

1. $600 = a^x \times b^y \times c^z$ 로 소인수분해될 때, $(a + b + c) \times (x + y + z)$ 의 값은? (단, $a < b < c$)

① 12

② 24

③ 36

④ 48

⑤ 60

해설

$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2 = a^x \times b^y \times c^z$ 이므로

$a = 2, b = 3, c = 5, x = 3, y = 1, z = 2$

$\therefore (a + b + c) \times (x + y + z) = (2 + 3 + 5) \times (3 + 1 + 2) = 10 \times 6 = 60$

2. $3^2 \times 5^2 \times 7^3$, $2^4 \times 3^2 \times 5^2$ 의 최대공약수는?

① $2^2 \times 3^2$

② 5×7^2

③ $2^3 \times 3^2 \times 7$

④ $2^2 \times 3 \times 7^2$

⑤ $3^2 \times 5^2$

해설

공통인 소인수를 모두 곱하는데 지수가 같으면 그대로, 다른 작은 쪽을 택하여 곱한다.

$\therefore 3^2 \times 5^2 \times 7^3$, $2^4 \times 3^2 \times 5^2$ 의 최대공약수 : $3^2 \times 5^2$

3. 다음 보기와 같이 정의할 때 다음 중 옳지 않은 것은?

$a \star b = a, b \text{ 중 절댓값이 큰 수}$

- ① $3 \star (-2) = 3$

② $4 \star (-7) = -7$

③ $(-5) \star (-6) = -5$

④ $1 \star (-8) = -8$

⑤ $-10 \star 11 = 11$

해설

- ① 3의 절댓값은 3이고 -2의 절댓값은 2이므로 절댓값이 더 큰 수는 3이다.
- ② 4의 절댓값은 4이고 -7의 절댓값은 7이므로 절댓값이 더 큰 수는 -7이다.
- ③ -5의 절댓값은 5이고 -6의 절댓값은 6이므로 절댓값이 더 큰 수는 -6이다.
- ④ 1의 절댓값은 1이고 -8의 절댓값은 8이므로 절댓값이 더 큰 수는 -8이다.
- ⑤ -10의 절댓값은 10이고 11의 절댓값은 11이므로 절댓값이 더 큰 수는 11이다.

4. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① x 는 2 이상 3 미만의 수이다. $\Rightarrow 2 < x < 3$
- ② x 는 -1 이하이고 -3 이상이다. $\Rightarrow -1 \geq x \geq -3$
- ③ x 는 -3 초과 2 미만이다. $\Rightarrow -3 < x < 2$
- ④ x 는 8 미만이고 0 초과이다. $\Rightarrow 0 < x < 8$
- ⑤ x 는 4 이하 2 초과인 수이다. $\Rightarrow 2 < x \leq 4$

해설

x 는 2 이상 3 미만의 수이다. $\Rightarrow 2 \leq x < 3$

5. 두 수 a, b 에 대하여 $a \times b < 0, a > b$ 일 때, 다음 중 가장 큰 수는?

- ① a ② b ③ $a + b$ ④ $a - b$ ⑤ $b - a$

해설

$a \times b < 0, a > b$ 이면, $a > 0, b < 0$

① $a > 0$

② $b < 0$

④ $a - b > 0$

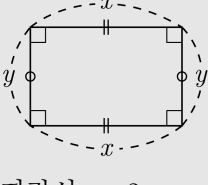
⑤ $b - a < 0$

$\therefore$ 가장 큰 수는 $a - b$

6. 가로와 세로의 길이가 각각 x, y 인 직사각형의 둘레의 길이를 나타낸 식은?

- ① xy
- ② $2xy$
- ③ $x + y$
- ④ $2x + 2y$
- ⑤ $x^2 + y^2$

해설



따라서 $x \times 2 + y \times 2 = 2x + 2y$ 이다.

7. $a = 1$, $b = -\frac{1}{2}$ 일 때, 다음 중 식의 값이 가장 작은 것은?

