

1. 다음 방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$x^4 = 16$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$x^4 - 16 = 0 \text{ 에서}$$

$$(x^2 - 4)(x^2 + 4) = 0$$

$$(x - 2)(x + 2)(x^2 + 4) = 0$$

$$\therefore x = \pm 2 \text{ 또는 } x = \pm 2i$$

$$\therefore \text{모든 해의 합은 } (-2) + 2 + (-2i) + 2i = 0$$

2. 다음 방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ 에서

$x^2 = t$ 로 놓으면

$$t^2 - 13t + 36 = 0, (t - 4)(t - 9) = 0$$

$$\therefore t = 4 \text{ 또는 } t = 9$$

$$(i) \ t = 4 \text{ 일 때, } x^2 = 4$$

$$\therefore x = \pm 2$$

$$(ii) \ t = 9 \text{ 일 때, } x^2 = 9$$

$$\therefore x = \pm 3$$

따라서 모든 해의 합은

$$(-2) + 2 + (-3) + 3 = 0$$

3.  $x^3 - 1 = 0$ 의 한 허근을  $\omega$ 라 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?  
(단,  $\bar{\omega}$ 는  $\omega$ 의 켈레복소수이다.)

㉠  $\omega^6 = 1$

㉡  $\omega^2 = \bar{\omega}$

㉢  $\omega + \bar{\omega} = -1$

㉣  $\omega^2 + \omega = -1$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉠, ㉢, ㉣

④ ㉡, ㉢, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

### 해설

$x^3 - 1 = 0$ 의 한 허근이  $\omega$ 이므로,

$$\omega^3 = 1, (x-1)(x^2 + x + 1) = 0$$

$\omega^2 + \omega + 1 = 0$  켈레근  $\bar{\omega}$ 일 경우도

$$\bar{\omega}^3 = 1, \bar{\omega}^2 + \bar{\omega} + 1 = 0$$

㉠  $\omega^3 = 1, (\omega^3)^2 = 1 \rightarrow (\bigcirc)$

㉢  $\omega + \bar{\omega} = -1,$

$$\bar{\omega} = -1 - \omega = -(\omega + 1)$$

$\omega^2 + \omega + 1$ 을 이용.

$$\omega + 1 = -\omega^2 \text{이므로 } \bar{\omega} = \omega^2 \rightarrow (\bigcirc)$$

㉡ 두 근  $\omega, \bar{\omega}$ 의 합은

$x^2 + x + 1 = 0$ 의 두 근의 합이므로

$$\omega + \bar{\omega} = -1$$

㉣  $\omega^2 + \omega + 1 = 0,$

$$\omega^2 + \omega = -1 \rightarrow (\bigcirc)$$

4. 어떤 정육면체의 밑변의 가로 길이를 1 cm 줄이고, 세로의 길이와 높이를 각각 2 cm, 3 cm 씩 늘였더니 이 직육면체의 부피가 처음 정육면체의 부피의  $\frac{5}{2}$  배가 되었다. 처음 정육면체의 한 변의 길이를 구하여라. (단, 정육면체 한 변의 길이는 유리수이다.)

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 2cm

### 해설

정육면체의 한 변의 길이가  $x$  cm라 하면

$$\text{조건으로부터 } (x-1)(x+2)(x+3) = \frac{5}{2}x^3,$$

$$x^3 + 4x^2 + x - 6 = \frac{5}{2}x^3,$$

$$\frac{3}{2}x^3 - 4x^2 - x + 6 = 0 \text{ 에서}$$

$$3x^3 - 8x^2 - 2x + 12 = 0 \text{ 을 풀면 } x = 2(\text{cm})$$

5. 다음 연립방정식의 해를  $x = \alpha$ ,  $y = \beta$ ,  $z = \gamma$ 라 할 때,  $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$ 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 2x - 3y + 3z = 10 & \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ 3x + y - 2z = 3 & \cdots \cdots \textcircled{㉡} \\ x - 2y + z = 5 & \cdots \cdots \textcircled{㉢} \end{cases}$$

▶ 답 :

▶ 정답 : 6

해설

$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉢} \times 3$  을 하면  $-x + 3y = -5 \cdots \cdots \textcircled{㉤}$

$\textcircled{㉡} + \textcircled{㉢} \times 2$  를 하면  $5x - 3y = 13 \cdots \cdots \textcircled{㉥}$

