1. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 고르면?

① $A > B > 0,\ C > D > 0$ 이면 $AC > BD$ 이다.

② $A > B,\ C > D$ 이면 $A + C > B + D$ 이다.

③ $A > B > 0$ 이면 $A^2 > B^2$ 이다.

④ $A > B$ 이면 $\frac{1}{A} < \frac{1}{B}$ 이다.

⑤ $A > 0 > B$ 이면 $\frac{1}{A} > \frac{1}{B}$ 이다.

해설

④ 만약 $B < 0 < A$ 인 경우라면 $\frac{1}{A} > \frac{1}{B}$ 가 되어 주어진 문장은 틀리다.

2. $-1 < x < 3$ 일 때, $A = 2x - 3$ 의 범위는?

① $1 < A < 3$ ② $-1 < A < 3$ ③ $-3 < A < 5$

④ $-5 < A < 3$ ⑤ $3 < A < 5$

해설

$-1 < x < 3$ 에서 양변에 2를 곱하고 3을 빼면

$-2 - 3 < 2x - 3 < 6 - 3$

$\therefore\ -5 < 2x - 3 < 3$

3. 모든 실수 x에 대하여 부등식 $k^2x+1 > 2kx+k$가 성립할 때, k값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$k^2x + 1 > 2kx + k$에서
$(k^2 - 2k)x > k - 1$,
$k(k-2)x > k - 1$
해가 모든 실수이므로
$k(k-2) = 0,\ k - 1 < 0$ 이어야 한다.
$\therefore\ k = 0$

4. $ax+b>0$의 해가 $x<2$일 때, $(a+b)x<5b$의 해는?

① $x>5$　② $x>10$　③ $x<1$

④ $x<5$　⑤ $x<10$

해설

$ax+b>0$에서 $ax>-b$

해가 $x<2$ 이므로

$a<0$ ·····㉠

$-\dfrac{b}{a}=2$ ·····㉡

㉡을 정리하면 $b=-2a$ ·····㉢

㉢에서 $b=-2a$를 $(a+b)x<5b$에 대입하면

$(a-2a)x<5\cdot(-2a)$, $-ax<-10a$

㉠에서 $a<0$이므로 $x<10$

5. 부등식 $2|x+2|+|x-1| \le 6$을 만족하는 정수 x의 개수는?

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

(i) $x \ge 1$일 때

$2x+4+x-1-6 = 3x-3 \le 0,\ x \le 1$

$\therefore x = 1 \cdots$ ㉠

(ii) $-2 \le x < 1$일 때

$2x+4+1-x-6 = x-1 \le 0$에서 $x \le 1$

$\therefore -2 \le x < 1 \cdots$ ㉡

(iii) $x < -2$일 때

$-2x-4-x+1-6 = -3x-9 \le 0$

$3x \ge -9,\ \ x \ge -3$

$\therefore -3 \le x < -2 \cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에서 $-3 \le x \le 1$

따라서 만족하는 정수 x의 개수는 5개

6. 이차부등식 $x^2 - 6x + 9 \le 0$의 해를 구하면?

① $x \ge 3$ 또는 $x \le -3$　② x는 모든 실수

③ $x \ne 3$인 모든 실수　④ $x = 3$

⑤ 해가 없다

해설

$x^2 - 6x + 9 \le 0$

$(x-3)^2 \le 0$

$\Rightarrow x = 3$

7. 이차부등식 $ax^2 + 4x + a < 0$이 임의의 실수 x에 대하여 성립할 때, 상수 a의 값의 범위는?