① $-ab$

② $-a + b$

③ $-a - 2b$

④ $-a^2 + b^2$

⑤ $-a - \frac{1}{b^2}$

해설

$$\textcircled{1} \quad -ab = -1 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\textcircled{2} \quad -a + b = -1 + \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{2}$$

$$\textcircled{3} \quad -a - 2b = -1 - 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -1 + 1 = 0$$

$$\textcircled{4} \quad -a^2 + b^2 = -1 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = -1 + \frac{1}{4} = -\frac{3}{4}$$

$$\textcircled{5} \quad -a - \frac{1}{b^2} = -1 - 1 \div b^2$$

$$= -1 - 1 \div \left(-\frac{1}{2}\right)^2$$

$$= -1 - 1 \times 4$$

$$= -1 - 4 = -5$$

8. $a = b$ 일 때, 다음 등식 중 옳지 않은 것은?

㉠ $a + 3 = b + 3$	㉡ $\frac{1}{3}a = \frac{1}{3}b$
㉢ $5a = 5b$	㉣ $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉣ ⑤ ㉠, ㉢

해설

㉣ $c \neq 0$ 일 때만 성립한다.

9. 현재 아버지의 나이는 나의 나이의 3배이지만 15년 후에는 나의 나이의 2배가 된다. 현재 아버지의 나이는?

① 36 ② 39 ③ 42 ④ 45 ⑤ 48

해설

현재 나의 나이를 x 세라 하면, 아버지의 나이는 $3x$ 세이고, 15년 후의 나이는 각각 $(x + 15)$ 세, $(3x + 15)$ 세이다.

$$2(x + 15) = 3x + 15$$

$$x = 15$$

따라서 현재 나의 나이는 15 세이고 아버지의 나이는 45 세이다.

10. $3 \times 5^2 \times 7$ 의 약수 중 두 번째로 작은 수를 a , 세 번째로 큰 수를 b 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 108

해설

5^2 의 약수는 $1, 5, 5^2$ 이고, 3×7 의 약수는 $1, 3, 7, 3 \times 7$ 이므로 표를 이용하여 약수를 구하면 다음과 같다.

×	1	5	5^2
1	$1 \times 1 = 1$	$1 \times 5 = 5$	$1 \times 5^2 = 25$
3	$3 \times 1 = 3$	$3 \times 5 = 15$	$3 \times 5^2 = 75$
7	$7 \times 1 = 7$	$7 \times 5 = 35$	$7 \times 5^2 = 175$
3×7	$3 \times 7 \times 1 = 21$	$3 \times 7 \times 5 = 105$	$3 \times 7 \times 5^2 = 525$

즉, $1, 3, 5, 7, 15, 21, 25, 35, 75, 105, 175, 525$
따라서 $3 \times 5^2 \times 7$ 의 약수 중 두 번째로 작은 수 $a = 3$ 이고, 세 번째로 큰 수 $b = 3 \times 5 \times 7 = 105$ 이므로 $a + b = 3 + 105 = 108$ 이다.

11. 사과 60 개, 배 48 개, 귤 72 개를 하나도 빠짐없이 되도록 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 이 때, 사과는 몇 개씩 나누어 줄 수 있는가?

① 6 개 ② 5 개 ③ 4 개 ④ 3 개 ⑤ 2 개

해설

학생 수는 60, 48, 72 의 최대공약수 12 명이고,
나누어 주는 사과의 개수는 $60 \div 12 = 5$ (개)

12. 네 변의 길이가 각각 96 m, 160 m, 192 m, 224 m 인 사각형 모양의 토지가 있다. 이 토지의 둘레에 같은 간격으로 말뚝을 박아 울타리를 만들려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 말뚝을 박아야 하고, 말뚝의 개수는 될 수 있는 한 적게 하려고 한다. 말뚝 사이의 간격은 20 m 를 넘지 않게 할 때, 말뚝은 모두 몇 개가 필요한지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 42 개

해설

말뚝과 말뚝 사이의 간격은 96, 160, 192, 224 의 공약수이고, 20 보다 작은 수 중 가장 큰 공약수는 16 이다. 사각형의 둘레는 $96 + 160 + 192 + 224 = 672$ (m) 이므로 말뚝의 개수는 $672 \div 16 = 42$ (개) 이다.

13. 다음 두 수 $2^a \times 3^3 \times 5^2$, $2^2 \times 3^2 \times 5^{a+1}$ 의 최소공배수가 $2^2 \times 3^3 \times 5^{a+1}$ 일 때, 자연수 a 를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

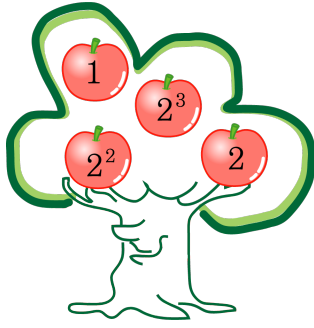
해설

2^a 와 2^2 의 최소공배수가 2^2 이므로 a 는 2 이하의 수가 되어야 한다.