$\textcircled{㉤} + \textcircled{㉥}$  을 하면  $4x = 8 \therefore x = 2$

$x = 2$  를  $\textcircled{㉤}$  에 대입하면  $-2 + 3y = -5 \therefore y = -1$

또,  $x = 2$ ,  $y = -1$  을  $\textcircled{㉢}$  에 대입하면

$$2 - 2 \cdot (-1) + z = 5$$

$$\therefore z = 1$$

$$\therefore x = 2, y = -1, z = 1$$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 4 + 1 + 1 = 6$$

6.  $x, y$ 에 대한 연립방정식

$$\begin{cases} 2x + (3+a)y = 4+a \\ (3-a)x + 4y = 5 \end{cases} \quad \text{의 해가 무수히 많을 때, 상수 } a \text{의 값을}$$

구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

해가 무수히 많으려면  $x, y$ 의 계수의 비가 같아야 하므로

$$\frac{2}{3-a} = \frac{3+a}{4}$$

$$(3-a)(3+a) = 8 \Rightarrow a^2 = 1$$

$$\therefore a = \pm 1$$

$$a = 1 \text{ 일 때 주어진 연립방정식은 } \begin{cases} 2x + 4y = 5 \\ 2x + 4y = 5 \end{cases} \quad \text{로 일치하므}$$

로 해가 무수히 많다.

7. 연립방정식  $\begin{cases} x^2 - y^2 + 6y - 9 = 0 \\ (x-1)^2 + y^2 = 2 \end{cases}$  를 만족하는 실수 해의 순서쌍  $(x, y)$ 의 개수를 구하여라.

▶ 답 :      개

▷ 정답 : 1 개

### 해설

$$\begin{cases} x^2 - y^2 + 6y - 9 = 0 & \cdots \textcircled{㉠} \\ (x-y)^2 + y^2 = 2 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

$$\textcircled{㉠} \text{에서 } x^2 - (y-3)^2 = 0$$

$$(x+y-3)(x-y+3) = 0$$

$$y = x+3 \text{ 또는 } y = -x+3$$

i)  $y = -x+3$  을  $\textcircled{㉡}$ 에 대입하면,

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 이 때, } y = 1$$

ii)  $y = x+3$  을  $\textcircled{㉡}$ 에 대입하면,

$$x^2 + 2x + 4 = 0$$

$$\therefore x = -1 \pm \sqrt{3}i$$

$$\text{이 때, } y = 2 \pm \sqrt{3}i$$

i), ii)에서 실수해의 순서쌍은  $(2, 1)$ 이다.

따라서 실수해의 순서쌍의 개수는 1 개이다.

8. 연립방정식  $\begin{cases} x^2 + y^2 + 2x = 0 & \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ x^2 + y^2 + x + y = 2 & \cdots \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$  을 풀면  $x = \alpha, y = \beta$

또는  $x = \gamma, y = \delta$  이다. 이 때,  $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \delta^2$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

인수분해되는 식은 없으나 이차항을 소거할 수 있다.

$$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡} \text{에서 } x - y = -2, \text{ 즉 } y = x + 2$$

$\textcircled{㉠}$ 에 대입하여 정리하면

$$x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$(x + 1)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = -1, -2$$

$$\therefore x = -1, y = 1 \text{ 또는 } x = -2, y = 0$$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \delta^2 = 6$$

9. 방정식  $x^2 + 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 = 0$ 을 만족하는 두 실수  $x, y$ 의 합  $x + y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$x^2 + 2x + 1 + y^2 - 4x + 4 = 0 \text{ 에서}$$

$$(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 0$$

$$x, y \text{ 는 실수이므로 } x = -1, y = 2$$

$$\therefore x + y = -1 + 2 = 1$$

10. 방정식  $2xy-4x-y=4$ 를 만족하는 양의 정수  $x, y$ 를 구하면  $\begin{cases} x = \alpha \\ y = \beta \end{cases}$ ,

$$\begin{cases} x = \gamma \\ y = \delta \end{cases} \text{ 이다.}$$

$\alpha + \beta + \gamma + \delta$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

### 해설

주어진 식을 변형하면  $(2x-1)(y-2)=6$

조건에서  $x, y$ 가 양의 정수이므로

$2x-1, y-2$ 도 각각 정수이고 특히  $2x-1$ 은 양의 홀수이다.

$$\therefore \begin{cases} 2x-1=1 \\ y-2=6 \end{cases} \quad \text{또는} \quad \begin{cases} 2x-1=3 \\ y-2=2 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} x=1 \\ y=8 \end{cases}, \begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$$

$$\therefore \alpha + \beta + \gamma + \delta = 15$$