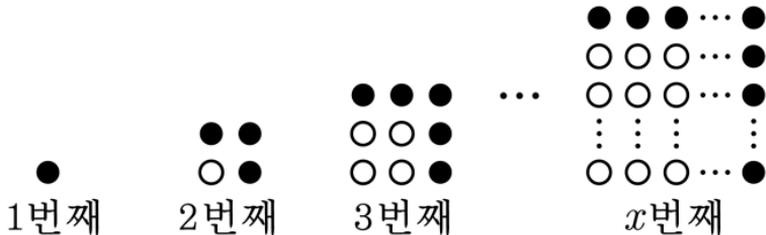


1. 다음 그림과 같이 점을 찍어 나갈 때, x 번째 그림에 새로 찍어야 할 점의 갯수를 y 개라고 하면 y 는 x 의 함수이다. 함수의 관계식은?



① $y = x$

② $y = 2x$

③ $y = x - 1$

④ $y = 2x - 1$

⑤ $y = 3x$

해설

1번째 : 1

2번째 : $1 \times 2 + 1$

3번째 : $2 \times 2 + 1$

4번째 : $3 \times 2 + 1$

⋮

x 번째 : $(x - 1) \times 2 + 1$

$\therefore y = 2x - 1$

2. 두 함수 $f(x) = -\frac{22}{x} + 1$, $g(x) = -\frac{28}{x} + 4$ 에 대하여 $f(8) = a$ 일 때, $g(4a)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$$f(8) = -\frac{22}{8} + 1 = -\frac{7}{4} = a$$

$$\therefore g(4a) = g(-7) = -\frac{28}{-7} + 4 = 8$$

3. x 의 값이 4, 8, 12, 16, 20인 함수 $f(x) = (x$ 보다 작은 소수의 개수)에 대하여 함숫값의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 25

해설

$f(x) = (x$ 보다 작은 소수의 개수)

$x = 4$ 일 때, $y = 2$

$x = 8$ 일 때, $y = 4$

$x = 12$ 일 때, $y = 5$

$x = 16$ 일 때, $y = 6$

$x = 20$ 일 때, $y = 8$

$\therefore 2 + 4 + 5 + 6 + 8 = 25$

4. 함수 $f(x) = -\frac{3}{5}x$ 의 y 의 값이 -9 이상 12 이하인 정수 일 때, 이 함수의 x 의 값 중 가장 큰 수에서 가장 작은 수를 뺀 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 35

해설

$$y = -9 \text{ 일 때, } -\frac{3}{5}x = -9 \quad \therefore x = 15$$

$$y = 12 \text{ 일 때, } -\frac{3}{5}x = 12 \quad \therefore x = -20$$

x 의 값은 -20 이상 15 이하인 정수이므로

x 의 값 중 가장 큰 수는 15 , 가장 작은 수는 -20

$$\therefore (\text{가장 큰 수}) - (\text{가장 작은 수}) = 15 - (-20) = 35$$

5. x 의 값이 1 이상 4이하인 자연수이고, y 의 값이 -3 이상 8이하인 정수 일 때, 다음 중 y 가 x 의 함수인 것은?

① $y = (x$ 와 3의 곱보다 2만큼 작은 수)

② $y = (x$ 보다 5만큼 큰 수)

③ $y = (x$ 의 절댓값에 2를 곱한 수)

④ $y = ($ 절댓값이 x 보다 큰 자연수)

⑤ $y = ($ 절댓값이 x 보다 작은 정수)

해설

x 의 값이 1, 2, 3, 4이고, y 의 값이 -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8이다.

③ $y = 2|x|$

함숫값은 2, 4, 6, 8이므로 모든 함숫값이 y 의 범위에 포함된다.

① $y = 3x - 2$

함숫값은 1, 4, 7, 10이므로 함숫값이 y 의 값에 포함되지 않는다.

② $y = x + 5$

함숫값은 6, 7, 8, 9이므로 함숫값이 y 의 값에 포함되지 않는다.