또한 5^2 과 5^{a+1} 의 최소공배수가 5^{a+1} 이므로 $a+1$ 은 2 이상의 수가 되어, a 는 1 이상의 수가 되어야 한다.

따라서 두 조건을 모두 만족시키는 자연수는 1 과 2 이다.

14. 8의 약수만 열리는 사과나무가 있다. 다음 사과나무에서 모든 약수들의 곱을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 64 또는 +64

해설

$$1 \times 2 \times 2^2 \times 2^3 = 2 \times 4 \times 8 = 64$$

15. 다음 중 []안의 수가 주어진 방정식의 해가 아닌 것은?

① $3x - 10 = -4$ [2]

② $3x + 5 = -3 + x$ [-4]

③ $x - 4 = \frac{1}{3}x$ [6]

④ $0.5x - 1.2 = 0.2x + 0.3$ [5]

⑤ $x - 2(x + 1) = 5$ [-4]

해설

⑤ $x = -4$ 를 대입하면

$$-4 - 2(-4 + 1) = -4 + 6 = 2 \neq 5$$

16. 다음 중 방정식을 변형할 때 이용되는 등식의 성질이 다른 하나는?

① $5x - 9 = 0 \rightarrow 5x = 9$

② $3x = 9 + 2x \rightarrow x = 9$

③ $-2x = -4x - 20 \rightarrow 2x = -20$

④ $4x = 8 \rightarrow x = 2$

⑤ $3(x - 2) = 6 \rightarrow 3x = 12$

해설

- ① 양변에 9 를 더한다.
- ② 양변에 $-2x$ 를 더한다.
- ③ 양변에 $4x$ 를 더한다.
- ④ 양변을 4 로 나눈다.
- ⑤ 양변에 6 을 더한다.

다른 하나는 ④이다.

17. 1 이하의 분모가 5 인 기약분수 중 가장 큰 수는 A , $-\frac{14}{3}$ 이상의 분모가 6 인 기약분수 중 가장 작은 수는 B 라 할 때, $A+B+(-0.5)+(-1.7)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{167}{30}$

해설

$$A = \frac{a}{5}, B = \frac{b}{6} \text{ 라 하면, } A = \frac{a}{5} \leq \frac{5}{5} \text{ 이므로 } a = 4 \therefore A = \frac{4}{5}$$

$$B = \frac{b}{6} \geq -\frac{28}{6} \text{ 이므로 } b = -25 \therefore B = -\frac{25}{6}$$

$$\therefore \frac{4}{5} + \left(-\frac{25}{6}\right) + (-0.5) + (-1.7) = -\frac{167}{30}$$

18. 두 정수 $|a| = 4$, $|b| = 7$ 일 때, $a - b$ 가 될 수 있는 값 중 가장 큰 것은?

① 3

② 5

③ 7

④ 9

⑤ 11

해설

$a = 4, -4, b = 7, -7$ 이므로
 $a - b$ 가 가질 수 있는 가장 큰 값은
 a 가 양수, b 가 음수일 때이므로
 $a = 4, b = -7$ 일 때의 값을 구하면 된다.
 $\therefore a - b = 4 - (-7) = 11$

19. $-\frac{1}{3}(2x+1)+\frac{1}{2}\left(6x+\frac{1}{3}\right)=ax+b$ 일 때, $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{b}{a} = -\frac{1}{14}$

해설

$$-\frac{1}{3}(2x+1)+\frac{1}{2}\left(6x+\frac{1}{3}\right)=ax+b$$

$$-\frac{2}{3}x-\frac{1}{3}+3x+\frac{1}{6}=ax+b$$

$$\frac{7}{3}x-\frac{1}{6}=ax+b$$

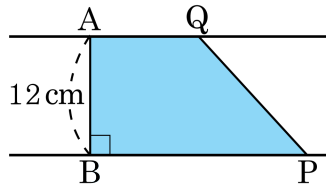
$$a=\frac{7}{3}, b=-\frac{1}{6} \text{ 이므로}$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \left(-\frac{1}{6}\right) \div \left(\frac{7}{3}\right)$$

$$= \left(-\frac{1}{6}\right) \times \left(\frac{3}{7}\right)$$

$$= -\frac{1}{14}$$

20. 다음 그림에서 Q는 A에서 출발하여 1초에 1cm씩, P는 B에서 출발하여 1초에 2cm씩 움직인다고 한다. 사다리꼴의 넓이가 198cm^2 가 되는 것은 몇 초 후 인지 구하여라.



