

1. $f(x) = 2x + a$ 에서 $f(5) = 8$ 일 때, $f(-1) + f(1)$ 의 값은?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$$f(5) = 2 \times 5 + a = 8$$

$$a = -2$$

$$f(x) = 2x - 2$$

$$f(-1) + f(1) = -4$$

2. x 의 범위가 $0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1$ 인 함수 $y = 8x$ 의 y 의 범위가 될 수 있는 것을 고르면?

- ① 10 이하의 짝수 ② 8의 약수
③ $0 \leq x \leq 10$ 인 정수 ④ 10보다 작은 짝수
⑤ 2의 배수

해설

y 의 범위는 함숫값을 모두 포함해야 한다.

$y = 8x$ 에서

$$f(0) = 0, f\left(\frac{1}{4}\right) = 2, f\left(\frac{1}{2}\right) = 4, f(1) = 8$$

이므로 함숫값의 범위는 0, 2, 4, 8 이다.

- ① 2, 4, 6, 8, 10
② 1, 2, 4, 8
③ 0, 1, 2, $\dots$, 10
④ 2, 4, 6, 8
⑤ 2, 4, 6, 8, $\dots$

따라서 함숫값 0, 2, 4, 8이 모두 포함되어 있는 것은 $0 \leq x \leq 10$ 인 정수이다.

3. 함수 $f(x) = -\frac{1}{2}x$ 의 함숫값이 -1 이상 2 이하인 정수일 때, 이 함수의 x 의 값 중 가장 작은 수에서 가장 큰 수를 뺀 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : -6

해설

함숫값이 $-1, 0, 1, 2$ 이므로

$$-\frac{1}{2}x = -1 \quad \therefore x = 2$$

$$-\frac{1}{2}x = 0 \quad \therefore x = 0$$

$$-\frac{1}{2}x = 1 \quad \therefore x = -2$$

$$-\frac{1}{2}x = 2 \quad \therefore x = -4$$

x 의 값은 $-4, -2, 0, 2$ 이다.

$$\therefore -4 - 2 = -6$$

4. x 의 값이 1 이상 4이하인 자연수이고, y 의 값이 -3 이상 8이하인 정수일 때, 다음 중 y 가 x 의 함수인 것은?

① $y = (x \text{와 } 3 \text{의 곱보다 } 2 \text{만큼 작은 수})$

② $y = (x \text{보다 } 5 \text{만큼 큰 수})$

③ $y = (x \text{의 절댓값에 } 2 \text{를 곱한 수})$

④ $y = (\text{절댓값이 } x \text{보다 큰 자연수})$

⑤ $y = (\text{절댓값이 } x \text{보다 작은 정수})$

해설

x 의 값이 1, 2, 3, 4이고, y 의 값이 -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8이다.

③ $y = 2|x|$

함숫값은 2, 4, 6, 8이므로 모든 함숫값이 y 의 범위에 포함된다.

① $y = 3x - 2$

함숫값은 1, 4, 7, 10이므로 함숫값이 y 의 값에 포함되지 않는다.

② $y = x + 5$

함숫값은 6, 7, 8, 9이므로 함숫값이 y 의 값에 포함되지 않는다.

④ $y = (\text{절댓값이 } x \text{보다 큰 자연수})$

절댓값이 1보다 큰 자연수 $\Rightarrow 2, 3, 4, 5, \dots$

무수히 많다.

절댓값이 2보다 큰 자연수 $\Rightarrow 3, 4, 5, 6, \dots$

무수히 많다.

x 의 값 한 개에 대응하는 값이 한 개가 아니다.

$\therefore$ 함수가 아니다.

⑤ $y = (\text{절댓값이 } x \text{보다 작은 정수의 개수})$

절댓값이 1보다 작은 정수 $\Rightarrow 0$

절댓값이 2보다 작은 정수 $\Rightarrow -1, 0, 1$

절댓값이 3보다 작은 정수 $\Rightarrow -2, -1, 0, 1, 2$

x 의 값 한 개에 대응하는 값이 한 개가 아니다.