① $a < -2$ ② $a < 0$ ③ $a < 2$

④ $a < 4$ ⑤ $a < 8$

해설

$ax^2 + 4x + a < 0$이 임의의 실수 x에 대하여 성립하려면

ⅰ) $a < 0$

ⅱ) $ax^2 + 4x + a = 0$의 판별식을 D라 할 때,

$\frac{D}{4} = 2^2 - a^2 < 0$

$a^2 - 4 > 0, (a+2)(a-2) > 0$

$\therefore a < -2$ 또는 $a > 2$

ⅰ), ⅱ)의 공통 범위를 구하면 $a < -2$

8. 모든 실수 x에 대하여 부등식 $kx^2 - 2(k-4)x + 2 \geq 0$이 성립하도록 하는 실수 k의 값의 범위는?

① $k \leq -2$ ② $-1 \leq k \leq 2$ ③ $1 \leq k \leq 8$

④ $2 \leq k \leq 8$ ⑤ $k \leq 8$

해설

x^2의 계수가 미지수 k이므로

i) $k = 0$일 때 $8x + 2 \geq 0$에서 $x \geq -\frac{1}{4}$이므로

모든 실수 x에 대하여 성립하는 것은 아니다.

ii) $k \neq 0$일 때 $kx^2 - 2(k-4)x + 2 \geq 0$의 해가 모든 실수이려면

$k > 0 \cdots$ ㉠

$\frac{D}{4} = (k-4)^2 - 2k \leq 0,\ k^2 - 10k + 16 \leq 0,$

$(k-2)(k-8) \leq 0 \quad \therefore 2 \leq x \leq 8 \cdots$㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $2 \leq k \leq 8$

i), ii)에서 $2 \leq k \leq 8$이다.

9. $a(x^2-2x+2)>2x$을 만족하는 x가 존재하지 않도록 하는 실수 a의 값의 범위는?

① $a \le 1-\sqrt{2}$ ② $a \le 1$ ③ $a \le 1+\sqrt{2}$

④ $0 < a \le 1$ ⑤ $0 < a \le \sqrt{2}$

해설

모든 실수 x에서 $ax^2-2(a+1)x+2a \le 0$

i) $a \le 0$

ii) $D/4=(a+1)^2-2a^2=-a^2+2a+1 \le 0$

$a^2-2a-1 \ge 0$

$\therefore a \le 1-\sqrt{2}$ 또는 $a \ge 1+\sqrt{2}$

$\therefore a \le 1-\sqrt{2}$

10. 이차부등식 $x^2+ax+b<0$의 해가 $2<x<3$일 때, $a+b$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$2<x<3$ 가 해이므로

$(x-2)(x-3)<0$

$x^2-5x+6<0,\ a=-5, b=6$

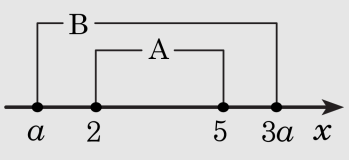
$\therefore\ a+b=1$

11. 양의 실수 a에 대하여 $-x^2+7x-10 \geq 0$의 모든 해가 $x^2-4ax+3a^2 \leq 0$을 만족할 때, a의 값의 범위는?

① $\frac{1}{3} \leq a \leq 2$ ② $\frac{2}{3} \leq a \leq 2$ ③ $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$
④ $\frac{5}{3} \leq a \leq 5$ ⑤ $2 \leq a \leq 5$

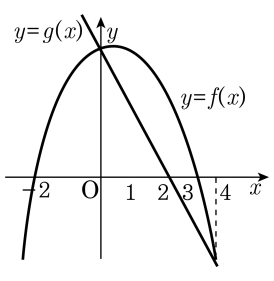
해설

$-x^2+7x-10 \geq 0$
$x^2-7x+10 \leq 0$
$(x-2)(x-5) \leq 0$
$2 \leq x \leq 5$
$x^2-4ax+3a^2 \leq 0$
$(x-a)(x-3a) \leq 0$
$a \leq x \leq 3a (\because a > 0)$
㉠의 모든 해가 ㉡에 포함되므로



따라서 $a \leq 2$, $3a \geq 5$이므로 $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$

12. 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = g(x)$ 가 다음 그림과 같을 때, 부등식 $f(x) > g(x)$ 의 해를 구하면?