④ $y = ($ 절댓값이 x 보다 큰 자연수)

절댓값이 1보다 큰 자연수 \Rightarrow 2, 3, 4, 5, ...

무수히 많다.

절댓값이 2보다 큰 자연수 \Rightarrow 3, 4, 5, 6, ...

무수히 많다.

x 의 값 한 개에 대응하는 값이 한 개가 아니다.

\therefore 함수가 아니다.

⑤ $y = ($ 절댓값이 x 보다 작은 정수의 개수)

절댓값이 1보다 작은 정수 \Rightarrow 0

절댓값이 2보다 작은 정수 \Rightarrow -1, 0, 1

절댓값이 3보다 작은 정수 \Rightarrow -2, -1, 0, 1, 2

x 의 값 한 개에 대응하는 값이 한 개가 아니다.

\therefore 함수가 아니다.

7. 다음 중 제 4 사분면 위의 좌표는 모두 몇 개인가?

㉠ (2, 3)

㉡ (2, -1)

㉢ (-4, -5)

㉣ $\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

㉤ $x > 0, y > 0$, 일 때 (x, y)

㉥ $x < 0, y < 0$, 일 때 $(x, -y)$

㉦ $x > 0, y > 0$, 일 때 $(x, -y)$

① 2 개

② 3 개

③ 4 개

④ 5 개

⑤ 6 개

해설

제 4 사분면의 좌표는 부호가 $(+, -)$ 이므로 $(2, -1)$, $\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$, $x > 0, y > 0$, 일 때 $(x, -y)$ 총 3 개이다.

8. 점 $A(a+b, ab)$ 는 제 1사분면 위의 점이고 $B(c-d, cd)$ 는 제 4사분면 위의 점일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $b - d > 0$

② $bd > 0$

③ $ad < 0$

④ $ac > 0$

⑤ $a + b > 0$

해설

$a + b, ab$ 가 제 1사분면 위의 점이므로

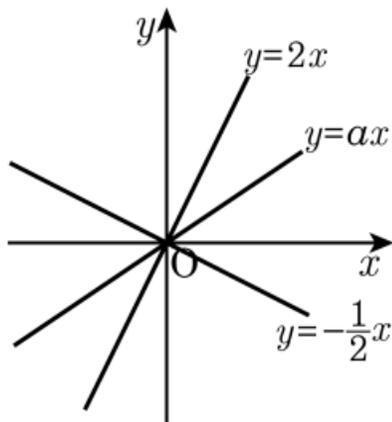
$a + b > 0, ab > 0$ 에서 a, b 는 서로 같은 부호임을 알 수 있으므로 $a > 0, b > 0$ 이다.

$c - d, cd$ 은 제 4사분면 위의 점이므로

$c - d > 0, cd < 0$ 에서 $c > 0$ 이고 $d < 0$ 이다.

따라서, $bd < 0$ 이 되어야 한다.

9. 함수 $y = ax$ 의 그래프가 다음 그림과 같이 두 함수 $y = 2x$, $y = -\frac{1}{2}x$ 의 그래프 사이에 있을 때, a 의 값의 범위는?



- ① $-2 < a < \frac{1}{2}$ ② $-1 < a < 1$
 ③ $-\frac{1}{2} < a < 2$ ④ $-\frac{1}{2} < a < 3$
 ⑤ $0 < a < 3$

해설

a 가 $-\frac{1}{2}$ 와 2 사이에 있어야 하므로

$$-\frac{1}{2} < a < 2$$

10. 다음 함수의 그래프 중에서 x 가 증가할 때, y 가 감소하는 것은 모두 몇 개인가?(단, $x > 0$ 이다.)