$\therefore$ 함수가 아니다.

5. 다음 보기 중 점 $A(-4, a)$ 가 제 3 사분면 위의 점일 때, a 의 값이 될 수 없는 것을 모두 골라라.

보기

㉠ -2

㉡ 3

㉢ $\frac{1}{3}$

㉣ $-\frac{99}{100}$

㉤ 0

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉤

해설

점 A 가 제 3 사분면 위에 있으려면 부호가 $(-, -)$ 가 되어야 한다.

따라서 y 좌표에 0 이나 양수는 들어갈 수 없다.



6. 점 $(ab, a - b)$ 는 제2사분면의 점이고, 점 $(c^3, c + d)$ 는 제4사분면의 점이다. 이 때 점 (ac, bd) 는 제 몇 사분면의 점인가?

- ① 제1사분면
- ② 제2사분면
- ③ 제3사분면
- ④ 제4사분면
- ⑤ 어느 사분면에도 속하지 않는다.

해설

$(ab, a - b)$ 가 제2사분면 위의 점이므로

$ab < 0, a - b > 0$ 에서 a, b 는 서로 다른 부호임을 알 수 있고,
 $a - b > 0$ 이므로 $a > 0, b < 0$ 이다.

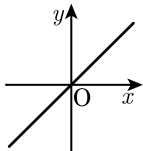
$(c^3, c + d)$ 은 제4사분면 위의 점이므로

$c^3 > 0, c + d < 0$ 에서 $c > 0$ 이고 $d < 0$ 이다.

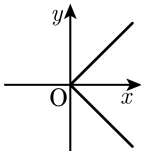
따라서, $ac > 0, bd > 0$ 이므로 점 (ac, bd) 은 제1사분면 위의 점이다.

7. 다음 중 $y = 2|x|$ 의 그래프는?

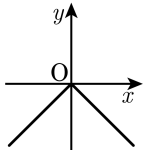
①



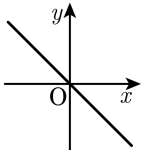
②



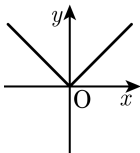
③



④



⑤



해설

$|x| \geq 0$ 이므로 $2|x| \geq 0$

함숫값이 항상 양수인 그래프는 ⑤

8. 두 점 $A(a, 6)$, $B(-12, b)$ 가 각각 두 함수 $y = 2x$, $y = -\frac{1}{2}x$ 의 그래프 위의 점일 때, 두 점 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 15

해설

$y = 2x$ 에 $x = a$, $y = 6$ 를 대입하면 $6 = 2a$

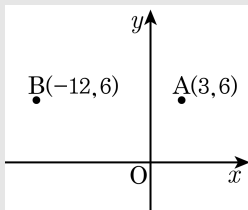
$$\therefore a = 3$$

$y = -\frac{1}{2}x$ 에 $x = -12$, $y = b$ 를 대입하면

$$b = -\frac{1}{2} \times (-12)$$

$$\therefore b = 6$$

$$\therefore A(3, 6), B(-12, 6)$$



따라서 두 점 사이의 거리는 $3 - (-12) = 15$

9. 다음 함수의 그래프 중에서 x 가 증가할 때, y 가 감소하는 것은 모두 몇 개인가?(단, $x > 0$ 이다.)

$$\textcircled{㉠} y = 2x$$

$$\textcircled{㉡} y = -\frac{2}{3}x$$

$$\textcircled{㉢} y = -4x$$

$$\textcircled{㉤} y = \frac{3}{x}$$

$$\textcircled{㉥} y = \frac{1}{2x}$$

$$\textcircled{㉦} y = -\frac{5}{x}$$

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

▶ x 가 증가할 때, y 가 감소하는 것

(1) $y = ax (a \neq 0)$ (정비례) 식 : $a < 0$

(2) $y = \frac{a}{x} (a \neq 0, x \neq 0)$ (반비례) 식 : $a > 0$

$$\therefore y = -4x, y = -\frac{2}{3}x, y = \frac{3}{x}, y = \frac{1}{2x}$$

10. x 의 값이 $-5 \leq x \leq -2$ 인 함수 $y = \frac{a}{x}$ ($a < 0$)의 함숫값의 범위가 $b \leq y \leq 10$ 일 때, $b - a$ 의 값은?

