

1. 이차방정식  $x^2 - 4x + 2 = 0$  의 두 근의 곱이 방정식  $2x^2 - 3x - k = 0$  의 근일 때, 상수  $k$  의 값은?

① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$x^2 - 4x + 2 = 0$  에서 (두 근의 곱) = 2  
 $2x^2 - 3x - k = 0$  에  $x = 2$  를 대입하면  
 $8 - 6 - k = 0$   
 $\therefore k = 2$

2. 이차방정식  $3x^2 + \sqrt{3}x - 5 = 0$  의 두 근을  $\alpha, \beta$  라고 할 때,  $3\left(\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta}\right)$  의 값은?

- ①  $-10$     ②  $-\frac{2}{5}$     ③  $-\frac{7}{5}$     ④  $-\frac{31}{5}$     ⑤  $-\frac{33}{5}$

해설

근과 계수의 관계로부터

$$\alpha + \beta = -\frac{\sqrt{3}}{3}, \quad \alpha\beta = -\frac{5}{3}$$

$$\therefore 3\left(\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta}\right) = 3\left(\frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta}\right)$$

$$= 3\left\{\frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta}\right\}$$

$$= 3\left\{\frac{\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 - 2 \times \left(-\frac{5}{3}\right)}{-\frac{5}{3}}\right\}$$

$$= -\frac{33}{5}$$

3. 이차방정식  $2x^2+8x+3=0$  의 두 근을  $k, m$  이라 할 때,  $2(k^2+km+m^2)$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 29

해설

$$\begin{aligned}k+m &= -4, km = \frac{3}{2} \\2(k^2+km+m^2) &= 2\{(k+m)^2 - km\} \\&= 2\left\{(-4)^2 - \frac{3}{2}\right\} \\&= 29\end{aligned}$$

4. 이차방정식  $x^2 + ax + b = 0$  의 해가  $-\frac{3}{4}, \frac{1}{2}$  일 때,  $ax^2 + bx + 1 = 0$  의 두 근의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $\frac{3}{2}$

해설

근과 계수의 관계로부터

$$-a = -\frac{3}{4} + \frac{1}{2}, a = \frac{1}{4}$$

$$b = -\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = -\frac{3}{8}$$

$ax^2 + bx + 1 = 0$  에  $a = \frac{1}{4}, b = -\frac{3}{8}$  대입하면

$$\frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{8}x + 1 = 0$$

따라서 두 근의 합은  $-\frac{\left(-\frac{3}{8}\right)}{\frac{1}{4}} = \frac{3}{2}$  이다.

5. 한 근이  $5 - 2\sqrt{3}$  인 이차방정식을  $4x^2 + bx + c = 0$  의 꼴로 나타낼 때,  $c - b$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 92

해설

다른 한 근이  $5 + 2\sqrt{3}$  이므로  
(두 근의 합) = 10, (두 근의 곱) = 13  
따라서  $4(x^2 - 10x + 13) = 0$  이므로  
 $4x^2 - 40x + 52 = 0$  이다.  
따라서  $b = -40, c = 52, c - b = 92$

6. 이차방정식  $x^2 - 6x - 4 = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은? (단,  $x^2$ 의 계수는 4이다.)

①  $6x^2 + 4x - 1 = 0$

②  $3x^2 + 6x + 1 = 0$

③  $2x^2 + 6x + 1 = 0$

④  $4x^2 + 6x + 1 = 0$

⑤  $4x^2 + 6x - 1 = 0$

**해설**

이차방정식  $x^2 - 6x - 4 = 0$ 의 두 근이  $\alpha, \beta$ 일때,  $\alpha + \beta = 6$ ,  
 $\alpha\beta = -4$

$$\therefore \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{6}{-4} = -\frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{\alpha} \times \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\alpha\beta} = \frac{1}{-4} = -\frac{1}{4}$$

$$\therefore x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{4} = 0$$

양변에 4를 곱하면  $4x^2 + 6x - 1 = 0$

7. 이차방정식  $2x^2 - 2x - 1 = 0$  의 두 근을  $p, q$  라고 할 때,  $(p^2 - p - 1)(q^2 - q + 1)$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $-\frac{3}{4}$

해설

$x = p$  를 대입하면  $2p^2 - 2p - 1 = 0$ ,  $2p^2 - 2p = 1$  이므로

$p^2 - p = \frac{1}{2}$  이다.