▶ 답 : 초

▷ 정답 : 11초

해설

x 초 후에 $\overline{AQ} = x\text{cm}$ 이고 $\overline{BP} = 2x\text{cm}$ 이다.

$$(x + 2x) \times 12 \times \frac{1}{2} = 198$$

$$3x = 33$$

$$x = 11 \text{ (초)}$$

21. 딸기맛 우유와 바나나맛 우유를 각각 12 개씩 사고 13800 원을 지불하였다. 바나나맛 우유가 딸기맛 우유보다 150 원 더 비쌀 때, 딸기맛 우유 1 개의 가격을 구하여라.

▶ 답 : 원

▷ 정답 : 500 원

해설

딸기맛 우유의 1 개의 가격을 x 원이라 하면 $12x + 12(x + 150) = 13800$ 이다.

$$12x + 12x + 1800 = 13800$$

$$24x = 12000$$

$$\therefore x = 500$$

따라서, 딸기맛 우유 한 개의 가격은 500 원이다.

22. 어떤 일을 하는데 연희는 2시간, 승현이는 6시간이 걸린다고 한다. 연희와 승현이가 같이 일을 한다면 일을 마치는데 몇 시간이 걸리겠는지 구하여라.

▶ 답 : 시간

▷ 정답 : 1.5시간

해설

전체 일의 양:1

연희가 x 시간 동안 한 일의 양 : $\frac{1}{2}x$,

승현이가 x 시간 동안 한 일의 양: $\frac{1}{6}x$

같이 일을 하게 된다면

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{6}x = 1$$

$$\frac{4}{6}x = 1$$

$$x = \frac{6}{4} = 1.5\text{시간}$$

23. 1 부터 100 까지의 자연수 중에서 72 과 공약수가 1 개인 수는 몇 개 인가?
- ① 30 개 ② 31 개 ③ 32 개 ④ 33 개 ⑤ 34 개

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$
72 와 공약수가 1 개인 수는 2 의 배수도 아니고 3 의 배수도 아닌 수이므로
 $100 - (2\text{의 배수의 개수}) - (3\text{의 배수의 개수}) + (6\text{의 배수의 개수}) = 100 - 50 - 33 + 16 = 33$

24. 서로 다른 두 자연수 a, b 의 최소공배수는 60 이고, $9a - b = 6$ 일 때, 두 수의 최대공약수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

a, b 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라고 하면 $a = xG$, $b = yG$, $L = xyG$ (단, x 와 y 는 서로소)로 놓을 수 있다.
최소공배수가 60 이므로 $xyG = 60 \cdots \textcircled{1}$
또 $9a - b = 6$ 이므로
 $9xG - yG = 6 \cdots \textcircled{2}$
각 변끼리 $\frac{\textcircled{2}}{\textcircled{1}}$ 을 계산하면
 $\frac{9xG - yG}{xyG} = \frac{6}{60}$ 에서 $\frac{9x - y}{xy} = \frac{1}{10}$,
 $90x - 10y = xy$, $x(90 - y) = 10y$,
 $y > 0$, $90 - y > 0$ 이므로 $1 \leq y \leq 89$ 이고
 $xyG = 60$ 이므로 $1 \leq y \leq 60$ 을 만족하는 (x, y) 의 순서쌍은 $(2, 15)$,
 $(5, 30)$, $(10, 45)$, $(15, 54)$
 x, y 는 서로소인 자연수이므로
 $x = 2, y = 15$
따라서 두 수의 최대공약수는
 $xyG = 60$ 에서 $G = 2$

25. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$ 일 때, $\frac{1}{c} - \frac{1}{a}$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$$

$$\frac{1}{c} = 1 - \frac{1}{b}, \quad \frac{1}{a} = 1 - \frac{1}{b}$$

$$\therefore \frac{1}{c} - \frac{1}{a} = \left(1 - \frac{1}{b}\right) - \left(1 - \frac{1}{b}\right) = 0$$