① $-2 < x < 4$ ② $-2 < x < 3$

③ $0 < x < 4$ ④ $2 < x < 3$

⑤ $3 < x < 4$

해설

부등식 $f(x) > g(x)$ 의 해는
함수 $f(x)$ 의 그래프가 직선 $y = g(x)$ 보다
위쪽에 있는 x 의 구간을 의미하므로
구하는 해는 $0 < x < 4$

13. 다음 연립부등식을 풀어라.

$$\begin{cases} x^2 - 2x + 1 \le 0 \\ x^2 + 2x + 2 \ge 0 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 1$

해설

$x^2 - 2x + 1 \le 0 \rightarrow (x-1)^2 \le 0$
$(x-1)^2$ 은 항상 0 이상이므로
만족하는 해는 $x = 1$ 이 유일
$x^2 + 2x + 2 = (x+1)^2 + 1 > 0$
$\rightarrow (x+1)^2 + 1 \ge 1$
$\therefore$ 모든 실수
$\therefore x = 1$

14. 연립부등식 $\begin{cases} x^2-1 < x+1 < x^2-3x+1 \\ x+3 > -x+2 \end{cases}$ 의 해가 $a < x < b$ 일 때, $2a+b$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{cases} \underbrace{x^2-1 < x+1}_{(가)} \quad \underbrace{x+1 < x^2-3x+1}_{(나)} \\ x+3 > -x+2 \cdots (다) \end{cases}$$

(가)에서 $x^2-x-2<0, (x-2)(x+1)<0$

$\therefore -1 < x < 2$

(나)에서 $x^2-4x>0, x(x-4)>0$

$\therefore x<0$ 또는 $x>4$

(다)에서 $2x > -1$

$\therefore x > -\frac{1}{2}$

$-\frac{1}{2} < x < 0$

따라서 $a=-\frac{1}{2}, b=0$ 이므로 $2a+b=-1+0=-1$

15. 두 부등식 $2x-1>0$, $(x+1)(x-a)<0$을 동시에 만족하는 x의 값의 범위가 $\frac{1}{2}<x<3$ 이 되도록 하는 정수 a의 값은? (단,$a>1$)

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$2x-1>0$

$\therefore x>\frac{1}{2}\cdots\cdots$ ①

$(x+1)(x-a)<0$

$\therefore -1<x<a\cdots\cdots$ ②

즉 ①, ②의 공통 부분이 $\frac{1}{2}<x<3$ 이므로

$\therefore a=3$

16. 부등식 $|-x+3|+|2x-3| \le 6$의 해가 $\alpha \ge x \ge \beta$일 때, $\alpha\beta$의 값은?

① -4　② 0　③ 6　④ 12　⑤ 16

해설

$|-x+3|+|2x-3| \le 6$

i) $x \le \dfrac{3}{2}$

$-x+3-2x+3 \le 6, \quad x \ge 0$

$\therefore \ 0 \le x \le \dfrac{3}{2}$

ii) $\dfrac{3}{2} < x \le 3$

$-x+3+2x-3 \le 6, \quad x \le 6$

$\therefore \ \dfrac{3}{2} < x \le 3$

iii) $x > 3$

$x-3+2x-3 \le 6, \quad x \le 4$

$\therefore \ 3 < x \le 4$

$\therefore \ 0 \le x \le 4, \ \alpha\beta = 0$

17. 부등식 $(|x|-1)(|x|-3)<0$을 만족하는 정수 x의 개수는?

① 6개 ② 5개 ③ 4개 ④ 3개 ⑤ 2개

해설

$(|x|-1)(|x|-3)<0$
$1<|x|<3$에서 구간을 나누면
(ⅰ) $x \geq 0$일 때, $1<x<3$, 정수 : 2
(ⅱ) $x<0$일 때, $1<-x<3$,
$-3<x<-1$ 정수 : -2
∴ 정수의 개수 : 2개

18. 실수 x에 대하여 $[x]$는 x를 넘지않는 최대 정수를 나타낸다고 한다. 부등식 $2[x]^2-[x]-6<0$를 만족하는 x의 범위를 바르게 구한 것은?