$x = q$  를 대입하면  $2q^2 - 2q - 1 = 0$ ,  $2q^2 - 2q = 1$  이므로

$q^2 - q = \frac{1}{2}$  이다.

따라서

$$\begin{aligned}(p^2 - p - 1)(q^2 - q + 1) &= \left(\frac{1}{2} - 1\right) \times \left(\frac{1}{2} + 1\right) \\ &= \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{3}{2}\right) \\ &= -\frac{3}{4} \text{ 이다.}\end{aligned}$$

8. 이차방정식  $ax^2 + bx + 3 = 0$  의 한 근을  $k$  라고 할 때,  $ak^2 + bk + 5$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$ax^2 + bx + 3 = 0$  의 한 근이  $k$  이므로  $ak^2 + bk + 3 = 0$  ,  
 $ak^2 + bk = -3$  이므로  
 $ak^2 + bk + 5 = -3 + 5 = 2$

9. 이차방정식  $x^2 + px + 1 = 0$ 의 한 근을  $a$ 라 할 때,  $a - \frac{1}{a} = p - 2$ 가 성립하도록  $p$ 의 값을 구하면? (단  $a \neq 0$ )

- ① -6      ② -4      ③ -2      ④ 0      ⑤ 2

해설

$x = a$ 를 이차방정식에 대입하면  $a^2 + pa + 1 = 0$

양변을  $a$ 로 나누면

$$a + p + \frac{1}{a} = 0$$

$$a + \frac{1}{a} = -p \cdots \textcircled{1}$$

$$a - \frac{1}{a} = p - 2 \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1} + \textcircled{2}$ 하면  $2a = -2, a = -1$

$a = -1$ 을  $\textcircled{1}$ 에 대입하면  $-1 + (-1) = -p$

$\therefore p = 2$

10. 이차방정식  $x^2 - ax - 2x + 4 = 0$  이 중근을 가질 때의  $a$  의 값이 이차방정식  $x^2 + mx + n = 0$  의 두 근이다. 이 때,  $m + n$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -8

해설

$$x^2 - ax - 2x + 4 = 0, x^2 - (a+2)x + 4 = 0$$

$$\left(\frac{a+2}{2}\right)^2 = 4, \frac{a+2}{2} = \pm 2$$

$$a+2 = \pm 4$$

$$\therefore a = 2 \text{ 또는 } a = -6$$

$x^2 + mx + n = 0$  의 두 근이 2, -6 이므로

$$4 + 2m + n = 0$$

$$\begin{array}{r} -) 36 - 6m + n = 0 \\ \quad -32 + 8m = 0 \end{array}$$

$$\therefore m = 4, n = -12$$

$$\therefore m + n = 4 - 12 = -8$$

11. 이차방정식  $x^2 - (k-2)x + \frac{9}{4} = 0$  이 중근을 가질 때, 양수  $k$  의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$$x^2 - (k-2)x + \frac{9}{4} = \left(x \pm \frac{3}{2}\right)^2 = x^2 \pm 3x + \frac{9}{4} = 0$$

$$k-2 = \pm 3$$

따라서  $k = 5$  또는  $k = -1$  이다.

12. 이차방정식  $(x+3)^2 = k-1$  이 중근  $a$  를 갖는다고 할 때,  $k-a$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $k-a=4$

해설

중근을 가지려면 (완전제곱식)=0 꼴이어야 하므로

$$k-1=0$$

$$\therefore k=1$$

$$(x+3)^2=0 \text{ 이므로 } x=-3$$

$$\therefore a=-3$$

$$\therefore k-a=1-(-3)=4$$

13. 이차방정식  $x^2 - ax + b + 1 = 0$  의 두 근이 각각  $\frac{1}{p}, \frac{1}{q}$  이고,  $x^2 - 3ax + 4b = 0$  의 두 근이 각각  $\frac{1}{p^2}, \frac{1}{q^2}$  일 때, 상수  $a, b$  의 값을 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답:  $a = 4$