㉠ $y = 2x$

㉡ $y = -\frac{2}{3}x$

㉢ $y = -4x$

㉣ $y = \frac{3}{x}$

㉤ $y = \frac{1}{2x}$

㉥ $y = -\frac{5}{x}$

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

▶ x 가 증가할 때, y 가 감소하는 것

(1) $y = ax (a \neq 0)$ (정비례) 식 : $a < 0$

(2) $y = \frac{a}{x} (a \neq 0, x \neq 0)$ (반비례) 식 : $a > 0$

$\therefore y = -4x, y = -\frac{2}{3}x, y = \frac{3}{x}, y = \frac{1}{2x}$

11. 함수 $y = -\frac{a}{x}$ 의 그래프가 두 점 $(2, 2), (k - 2, -4)$ 를 지날 때, k 의 값은?

① 3

② 2

③ 1

④ -2

⑤ -3

해설

$y = -\frac{a}{x}$ 에 $x = 2, y = 2$ 를 대입하면

$$2 = -\frac{a}{2}$$

$$a = -4$$

주어진 함수식은 $y = -\frac{-4}{x} = \frac{4}{x}$

점 $(k - 2, -4)$ 를 지나므로,

$$-4 = \frac{4}{k - 2}$$

$$k - 2 = -1$$

$$\therefore k = 1$$

12. y 가 x 에 반비례하는 함수 $f(x) = \frac{a}{x}$ ($a \neq 0$) 의 그래프가 두 점 $(-2, b)$, $(-4, b-4)$ 를 지날 때, a 의 값은?

① -4

② -8

③ -12

④ -16

⑤ -20

해설

함수 $f(x) = \frac{a}{x}$ ($a \neq 0$) 에 대해서

$$f(-2) = -\frac{a}{2} = b \cdots \textcircled{㉠}$$

$$f(-4) = -\frac{a}{4} = b - 4 \cdots \textcircled{㉡} \text{이므로}$$

㉠을 ㉡에 대입하면

$$-\frac{a}{4} = -\frac{a}{2} - 4 \text{ 이다.}$$

$$-a = -2a - 16$$

$$\therefore a = -16 \text{ 이다.}$$

13. 함수 $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$ 에 대하여, $f^2(x) = f(f(x)) = \frac{1+f(x)}{1-f(x)}$, $f^3(x) = f(f^2(x)) = \frac{1+f^2(x)}{1-f^2(x)}$, ... 로 정의한다. 이 때, $f^{99}\left(-\frac{1}{2}\right)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1-\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}, \quad f^2\left(-\frac{1}{2}\right) = f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1+\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}} =$$

$$2, \quad f^3\left(-\frac{1}{2}\right) = f(2) = \frac{1+2}{1-2} = -3$$

$$f^4\left(-\frac{1}{2}\right) = f(-3) = \frac{1-3}{1+3} = -\frac{1}{2}, \quad \dots$$

$f^n\left(-\frac{1}{2}\right)$ 는 $\frac{1}{3}, 2, -3, -\frac{1}{2}$ 의 값을 순환한다.

$99 \div 4 = 24 \dots 3$ 이므로

$$\therefore f^{99}\left(-\frac{1}{2}\right) = f^3\left(-\frac{1}{2}\right) = -3$$

14. 함수 $y = f(x)$ 가 관계식 $y = (x - 2a)(x + 2)$ 로 나타낼 때, $f(2) = 24$ 이었다. 이 때, $f(1)$ 의 값은?

① 12

② 14

③ 15

④ 18

⑤ 20

해설

$x = 2, y = 24$ 를 주어진 식에 대입하면

$$(2 - 2a)(2 + 2) = 24$$

$$2 - 2a = 6, a = -2$$

따라서 $y = (x + 4)(x + 2)$ 가 된다.

$$\therefore f(1) = (1 + 4)(1 + 2) = 15$$

15. x 가 1, 2이고 y 가 a, b, c 일 때, 만들 수 있는 함수 $y = f(x)$ 는 모두 몇 개인가?