① 1

② 3

③ 6

④ 12

⑤ 24

해설

함수 $y = \frac{a}{x}$ 의 그래프는 $a < 0$ 이므로 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

따라서, $x = -5$ 일 때, $y = b$ 이고, $x = -2$ 일 때, $y = 10$ 이다.

$y = \frac{a}{x}$ 에 $x = -2$, $y = 10$ 를 대입하면

$$10 = -\frac{a}{2}, \quad a = -20$$

$y = -\frac{20}{x}$ 에 $x = -5$, $y = b$ 를 대입하면

$$b = -\frac{20}{-5} = 4$$

$$\therefore b - a = 4 - (-20) = 24$$

11. y 가 x 에 반비례하는 함수 $f(x) = \frac{a}{x}$ ($a \neq 0$) 의 그래프가 두 점 $(-2, b)$, $(-4, b-4)$ 를 지날 때, a 의 값은?

① -4

② -8

③ -12

④ -16

⑤ -20

해설

함수 $f(x) = \frac{a}{x}$ ($a \neq 0$) 에 대해서

$$f(-2) = -\frac{a}{2} = b \cdots \textcircled{㉠}$$

$$f(-4) = -\frac{a}{4} = b - 4 \cdots \textcircled{㉡} \text{이므로}$$

㉠을 ㉡에 대입하면

$$-\frac{a}{4} = -\frac{a}{2} - 4 \text{ 이다.}$$

$$-a = -2a - 16$$

$$\therefore a = -16 \text{ 이다.}$$

12. 동일한 제품의 자동화 기기가 설치되어 있는 공장에서 6대의 자동화 기기로 일을 하면 23일이 걸리는 작업이 있다. 2일만에 작업을 끝내려면 몇대의 자동화 기기가 필요한가?

① 56대

② 60대

③ 63대

④ 66대

⑤ 69대

해설

기계의 대수를 x 대, 걸리는 시간을 y 일이라 하면 한 일의 양은 $6 \times 23 = a$ 이다.

$$a = 138$$

$$\therefore y = \frac{138}{x}$$

이 때, $y = 2$ 이므로 대입하면 $2 = \frac{138}{x}$

$$\therefore x = 138 \div 2 = 69(\text{대})$$

13. 3^n 의 일의 자리의 숫자를 $f(n)$ 이라 할 때, $f(1) + f(2) + \cdots + f(20)$ 의 값은?

① 50

② 100

③ 150

④ 200

⑤ 250

해설

$n = 1$ 일 때, $3^1 = 3$

$n = 2$ 일 때, $3^2 = 9$

$n = 3$ 일 때, $3^3 = 27$, 따라서 일의 자리는 7

$n = 4$ 일 때, $3^4 = 81$, 따라서 일의 자리는 1

$n = 5$ 일 때, $3^5 = 243$, 따라서 일의 자리는 3

따라서 3, 9, 7, 1이 반복됨을 알 수 있다.

$$\therefore f(1) + f(2) + \cdots + f(20) = 5(3 + 9 + 7 + 1) = 100$$

14. 두 함수 $f(x) = -\frac{2}{x}$, $g(x) = 2x + 1$ 에 대하여 $f(2) = a$ 일 때, $g(x) = a$ 를 만족하는 x 의 값은?

