

1. 다음 이차방정식의 두 근의 곱을 구하면?

$$0.3x^2 + 0.2x = 0.5$$

- ① -3    ②  $-\frac{5}{3}$     ③  $-\frac{7}{8}$     ④ 2    ⑤ 5

해설

$$3x^2 + 2x = 5$$

$$3x^2 + 2x - 5 = 0$$

$$3(x-1)\left(x+\frac{5}{3}\right) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } -\frac{5}{3}$$

따라서 두 근의 곱은  $-\frac{5}{3}$  이다.

2.  $(x+y)(x+y-6) - 16 = 0$  일 때,  $x+y$  의 값들의 합은?

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

해설

$x+y = A$  라고 하면

$$A(A-6) - 16 = 0$$

$$A^2 - 6A - 16 = 0$$

$$(A-8)(A+2) = 0$$

$\therefore x+y = 8$  또는  $x+y = -2$

따라서  $x+y$  의 값들의 합은  $8 + (-2) = 6$ 이다.

3. 다음 이차방정식 중 근의 개수가 다른 하나는?

①  $x^2 + 12x + 36 = 0$

②  $x^2 = 10x - 25$

③  $9 - x^2 = 4(x + 3)$

④  $(x + 1)(x - 1) = 2x - 2$

⑤  $x^2 = 4x - 4$

해설

이차방정식이 중근을 가지려면  $(ax + b)^2 = 0$ 의 꼴이 되어야 한다.

①  $(x + 6)^2 = 0$

②  $(x - 5)^2 = 0$

③  $9 - x^2 = 4(x + 3) \leftrightarrow x^2 + 4x + 3 = 0$

④  $x^2 - 1 = 2x - 2 \leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \leftrightarrow (x - 1)^2 = 0$

⑤  $(x - 2)^2 = 0$

4. 이차방정식  $x^2 + 5x + 2 - k = 0$  의 해가 없도록 하는  $k$  값의 범위는?

①  $k \geq -\frac{17}{4}$

②  $k > -\frac{17}{4}$

③  $k = -\frac{17}{4}$

④  $k < -\frac{17}{4}$

⑤  $k \leq -\frac{17}{4}$

해설

$$D = 5^2 - 4(2 - k) = 25 - 8 + 4k < 0$$

$$\therefore k < -\frac{17}{4}$$

5. 이차방정식  $3x^2 - 9x + 5 = 0$  의 두 근을  $\alpha, \beta$  라 할 때, 다음 중 옳은 것은?

①  $\alpha + \beta = \frac{1}{3}$       ②  $\alpha^2 + \beta^2 = 5$       ③  $\frac{1}{\alpha\beta} = \frac{3}{5}$   
④  $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{5}{9}$       ⑤  $(\alpha - \beta)^2 = \frac{3}{7}$

해설

근과 계수의 관계로부터

$$\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = \frac{5}{3}$$

$$\therefore \frac{1}{\alpha\beta} = \frac{3}{5}$$

6. 이차방정식  $x^2 - 8x + m = 0$  의 한 근이 다른 근의 3 배일 때, 상수  $m$  의 값은?

- ① -24    ② -12    ③ 12    ④ 24    ⑤ 48

해설

이차방정식의 근을  $\alpha, 3\alpha$  라 하면,

$$\alpha + 3\alpha = 8 \text{ 이므로 } \alpha = 2$$

$$\alpha \times 3\alpha = 3\alpha^2 = m$$

$$\therefore m = 12$$

7. 다음은 이차방정식  $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$  을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은?

$$\begin{aligned}
 ax^2 + bx + c &= 0 \\
 x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} \\
 x^2 + \frac{b}{a}x + \text{①} &= -\frac{c}{a} + \text{①} \\
 (x + \text{②})^2 &= \text{③} \\
 x &= \text{④} \pm \text{⑤}
 \end{aligned}$$

- ①  $\frac{b^2}{4a^2}$                       ②  $\frac{b}{2a}$                       ③  $\frac{b^2 - 4ac}{2a}$   
 ④  $-\frac{b}{2a}$                       ⑤  $\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