▷ 정답:  $b = 1$

**해설**

$$x^2 - ax + b + 1 = 0 \text{ 에서 } \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = a$$

$$\frac{1}{pq} = b + 1 \cdots \textcircled{1}$$

$$x^2 - 3ax + 4b = 0 \text{ 에서 } \frac{1}{p^2} + \frac{1}{q^2} = 3a$$

$$\frac{1}{p^2q^2} = 4b \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$  을 비교하면

$$(b+1)^2 = 4b, (b-1)^2 = 0 \quad \therefore b = 1$$

$$\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q}\right)^2 - \frac{2}{pq} = \frac{1}{p^2} + \frac{1}{q^2} \text{ 이므로}$$

$$a^2 - 2(b+1) = 3a$$

$$a^2 - 3a - 4 = 0$$

$$(a+1)(a-4) = 0$$

$$\therefore a = -1 \text{ 또는 } a = 4$$

그런데  $\frac{1}{p^2} + \frac{1}{q^2} = 3a \geq 0$  이므로  $a = 4$  이다.

따라서  $a = 4, b = 1$  이다.

14.  $x$ 에 대한 이차방정식  $(x+p)(x+q)-k=0$ 의 두 근이  $\alpha, \beta$ 일 때,  $x$ 에 대한 이차방정식

$(x-\alpha)(x-\beta)+k=0$ 의 두 근을 구하면?

① 근 없음

②  $x=p$  또는  $x=q$

③  $x=p$  또는  $x=-q$

④  $x=-p$  또는  $x=q$

⑤  $x=-p$  또는  $x=-q$

해설

방정식  $(x+p)(x+q)-k=0$ 을 정리하면

$$x^2 + (p+q)x + (pq-k) = 0$$

이 방정식의 두 근이  $\alpha, \beta$ 이므로

$$\alpha + \beta = -(p+q), \quad \alpha\beta = pq - k$$

방정식  $(x-\alpha)(x-\beta)+k=0$ 을 정리하면

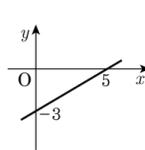
$$x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta + k = 0$$

$$\therefore x^2 + (p+q)x + pq = 0 (\because 1)$$

인수분해하면  $(x+p)(x+q)=0$ 이므로

구하는 두 근은  $x=-p$  또는  $x=-q$ 이다.

15.  $ax-y+b=0$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때,  $a, b$ 를 두 근으로 하고  $x^2$ 의 계수가 1인 이차방정식을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답:  $x^2 + \frac{12}{5}x - \frac{9}{5} = 0$

해설

그래프의 식은  $y = \frac{3}{5}x - 3$ 이므로

$$\frac{3}{5}x - y - 3 = 0, a = \frac{3}{5}, b = -3$$

$$\therefore x^2 - \left(\frac{3}{5} - 3\right)x + \frac{3}{5} \times (-3) = 0$$

$$x^2 + \frac{12}{5}x - \frac{9}{5} = 0$$

16. 이차함수  $y = \frac{1}{2}x^2 - q$ 의 그래프가  $x$  축과 만나는 두 점 사이의 거리가 정수가 되게 하는 30 보다 작은 자연수  $q$ 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 8

▷ 정답 : 18

**해설**

$y = \frac{1}{2}x^2 - q$ 와  $x$  축과의 교점을 A, B라 하고,  $x$  좌표를 구하면

$$\frac{1}{2}x^2 - q = 0 \text{에서}$$

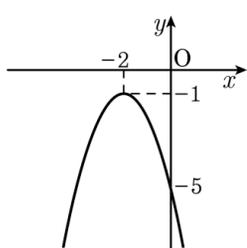
$$x = \pm\sqrt{2q}$$

따라서  $x$  축과의 교점은  $A(-\sqrt{2q}, 0)$ ,  $B(\sqrt{2q}, 0)$

즉,  $AB = 2\sqrt{2q}$  이고  $q$ 는 자연수이므로  $\sqrt{2q}$ 가 정수가 되면 된다.

$$\therefore q = 2, 8, 18$$

17. 다음 이차함수 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?