① 3개

② 5개

③ 6개

④ 8개

⑤ 9개

해설

$$f(1) = a, f(2) = a$$

$$f(1) = a, f(2) = b$$

$$f(1) = a, f(2) = c$$

$$f(1) = b, f(2) = a$$

$$f(1) = b, f(2) = b$$

$$f(1) = b, f(2) = c$$

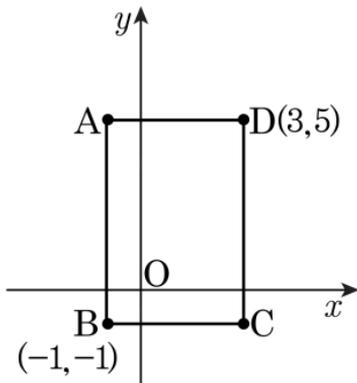
$$f(1) = c, f(2) = a$$

$$f(1) = c, f(2) = b$$

$$f(1) = c, f(2) = c$$

함수의 갯수는 9개이다.

16. 다음 그림에서 점 P는 직사각형 ABCD의 둘레를 움직인다. 점 P의 좌표를 (a, b) 라고 할 때, $a - b$ 의 값이 최소가 될 때의 $3a + 2b$ 의 값을 구하면?



① -5

② -3

③ 3

④ 7

⑤ 9

해설

A(-1, 5), C(3, -1)이므로 $a - b$ 가 최소가 되기 위해서는 a 가 제일 작은 수, b 가 제일 큰 수가 되어야 한다.

따라서 P(-1, 5)일 때, $a - b$ 의 값이 최소가 된다.

따라서 $a = -1, b = 5$ 이므로 $3a + 2b = 3 \times (-1) + 2 \times 5 = 7$ 이다.

17. 점 P에 대하여 점 $P'(x', y')$ 를 $x' = 2x + 3, y' = -3y + 5$ 와 같이 대응시킬 때, 점 $P'(9, 11)$ 이 되는 점 P의 좌표를 (a, b) 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$x' = 2x + 3, y' = -3y + 5$ 에서

$9 = 2a + 3, 11 = -3b + 5$ 이고,

$a = 3, b = -2$ 이므로 $a + b = 1$ 이다.

18. $P(c, b)$ 와 $Q(-c, -d)$ 인 위치에 있을 때, 두 점은 원점에 대칭인 점이다. 두 점 $A(2a - 3, -4b - 1)$ 과 $B(-3a, 2b - 3)$ 가 원점에 대하여 대칭인 점일 때, a, b 의 값은?

① $a = -2, b = -3$

② $a = -2, b = -4$

③ $a = -3, b = -2$

④ $a = -3, b = -3$

⑤ $a = -4, b = -3$

해설

원점에 대하여 대칭인 점은 x, y 좌표의 부호가 모두 바뀐다.

i) $2a - 3 = -(-3a)$

$\therefore a = -3$

ii) $-4b - 1 = -(2b - 3)$

$-4b - 1 = -2b + 3$

$2b = -4$

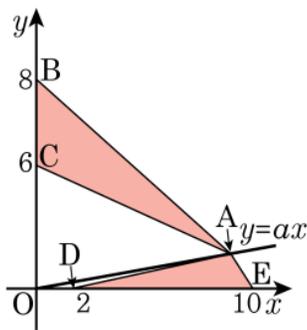
$\therefore b = -2$

19. 다음 그림에서 직선 $y = ax$ ($a > 0$) 는 원점과 원점이 아닌 점 A 를 지나는 직선이다. 삼각형 ABC 와 삼각형 ADE 의 넓이의 비가 3 : 1 일 때, a 의 값은?