**해설**

$$\begin{aligned}
 ax^2 + bx + c &= 0 \leftarrow \text{양변을 } a \text{ 로 나눈다.} \\
 x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} \leftarrow \text{양변에 } \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} \text{ 을 더한다.} \\
 x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} &= -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2} \\
 \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 &= \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} \\
 x &= -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\
 \therefore \text{③이 잘못되었다.}
 \end{aligned}$$

8. 이차방정식  $x^2 - 2x - 4 = 0$  의 근이  $x = A \pm \sqrt{B}$  일 때,  $A + B$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 2x - 4 &= 0 \text{ 에서} \\x &= 1 \pm \sqrt{5} \\A &= 1, B = 5, \\ \therefore A + B &= 6\end{aligned}$$

9. 이차방정식  $x^2 + ax - 10 = 0$  의 해가 정수일 때, 정수  $a$  의 개수를 구하면?

- ① 1      ② 2      ③ 4      ④ 5      ⑤ 6

**해설**

곱이  $-10$  인 두 정수는

$$-10 = (-1) \times 10 = 1 \times (-10)$$

$$= (-2) \times 5 = 2 \times (-5)$$

$(-1, 10), (1, -10), (-2, 5), (2, -5)$

이므로 두 수의 합은  $-9, 9, -3, 3$ 이다.

$a = 9$  또는  $a = -9$  또는  $a = 3$  또는  $a = -3$

따라서 정수  $a$  의 개수는 4 이다.

10. 이차방정식  $x^2 - 8x - 3 + a = 0$  가 중근을 갖도록  $a$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$$\frac{D}{4} = 16 - (-3 + a) = 0$$

$$\therefore a = 19$$

11. 이차방정식  $(x-4)^2 = 2(x+6)$  의 두 근을  $\alpha, \beta$  라고 할 때,  $\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $\sqrt{14}$

해설

$$(x-4)^2 = 2(x+6)$$

$$x^2 - 10x + 4 = 0$$

$$\alpha + \beta = 10, \alpha\beta = 4, \sqrt{\alpha\beta} = 2$$

$$(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2 = \alpha + \beta + 2\sqrt{\alpha\beta} = 14$$

$$\sqrt{\alpha} > 0, \sqrt{\beta} > 0 \text{ 이므로}$$

$$\therefore \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = \sqrt{14}$$

12. 이차방정식  $x^2 + 3x - 1 = 0$  의 두 근을  $\alpha, \beta$  라 하고  $\alpha - 1, \beta - 1$  을 두 근으로 하는 이차방정식을  $x^2 + mx + n = 0$  이라 할 때,  $mn$  을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 15

해설

$x^2 + 3x - 1 = 0$  의 두 근이  $\alpha, \beta$  이므로  $\alpha + \beta = -3, \alpha\beta = -1,$   
 $\alpha - 1, \beta - 1$  을 두 근으로 하는 이차방정식은  
 $x^2 - (\alpha + \beta - 2)x + (\alpha\beta - \alpha - \beta + 1) = 0,$   
 $x^2 - (-3 - 2)x + (-1 + 3 + 1) = 0,$   
 $x^2 + 5x + 3 = 0,$   
 $m = 5, n = 3,$   
 $\therefore mn = 15$

13. 이차방정식  $x^2 - ax + b = 0$  의 한 근이  $3 + \sqrt{5}$  일 때,  $ab$  의 값으로 옳은 것은? ( $a, b$  는 유리수)

① 24      ② -24      ③ 12      ④ -12      ⑤ 10

해설

$a, b$  가 모두 유리수이므로  $3 + \sqrt{5}$  가 근이면  $3 - \sqrt{5}$  도 근이다.  
근과 계수와의 관계에서  
두 근의 합은  $a = (3 + \sqrt{5}) + (3 - \sqrt{5}) = 6$   
두 근의 곱은  $b = (3 + \sqrt{5})(3 - \sqrt{5}) = 4$   
 $\therefore ab = 24$

14. 이차방정식  $(x+2)^2 = 2a$ 의 한 근이  $-2 + \sqrt{2}$ 일 때, 유리수  $a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