- ① 이차함수 그래프의 식은  $y = -(x-2)^2 - 1$  이다.
- ② 이차함수  $y = -2x^2$  의 그래프를  $x$  축 방향으로  $-2$  만큼 평행이동한 그래프이다.
- ③ 이차함수  $y = -2x^2$  의 그래프를  $y$  축 방향으로  $-1$  만큼 평행이동한 그래프이다.
- ④ 점  $(1, -10)$  을 지난다.
- ⑤  $y$  의 값의 범위는  $y \leq -5$  이다

**해설**

꼭짓점의 좌표가  $(-2, -1)$  이므로

$$y = a(x+2)^2 - 1$$

$(0, -5)$  를 지나므로

$$-5 = 4a - 1$$

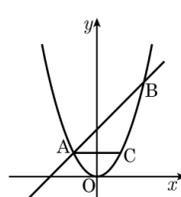
$$a = -1$$

$$\therefore y = -(x+2)^2 - 1$$

따라서 점  $(1, -10)$  을 지난다.



19. 다음 그림과 같이 이차함수  $y = \frac{1}{2}x^2$  과 직선  $y = x + 4$  의 교점을 A, B 라 하고 삼각형 ABC 의 넓이가 12 가 되는 이차곡선 위의 한 점을 C 라 하자. 점 C 를 지나고 삼각형 ABC 의 넓이를 2 등분하는 직선의 기울기를 구하여라. (단, 점 C 는 1 사분면에 위치한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : -3

**해설**

두 그래프의 교점을 구하면

$$\frac{1}{2}x^2 = x + 4, x^2 - 2x - 8 = 0 \text{ 이므로}$$

교점 A, B 는  $(-2, 2), (4, 8)$  이다.

점 C 의 좌표를  $(a, \frac{1}{2}a^2)$  이라 하면

$$\Delta ABC = \frac{1}{2} \times (2 + 8) \times 6 - \frac{1}{2} \left( 2 + \frac{1}{2}a^2 \right) (a + 2)$$

$$- \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2}a^2 + 8 \right) (4 - a)$$

$$= -\frac{3}{2}a^2 + 3a + 12 = 12$$

$\therefore a = 2 (\because x > 0)$

따라서 점 C 의 좌표는  $(2, 2)$

점 C 를 지나고 삼각형 ABC 의 넓이를 2 등분하는 직선은 선분 AB 의 중점인  $(1, 5)$  를 지난다.

따라서 이 직선의 기울기는 -3 이다.

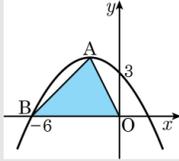
20. 이차함수  $y = -\frac{1}{4}x^2 - x + 3$  의 그래프의 꼭짓점을 A, 원점을 O, x 축과의 교점을 B 라 할 때,  $\triangle AOB$  의 넓이를 구하면? (단,  $B < 0$ )

- ① 3      ② 6      ③ 9      ④ 12      ⑤ 18

해설

$$y = -\frac{1}{4}x^2 - x + 3 = -\frac{1}{4}(x+2)^2 + 4, \text{ 꼭짓점의 좌표는 } A(-2, 4)$$

$$y = -\frac{1}{4}x^2 - x + 3 = -\frac{1}{4}(x+6)(x-2) \text{ 이므로 } x \text{ 축과의 교점 } B \text{ 는 } -6, 0 \text{ 이다.}$$



$$\therefore \triangle ABO = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12$$

21. 이차함수  $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 5$  의 그래프의  $y$  축과의 교점을 A, 원점을 O, 꼭짓점을 B 라 할 때,  $\triangle AOB$  의 넓이를 구하면?

- ① 2.5      ② 3      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7.5

해설

A(0, 5), O(0, 0)

$$y = \frac{1}{2}(x^2 - 4x) + 5 = \frac{1}{2}(x - 2)^2 + 3$$

꼭짓점 B(2, 3)

$$\therefore \triangle AOB = \frac{1}{2} \times 5 \times 2 = 5$$