① $-1 \le x < 2$ ② $x \le -1$ ③ $x \ge 1$

④ $x \le 1$ ⑤ $x \le -1,\ x \ge 2$

해설

$2[x]^2-[x]-6<0$에서 좌변을 인수분해하면

$(2[x]+3)([x]-2)<0,\ -\frac{3}{2}<[x]<2$

이 때 $[x]$는 정수이므로 $[x]=-1,\ 0,\ 1$

$[x]=-1,\ 0,\ 1$이면 $-1 \le x < 2$

$\therefore\ -1 \le x < 2$

19. 모든 실수 x 에 대하여 다항식 $(m+1)x^2-2(m-1)x+3$ 의 값이 항상 2보다 크도록 하는 상수 m 의 범위가 $a<m<b$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$(m+1)x^2-2(m-1)x+3>2$

$(m+1)x^2-2(m-1)x+1>0$ 이므로

$m\neq -1,\ m>-1$ 이고, $D<0$ 이다.

$\frac{D}{4}=m^2-3m<0 \quad \therefore\ 0<m<3$

$\therefore a=0,\ b=3$

$\therefore a+b=3$

20. 평지의 공원에 둘레의 길이는 200 m로 일정하고 넓이는 900 m^2 이상인 직사각형 모양의 화단을 만들려고 한다. 이 때, 만들어지는 화단의 가로의 최대 길이는?

① 40 m　② 50 m　③ 90 m
④ 100 m　⑤ 150 m

해설

화단의 가로 길이를 x m라고 하면
세로의 길이는 $(100-x)$ m이다.
가로, 세로의 길이는 모두 양수이므로
$x>0,\ 100-x>0$에서 $0<x<100\cdots$(가)
900 m^2 이상이므로
$x(100-x)\geq 900$
$x^2-100x+900\leq 0,\ (x-10)(x-90)\leq 0$
$\therefore 10\leq x\leq 90$
이것은 (가)를 만족하므로
가로의 최대 길이는 90 m이다.

21. 이차함수 $y = x^2 - ax + 4$의 그래프가 직선 $y = x - 2$ 보다 위쪽에 있는 x의 값의 범위가 $x < 2$ 또는 $x > 3$ 일 때, 상수 a의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$x^2 - ax + 4 > x - 2$ 에서 $x^2 - (a+1)x + 6 > 0$ ····· ㉠
한편, 해가 $x < 2$ 또는 $x > 3$ 이고 이차항의 계수가 1인 이차부등식은 $(x-2)(x-3) > 0$
$\therefore x^2 - 5x + 6 > 0$ ····· ㉡
따라서 ㉠, ㉡이 일치하므로 $a + 1 = 5$
$\therefore a = 4$

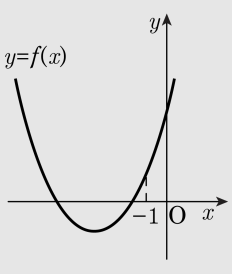
22. x 에 대한 이차방정식 $x^2-2kx+6-k=0$ 의 서로 다른 두 근이 모두 -1 보다 작을 때, 정수 k 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3 개

해설

$f(x)=x^2-2kx+6-k$ 라 하면
방정식 $f(x)=0$ 의 서로 다른 두 근이 -1 보다 작으므로



(i) $\frac{D}{4}=(-k)^2-(6-k)>0$ 에서

$k^2+k-6>0,\ (k+3)(k-2)>0$

$\therefore\ k<-3$ 또는 $k>2$

(ii) $f(-1)=1+2k+6-k>0$ 에서 $k>-7$

(iii) $-\frac{-2k}{2}<-1$ 에서 $k<-1$

이상에서 $-7<k<-3$

따라서 정수 k 는 $-6,\ -5,\ -4$ 의 3 개다.