① $\frac{1}{12}$
④ $\frac{1}{3}$

② $\frac{1}{6}$
⑤ $\frac{5}{12}$

③ $\frac{1}{4}$



해설

점 A 의 좌표를 (x, y) 라 하면

$$(\triangle ABC \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times (8 - 6) \times x = x$$

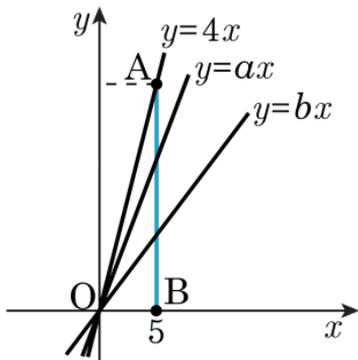
$$(\triangle ADE \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times (10 - 2) \times y = 4y$$

$$x : 4y = 3 : 1$$

$$12y = x, \quad y = \frac{1}{12}x$$

$$\therefore a = \frac{1}{12}$$

20. 다음 그림과 같이 직선 $y = 4x$ 위의 한 점 A에서 x 축에 내린 수선의 발을 B(5,0)이라고 한다. $y = ax, y = bx$ 의 그래프가 삼각형 AOB의 넓이를 3등분 할 때, $a - b$ 의 값은?



① $\frac{1}{3}$

② $\frac{2}{3}$

③ 1

④ $\frac{4}{3}$

⑤ $\frac{5}{3}$

해설

선분 AB를 3등분하는 점들의 좌표는 $(5, \frac{20}{3}), (5, \frac{40}{3})$ 이므로

$$\frac{20}{3} = 5b, b = \frac{4}{3}$$

$$\frac{40}{3} = 5a, a = \frac{8}{3}$$

$$\therefore a - b = \frac{4}{3}$$

21. 점 (x, y) 중에서 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점을 격자점이라고 한다.

x 의 값이 $-10 \leq x \leq 10$ 인 0이 아닌 정수일 때, 함수 $y = \frac{x}{3}$ 의 그래프

위에 있는 격자점의 개수를 a 개, $y = \frac{12}{x}$ 의 그래프 위에 있는 격자점의

개수를 b 개라 한다. $2a + b$ 의 값은?

① 10

② 14

③ 18

④ 22

⑤ 26

해설

$y = \frac{x}{3}$ 의 그래프 위의 격자점은

$(-9, -3), (-6, -2), (-3, 1), (3, -1), (6, 2), (9, 3)$ 6개이므로 $a = 6$

$y = \frac{12}{x}$ 의 그래프 위의 격자점은

$(-6, -2), (-4, -3), (-3, -4), (-2, -6), (-1, -12), (1, 12), (2, 6), (3, 4), (4, 3), (6, 2)$ 10개이므로 $b = 10$

$\therefore 2a + b = 2 \times 6 + 10 = 22$

22. 직선 $y = 4x + k$ 의 그래프가 두 함수 $y = -3x$, $y = -\frac{3}{4x}$ 의 그래프의 교점 중 한 점을 지난다고 할 때, 가능한 k 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{7}{2}$

▷ 정답 : $\frac{7}{2}$

해설

$$-3x = -\frac{3}{4x}, x^2 = \frac{1}{4}$$

$$\therefore x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = -\frac{1}{2}$$

따라서 교점은 $\left(\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}\right)$, $\left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$

$y = 4x + k$ 에 $x = \frac{1}{2}$, $y = -\frac{3}{2}$ 을 대입하면

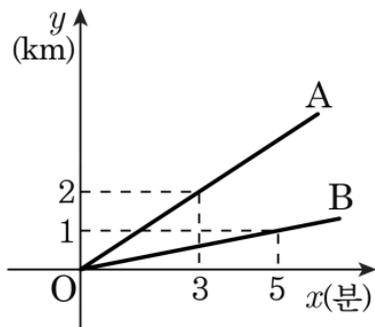
$$-\frac{3}{2} = 4 \times \frac{1}{2} + k, k = -\frac{7}{2}$$

$y = 4x + k$ 에 $x = -\frac{1}{2}$, $y = \frac{3}{2}$ 을 대입하면

$$\frac{3}{2} = 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + k, k = \frac{7}{2}$$

$$\therefore k = -\frac{7}{2}, k = \frac{7}{2}$$

23. 다음 그래프는 A, B 두 사람이 자전거를 탈 때, 달린 시간 x 분과 달린 거리 y km 사이의 관계를 나타낸 것이다. 이 그래프를 보면 시간이 지날수록 두 사람이 달린 거리의 차이가 생기는 것을 알 수 있다. 두 사람이 동시에 출발 하였을 때, 거리의 차가 7km가 되는 데 걸리는 시간을 A분이라 할 때, A의 값은?