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$$f(x) = -\frac{2}{x}, g(x) = 2x + 1 \text{에서}$$

$$f(2) = -\frac{2}{2} = -1 = a \text{이므로}$$

$$g(x) = 2x + 1 = -1, 2x = -2$$

$$\therefore x = -1$$

15. x 가 1, 2, 3이고 y 가 1, 2, 3, 4, 5일 때, $x + f(x)$ 가 짝수가 되는 함수 f 의 갯수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 18개

해설

(i) $x = 1$ 일 때, $1 + f(1)$ 이 짝수여야 하므로 $f(1)$ 은 홀수에 대응된다.

$$\therefore f(1) = 1, 3, 5$$

따라서 3가지이다.

(ii) $x = 2$ 일 때,

$2 + f(2)$ 가 짝수여야 하므로 $f(2)$ 는 짝수에 대응된다.

$$\therefore f(2) = 2, 4$$

따라서 2가지이다.

(iii) $x = 3$ 일 때,

$3 + f(3)$ 이 짝수이어야 하므로 $f(3)$ 은 홀수에 대응된다.

$$\therefore f(3) = 1, 3, 5$$

따라서 3가지이다.

따라서 함수 f 의 총 갯수는 $3 \times 2 \times 3 = 18$ (개)

16. 점 $Q(x, y)$ 에 대하여 점 $Q'(x', y')$ 를 $x' = 2x + 3, y' = 2x - y$ 와 같이 대응시킬 때, 점 $Q(1, 2)$ 가 대응되는 점 Q' 의 좌표를 (a, b) 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$Q(1, 2)$

$x' = 2x + 3, y' = 2x - y$ 에서

$a = 2 \times 1 + 3 = 5, b = 2 \times 1 - 2 = 0$ 이다.

$\therefore a + b = 5 + 0 = 5$

17. $|x| < 2, |y| < 2$ 를 만족하는 정수 x, y 를 꼭짓점으로 하여 만들 수 있는 삼각형의 갯수를 구하면?

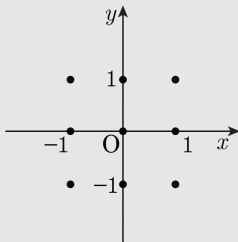
- ① 70 개 ② 72 개 ③ 74 개 ④ 76 개 ⑤ 78 개

해설

$|x| < 2$ 인 정수이므로 $x = -1, 0, 1$

$|y| < 2$ 인 정수이므로 $y = -1, 0, 1$

x, y 는 정수이므로 이것을 좌표평면에 나타내면 다음과 같다.



좌표 평면위의 점이 9개이므로 9개의 점 중에서 3개를 선택하면 삼각형을 만들 수 있다. 그러나 직선 위에 있는 점 3개는 삼각형을 만들지 못하므로 만들 수 있는 삼각형의 갯수는

$$\frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2 \times 1} - 8 = 84 - 8 = 76(\text{개}) \text{이다.}$$

18. 두 점 $P(a, b)$, $Q(-2a, 3b)$ 에 대하여 $\triangle OPQ$ 의 넓이가 15일 때, ab 의 값은?(단, $a > 0, b > 0$)

① 2

② 3

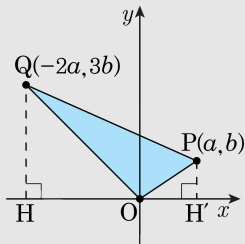
③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

주어진 조건대로 좌표평면에 그리면 다음과 같다.



$$\triangle OPQ = \text{사다리꼴 } PQHH' - \triangle OQH - \triangle OPH'$$

$$= \frac{1}{2}(b + 3b) \times 3a - \frac{1}{2} \times 2a \times 3b - \frac{1}{2} \times a \times b$$

$$= 6ab - 3ab - \frac{1}{2}ab$$

$$= \frac{5}{2}ab$$

$$\frac{5}{2}ab = 15 \text{ 이므로 } ab = 6 \text{ 이다.}$$

19. $P(c, b)$ 와 $Q(-c, -d)$ 인 위치에 있을 때, 두 점은 원점에 대칭인 점이다. 두 점 $A(2a - 3, -4b - 1)$ 과 $B(-3a, 2b - 3)$ 가 원점에 대하여 대칭인 점일 때, a, b 의 값은?