한 근이  $-2 + \sqrt{2}$ 이므로 다른 한 근은  $-2 - \sqrt{2}$

$$(x+2)^2 = 2a, x^2 + 4x + (4 - 2a) = 0$$

$$\text{두 근의 곱은 } 4 - 2a = (-2 + \sqrt{2}) \times (-2 - \sqrt{2}) = 2$$

$$\therefore a = 1$$

15. 이차방정식  $x^2 - (3a^2 - a - 4)x + a - 1 = 0$ 의 두 근은 절댓값이 같고 부호는 다를 때,  $a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $a = -1$

해설

두 근의 절댓값이 같고 부호는 다르므로 (두 근의 합) = 0, (두 근의 곱) < 0이다.

$$3a^2 - a - 4 = 0$$

$$(3a - 4)(a + 1) = 0$$

$$a = -1, a = \frac{4}{3}$$

두 근의 곱은  $a - 1 < 0$ 이므로  $a < 1$

$$\therefore a = -1$$

16. 어떤 자연수에 4를 더하여 제곱해야 할 것을 잘못하여 2를 더하고 4를 곱했더니 29만큼 작아졌다. 어떤 수를 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

어떤 자연수를  $x$ 라고 하면

$$(x+4)^2 = 4(x+2) + 29$$

$$x^2 + 4x - 21 = 0$$

$$(x-3)(x+7) = 0$$

$x$ 는 자연수이므로  $x = 3$ 이다.

17. 두 근이  $\frac{1}{3}$ ,  $-2$  이고  $x^2$  의 계수가 3인 이차방정식  $3x^2 + ax + b = 0$  에서  $ab$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-10$

해설

$$3\left(x - \frac{1}{3}\right)(x + 2) = 3\left(x^2 + \frac{5}{3}x - \frac{2}{3}\right)$$

$$3x^2 + 5x - 2$$

$a = 5, b = -2$ 이므로  $ab = -10$ 이다.

18. 이차방정식  $x^2 + ax + b = 0$  의 해가  $-\frac{3}{4}, \frac{1}{2}$  일 때,  $ax^2 + bx + 1 = 0$  의 두 근의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $\frac{3}{2}$

해설

근과 계수의 관계로부터

$$-a = -\frac{3}{4} + \frac{1}{2}, a = \frac{1}{4}$$

$$b = -\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = -\frac{3}{8}$$

$ax^2 + bx + 1 = 0$  에  $a = \frac{1}{4}, b = -\frac{3}{8}$  대입하면

$$\frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{8}x + 1 = 0$$

따라서 두 근의 합은  $-\frac{\left(-\frac{3}{8}\right)}{\frac{1}{4}} = \frac{3}{2}$  이다.

19. 이차방정식  $2x^2 - ax + 5b = 0$  이 증근을 가질 때,  $a$  의 값을 최소가 되게 하는  $b$  의 값은?  
(단,  $a, b$  는 양의 정수)

- ① 5      ② 10      ③ 15      ④ 20      ⑤ 25

해설

$$D = a^2 - 4 \times 2 \times 5 \times b = 0$$

$$a^2 = 2^2 \times 2 \times 5 \times b$$

따라서  $a$  가 최소가 되게 하는  $b$  의 값은  $2 \times 5 = 10$  이다.

20. 이차방정식  $x^2 + 4x - 3 = 0$  의 두 근을  $m, n$  이라 할 때, 다음 보기중 옳은 것을 모두 골라 기호로 써라.

보기

㉠  $m^2 + n^2 = 22$

㉡  $(m - n)^2 = m^2 n^2$

㉢  $|n - m| \geq -3mn$

㉣  $\frac{n}{m} + \frac{m}{n} = -\frac{22}{3}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

해설

근과 계수의 관계에 의하여

$m + n = -4, mn = -3$ 이다.

㉠ :  $m^2 + n^2 = (m + n)^2 - 2mn = 16 - 2(-3) = 22$

㉡ :  $(m - n)^2 = (m + n)^2 - 4mn$   
 $= (-4)^2 - 4(-3)$   
 $= 16 + 12$   
 $= 28 \neq m^2 n^2$

㉢ : ㉡에 의해

$|n - m| + 3mn = |\pm 2\sqrt{7}| - 9 < 0$

㉣ :  $\frac{n}{m} + \frac{m}{n} = \frac{m^2 + n^2}{mn} = -\frac{22}{3}$

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉢이다.