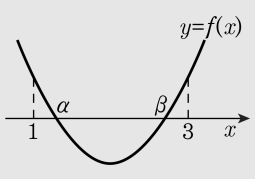
23. $1 < x < 3$ 에서 x 에 대한 이차방정식 $x^2 - ax + 4 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 실수 a 의 값의 범위가 $\alpha < a < \beta$ 일 때, $3\alpha\beta$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 52

해설

$f(x) = x^2 - ax + 4$ 라 하면
$1 < x < 3$ 에서 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같아야 한다.



(i) $x^2 - ax + 4 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면
$D = a^2 - 16 > 0$ 에서 $(a+4)(a-4) > 0$
$\therefore\ a < -4$ 또는 $a > 4$

(ii) $f(1) = 5 - a > 0$ 에서 $a < 5$

$f(3) = 13 - 3a > 0$ 에서 $a < \dfrac{13}{3}$

$\therefore\ a < \dfrac{13}{3}$

(iii) $y = f(x)$ 의 그래프의 대칭축이
$x = \dfrac{a}{2}$ 이므로 $1 < \dfrac{a}{2} < 3$
$\therefore\ 2 < a < 6$

(i), (ii), (iii) 에서 a 의 값의 범위는 $4 < a < \dfrac{13}{3}$

따라서, $\alpha = 4$, $\beta = \dfrac{13}{3}$ 이므로 $3\alpha\beta = 52$

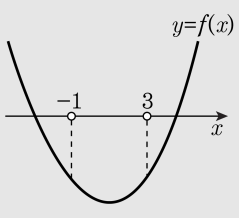
24. $-1 < x < 3$인 모든 실수 x에 대하여 이차부등식 $x^2+2(k-1)x+3k < 0$이 항상 성립하도록 하는 실수 k의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -3

해설

$f(x) = x^2 + 2(k-1)x + 3k$ 라 하자.
$-1 < x < 3$ 인 모든 실수 x에 대하여 $f(x) < 0$ 이 항상 성립하려면 다음 그림과 같이 $f(-1) \le 0,\ f(3) \le 0$이어야 한다.



(ⅰ) $f(-1) \le 0$ 에서 $(-1)^2 + 2(k-1)\cdot(-1) + 3k \le 0,\ k+3 \le 0$
$\therefore k \le -3$

(ⅱ) $f(3) \le 0$ 에서 $3^2 + 2(k-1)\cdot 3 + 3k \le 0,\ 9k+3 \le 0$
$\therefore k \le -\frac{1}{3}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $k \le -3$
따라서, 실수 k의 최댓값은 -3이다.

25. 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 두 근 α,β 가 $-1<\alpha<0,\ 1<\beta<2$ 일 때 다음 중 옳은 것을 모두 고르면 ? (단, $a<0$)

㉠ $c<0$	㉡ $ab<0$
㉢ $a-b+c<0$	㉣ $a+2b+4c>0$

① ㉠ ② ㉡, ㉢ ③ ㉢, ㉣

④ ㉠, ㉢, ㉣ ⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

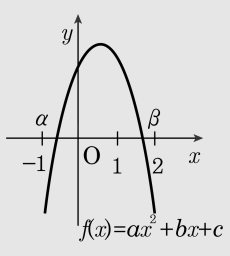
$f(x)=ax^2+bx+c(a<0)$ 로 놓으면

$-1<\alpha<0, 1<\beta<2$ 에서

㉠) $f(0)=c>0$

㉡) 꼭짓점의 x좌표가 양이므로 $-\dfrac{b}{2a}>0\ \therefore ab<0$

㉢) $f(-1)=a-b+c<0$

㉣) $f\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{a}{4}+\dfrac{b}{2}+c>0,\ \dfrac{1}{4}(a+2b+4c)>0$

$\therefore a+2b+4c>0$