① 10

② 15

③ 20

④ 25

⑤ 30

해설

$$(A \text{의 속도}) = \frac{\text{거리}}{\text{시간}} = \frac{2}{3} \text{이고}$$

$$(\text{거리}) = \text{시간} \times \text{속력} \text{이므로 } y = \frac{2}{3}x \text{이다.}$$

$$(B \text{의 속도}) = \frac{\text{거리}}{\text{시간}} = \frac{1}{5} \text{이고}$$

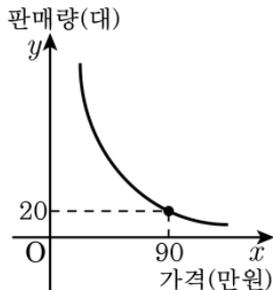
$$(\text{거리}) = \text{시간} \times \text{속력} \text{이므로 } y = \frac{1}{5}x \text{이다.}$$

A, B의 거리의 차이는 7km이므로

A의 거리 - B의 거리 = 7km이다.

$$\frac{2}{3}x - \frac{1}{5}x = 7 \text{km 이므로 } x = 15 \text{이다.}$$

24. 다음 그림은 어느 회사의 한 달 평균 A 상품 판매량과 가격 사이의 관계를 나타낸 그래프이다. 현재 이 상품의 가격이 90만 원일 때, 판매량을 20% 증가시키려면 가격을 얼마로 해야 하는지 구하여라.



▶ 답 : 만원

▷ 정답 : 75만원

해설

판매량은 가격에 반비례한다.

가격을 x 만 원, 판매량을 y 대라 하면

$$y = \frac{a}{x} \text{ 에 } x = 90, y = 20 \text{ 을 대입하면 } 20 = \frac{a}{90}, a = 1800$$

$$\text{즉, 함수의 식은 } y = \frac{1800}{x} (x > 0)$$

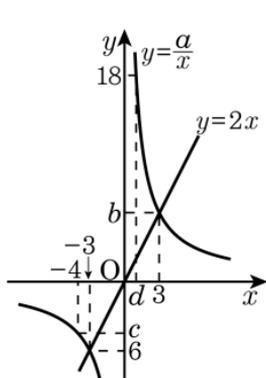
판매량을 20% 증가시키려면 $20 \times 1.2 = 24$ (대)

$$y = \frac{1800}{x} \text{ 에 } y = 24 \text{ 를 대입하면}$$

$$24 = \frac{1800}{x} \quad \therefore x = 75$$

25. 다음 그림과 같이 두 함수 $y = 2x$ 와 $y = \frac{a}{x}$ 의 그래프가 점 $(3, b)$ 에서 만날 때, $a - 2b + 3c + 4d$ 의 값은?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{3}{2}$ ③ $-\frac{5}{2}$
 ④ $-\frac{7}{2}$ ⑤ $-\frac{9}{2}$



해설

$y = 2x$ 에 $x = 3$, $y = b$ 를 대입하면 $b = 6$

점 $(3, 6)$ 은 함수 $y = \frac{a}{x}$ 의 그래프 위의 점이므로 $6 = \frac{a}{3}$, $a = 18$

$$\therefore y = \frac{18}{x}$$

점 $(-4, c)$ 가 함수 $y = \frac{18}{x}$ 의 그래프 위의 점이므로 $c = \frac{18}{-4} = -\frac{9}{2}$

점 $(d, 18)$ 이 함수 $y = \frac{18}{x}$ 의 그래프 위의 점이므로 $d = 1$

$$\therefore a - 2b + 3c + 4d = 18 - 12 + 3 \times \left(-\frac{9}{2}\right) + 4 = -\frac{7}{2}$$