① $a = -2, b = -3$

② $a = -2, b = -4$

③ $a = -3, b = -2$

④ $a = -3, b = -3$

⑤ $a = -4, b = -3$

해설

원점에 대하여 대칭인 점은 x, y 좌표의 부호가 모두 바뀐다.

i) $2a - 3 = -(-3a)$

$\therefore a = -3$

ii) $-4b - 1 = -(2b - 3)$

$-4b - 1 = -2b + 3$

$2b = -4$

$\therefore b = -2$

20. 점 $\left(4, \frac{7}{2}\right)$ 을 지나고 y 축에 평행한 직선이 두 함수 $y = \frac{7}{4}x$, $y = -\frac{3}{4}x$ 와 만나는 점을 각각 P, Q 라고 할 때, $\triangle PQO$ 의 넓이를 구하여라. (단, O는 원점)

▶ 답 :

▶ 정답 : 20

해설

점 $\left(4, \frac{7}{2}\right)$ 을 지나고 y 축에 평행한 직선의 방정식은 $x = 4$

$x = 4$ 이 두 직선 $y = \frac{7}{4}x$, $y = -\frac{3}{4}x$ 가 만나는 점 $\rightarrow$ 각 함수식에 $x = 4$ 대입한다.

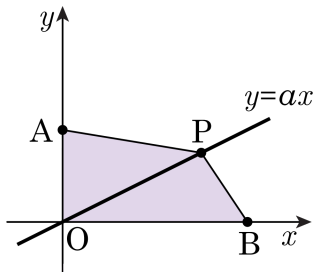
$$y = \frac{7}{4} \times 4 \therefore y = 7, P(4, 7)$$

$$y = -\frac{3}{4} \times 4 \therefore y = -3, Q(4, -3)$$

$\triangle PQO$ 의 점의 좌표는 $(4, 7)$, $(4, -3)$, $(0, 0)$

$$\triangle PQO \text{ 의 넓이는 } \frac{1}{2} \{7 - (-3)\} \times 4 = 20$$

21. 두 점 $B(4,0)$, $A(0,2)$ 가 있다. 다음 그림과 같이 제 1사분면 위의 점 P 를 지나는 직선 $y = ax$ 가 사각형 $OBPA$ 의 넓이를 이등분 할 때, a 의 값은?



① $\frac{1}{4}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{1}{2}$

④ 1

⑤ 4

해설

P 점의 좌표를 (x,y) 라 하면

(삼각형 BPO의 넓이) = (삼각형 POA의 넓이)이므로

$$4 \times y \times \frac{1}{2} = 2 \times x \times \frac{1}{2}$$

$$x = 2y$$

$P(2y,y)$ 를 $y = ax$ 에 대입하면

$$y = a \times 2y, 2a = 1$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}$$

22. 함수 $\frac{12}{x}$ 의 그래프와 x 축, y 축으로 둘러싸인 부분에서 x 좌표와 y 좌표가 모두 자연수인 점의 갯수는? (단, 경계는 포함하지 않는다.)

