 + 8x - 4 = 0$ 을 $(x + a)^2 = b$ 의 꼴로 고칠 때, $a + b$ 의 값은?

① 20

② 24

③ 28

④ 32

⑤ 36

해설

$$x^2 + 8x - 4 = 0$$

$$(x + 4)^2 - 4 - 16 = 0$$

$$(x + 4)^2 = 20$$

$$\therefore a = 4, b = 20$$

$$\therefore a + b = 24$$

29. $5x + 2 \leq 4x + 5$ 이고 x 는 자연수 일 때, 다음 이차방정식을 풀면?

$x^2 - 6x + 5 = 0$

- ① $x = 1, x = 3$ ② $x = 1, x = 5$ ③ $x = 1$
- ④ $x = 2, x = 3$ ⑤ $x = 2, x = 5$

해설

$5x + 2 \leq 4x + 5$ 에서 $x \leq 3$ 이다.
따라서 x 의 값은 1, 2, 3이다.
 $x^2 - 6x + 5 = 0$ 를 만족하는 x 의 값은 $x = 1, x = 5$ 이므로
이차방정식의 해는 $x = 1$ 이다.

30. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 한 근을 a 라 할 때, $a^2 + \frac{1}{a^2}$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$x = a$ 를 대입하면 $a^2 - 3a + 1 = 0$

양변을 a 로 나누면 $a - 3 + \frac{1}{a} = 0$

$\therefore a + \frac{1}{a} = 3$

$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7$

31. 이차방정식 $5x^2 - ax + b = 0$ 의 두 근의 합이 1 이고, 큰 근이 작은 근보다 5 가 클 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -25

해설

두 근을 $e, f (e > f)$ 라 하면 $e = f + 5$ 이고, $e + f = 1$ 이므로
연립하면 $e = 3, f = -2$ 이다.

따라서 두 근은 3, -2 이다.

3, -2 를 두 근으로 $5x^2 - ax + b = 0$ 에 대입하여 연립하면
 $a = 5, b = -30$ 가 나온다.

따라서 $a + b = 5 + (-30) = -25$ 이다.

32. 두 이차방정식 $ax^2 - 3x + b = 0$, $bx^2 - 3x + a = 0$ 이 같은 근을 가질 때, $a + b$ 의 값은? (단, $a \neq b$)

① -2 ② 0 ③ ± 1 ④ ± 3 ⑤ ± 5

해설

두 방정식의 같은 근(공통근)을 α 라 하면

$$a\alpha^2 - 3\alpha + b = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$b\alpha^2 - 3\alpha + a = 0 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \text{를 하면 } (a-b)\alpha^2 - (a-b) = 0$$

$$(a-b)(\alpha^2 - 1) = 0$$

$$a \neq b \text{ 이므로 } \alpha^2 - 1 = 0 \therefore \alpha = \pm 1$$

$$\alpha = 1 \text{ 일 때, } \textcircled{1} \text{ 또는 } \textcircled{2} \text{에 대입하면 } a + b = 3$$

$$\alpha = -1 \text{ 일 때, } \textcircled{1} \text{ 또는 } \textcircled{2} \text{에 대입하면 } a + b = -3$$

$$\therefore a + b = \pm 3$$