① 20

② 22

③ 24

④ 27

⑤ 29

해설

$xy = 12$ 이고, x 축과 y 축 사이에 있으므로,
 $0 < xy < 12$ 이고, x, y 좌표가 자연수인 점을 차례로 찾으면
 $x = 1$ 일 때, $y = 1, 2, 3, \dots, 11$ 이므로 11 개
 $x = 2$ 일 때, $y = 1, 2, 3, 4, 5$ 이므로 5 개
 $x = 3$ 일 때, $y = 1, 2, 3$ 이므로 3 개
 $x = 4, 5$ 일 때, $y = 1, 2$ 이므로 $2 \times 2 = 4$ 개
 $x = 6, 7, 8, 9, 10, 11$ 일 때, $y = 1$ 이므로 $6 \times 1 = 6$ 개
 $\therefore 11 + 5 + 3 + 4 + 6 = 29$ (개)

23. 직선 $y = 4x + k$ 의 그래프가 두 함수 $y = -3x$, $y = -\frac{3}{4x}$ 의 그래프의 교점 중 한 점을 지난다고 할 때, 가능한 k 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{7}{2}$

▷ 정답 : $\frac{7}{2}$

해설

$$-3x = -\frac{3}{4x}, x^2 = \frac{1}{4}$$

$$\therefore x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = -\frac{1}{2}$$

따라서 교점은 $\left(\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}\right), \left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$

$y = 4x + k$ 에 $x = \frac{1}{2}, y = -\frac{3}{2}$ 을 대입하면

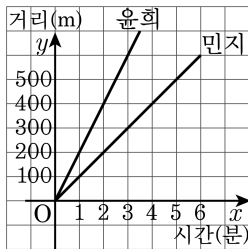
$$-\frac{3}{2} = 4 \times \frac{1}{2} + k, k = -\frac{7}{2}$$

$y = 4x + k$ 에 $x = -\frac{1}{2}, y = \frac{3}{2}$ 을 대입하면

$$\frac{3}{2} = 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + k, k = \frac{7}{2}$$

$$\therefore k = -\frac{7}{2}, k = \frac{7}{2}$$

24. 윤희와 민지가 4km 인 호수 공원을 돌 때의 시간과 거리 사이이 관계는 다음 그림과 같다. 윤희가 4km 를 다 돈 후 민지가 올 때까지 몇 분 동안 기다려야 하는지 구하여라.



▶ 답 : 분

▷ 정답 : 20 분

해설

두 사람이 호수 공원을 도는 데 걸린 시간을 x 분, 이동 거리를 y m 라고 하면 x 와 y 사이의 관계식은 $y = ax$ 의 꼴이다.

윤희의 함수를 $y = ax$ 라고 하면 $y = ax$ 의 그래프가 점 (2, 400) 을 지나므로

$$400 = 2a, a = 200 \quad \therefore y = 200x$$

민지의 함수를 $y = bx$ 라고 하면 $y = bx$ 의 그래프가 점 (3, 300) 을 지나므로

$$300 = 3b, b = 100 \quad \therefore y = 100x$$

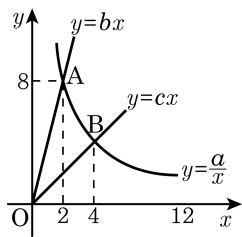
따라서 거리가 4km (4000m) 인 호수를 돌 때 걸린 시간은

$$\text{윤희} : 4000 = 200x \quad \therefore x = 20 \text{ (분)}$$

$$\text{민지} : 4000 = 100x \quad \therefore x = 40 \text{ (분)}$$

따라서 윤희는 민지를 20분 동안 기다려야 한다.

25. 다음 그림은 세 함수 $y = \frac{a}{x}$, $y = bx$, $y = ax$ 의 그래프의 일부를 그린 것이다. 그래프의 교점을 A, B 라 할 때, 삼각형 AOB의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$y = \frac{a}{x}$ 에 $x = 2$, $y = 8$ 을 대입하면

$$8 = \frac{a}{2}, a = 16$$

$$\therefore y = \frac{16}{x}$$

$$y = \frac{16}{4} = 4 \text{ 이므로 } B(4, 4)$$

$\therefore$ (삼각형 AOB의 넓이)

$$= 4 \times 8 - \left(2 \times 8 \times \frac{1}{2} + 4 \times 4 \times \frac{1}{2} + 2 \times 4 \times \frac{1}{2} \right)$$

$$= 12$$