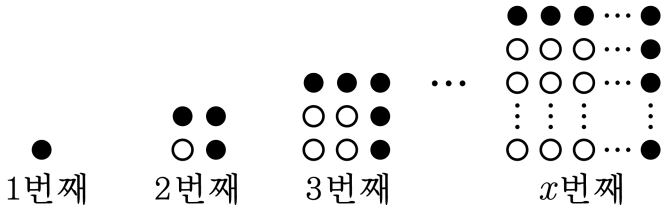


1. 다음 그림과 같이 점을 찍어 나갈 때, x 번째 그림에 새로 찍어야 할 점의 갯수를 y 개라고 하면 y 는 x 의 함수이다. 함수의 관계식은?



① $y = x$

② $y = 2x$

③ $y = x - 1$

④ $y = 2x - 1$

⑤ $y = 3x$

해설

1번째 : 1

2번째 : $1 \times 2 + 1$

3번째 : $2 \times 2 + 1$

4번째 : $3 \times 2 + 1$

$\vdots$

x 번째 : $(x - 1) \times 2 + 1$

$\therefore y = 2x - 1$

2. x 가 $3 \leq x \leq 12$ 일 때, 함수 $y = -\frac{1}{3}x$ 의 함숫값은 $a \leq y \leq b$ 이다. 이 때, a, b 의 값은?

① $a = -1, b = -2$

② $a = -1, b = -3$

③ $a = -3, b = -2$

④ $a = -3, b = -3$

⑤ $a = -4, b = -1$

해설

$$f(3) = -1$$

$$f(12) = -4$$

$$-4 \leq y \leq -1$$

3. x 의 범위가 $5 < x \leq 10$ 인 자연수일 때, 이 함수 $y = \frac{x}{3}$ 의 함숫값들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{40}{3}$

해설

x 의 범위에 속하는 x 가 6, 7, 8, 9, 10이므로

$$x = 6 \text{ 일 때, } y = \frac{6}{3} = 2$$

$$x = 7 \text{ 일 때, } y = \frac{7}{3}$$

$$x = 8 \text{ 일 때, } y = \frac{8}{3}$$

$$x = 9 \text{ 일 때, } y = \frac{9}{3}$$

$$x = 10 \text{ 일 때, } y = \frac{10}{3}$$

따라서 함숫값의 범위는 $2, \frac{7}{3}, \frac{8}{3}, \frac{9}{3}, \frac{10}{3}$ 이므로

구하는 합은 $\frac{6}{3} + \frac{7}{3} + \frac{8}{3} + \frac{9}{3} + \frac{10}{3} = \frac{40}{3}$ 이다.

4. 점 $P(a, b)$ 가 제 4 사분면 위의 점일 때, 점 $A(ab, a - b)$ 는 제 몇 사분면 위의 점인지 구하여라.



답 :

사분면



정답 : 제 2사분면

해설

$a > 0, b < 0$ 이므로 $ab < 0, a - b > 0$

따라서 $A(ab, a - b)$ 는 제 2 사분면 위에 있다.

5. 점 $A(a+b, ab)$ 는 제 1사분면 위의 점이고 $B(c-d, cd)$ 는 제 4사분면 위의 점일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $b-d > 0$

② $bd > 0$

③ $ad < 0$

④ $ac > 0$

⑤ $a+b > 0$

해설

$a+b, ab$ 가 제 1사분면 위의 점이므로

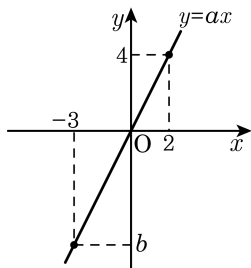
$a+b > 0, ab > 0$ 에서 a, b 는 서로 같은 부호임을 알 수 있으므로 $a > 0, b > 0$ 이다.

$c-d, cd$ 은 제 4사분면 위의 점이므로

$c-d > 0, cd < 0$ 에서 $c > 0$ 이고 $d < 0$ 이다.

따라서, $bd < 0$ 이 되어야 한다.

6. 함수 $y = ax$ 의 그래프가 두 점 $(2, 4)$, $(-3, b)$ 를 지날 때, a 와 b 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = -6$

해설

우선 a 의 값을 구해보면, $4 = a \times 2$ 이므로, $a = 2$ 가 된다.
따라서 이 그래프는 $y = 2x$ 이므로 $b = 2 \times (-3)$, $b = -6$ 이다.

7. 세 점 $\left(-\frac{21}{4}, 3a\right)$, $(-b, -24)$, $\left(c, -\frac{96}{7}\right)$ 이 함수 $y = -\frac{12}{7}x$ 의 그래프 위의 점일 때, $\frac{b+2c}{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{2}{3}$

해설

$y = -\frac{12}{7}x$ 에 $x = -\frac{21}{4}$, $y = 3a$ 를 대입하면

$$3a = -\frac{12}{7} \times \left(-\frac{21}{4}\right)$$

$$\therefore a = 3$$

$y = -\frac{12}{7}x$ 에 $x = -b$, $y = -24$ 를 대입하면

$$-24 = -\frac{12}{7} \times (-b)$$

$$\therefore b = -14$$

$y = -\frac{12}{7}x$ 에 $x = c$, $y = -\frac{96}{7}$ 를 대입하면

$$-\frac{96}{7} = -\frac{12}{7}c$$

$$\therefore c = 8$$

$$\therefore \frac{b+2c}{a} = \frac{(-14) + 16}{3} = \frac{2}{3}$$

8. 다음 함수의 그래프에서 $x(x > 0)$ 가 감소할 때, y 도 감소하는 함수끼리 모아 놓은 것은?

㉠ $y = \frac{8}{x}$

㉡ $y = -\frac{3}{x}$

㉢ $y = \frac{1}{x}$

㉤ $y = 2x$

㉥ $y = \frac{2}{x}$

㉦ $y = \frac{1}{4}x$

① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉠, ㉡, ㉥

③ ㉠, ㉢, ㉦

④ ㉡, ㉤, ㉦

⑤ ㉢, ㉤, ㉦

해설

$y = ax$ 에서 $a > 0$ 일 때, x 의 값이 감소할 때, y 의 값도 감소한다.

$y = \frac{a}{x}$ 에서 $a < 0$ 일 때, x 의 값이 감소할 때, y 의 값도 감소한다.

따라서 ㉡, ㉤, ㉦이다.

9. 함수 $y = \frac{a}{x}$ 의 그래프가 점 $(-3, 4)$ 를 지날 때, 이 그래프 위에 있는 순서쌍 (x, y) 의 좌표가 모두 정수인 점의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12 개

해설

$y = \frac{a}{x}$ 에 $x = -3$, $y = 4$ 를 대입하면

$$4 = -\frac{a}{3}, a = -12$$

함수 $y = -\frac{12}{x}$ 의 그래프 위에 있는 점 중에서 (x, y) 의 순서쌍의 좌표가 모두 정수인 점은 x 의 좌표가 $\pm(12$ 의 약수)인 경우이다.
따라서

$(1, -12), (2, -6), (3, -4), (4, -3), (6, -2), (12, -1), (-1, 12),$
 $(-2, 6), (-3, 4), (-4, 3), (-6, 2), (-12, 1)$
의 12개이다.

10. 함수 $y = -\frac{a}{x}$ 의 그래프가 두 점 $(2, 2), (k-2, -4)$ 를 지날 때, k 의 값은?

① 3

② 2

③ 1

④ -2

⑤ -3

해설

$y = -\frac{a}{x}$ 에 $x = 2, y = 2$ 를 대입하면

$$2 = -\frac{a}{2}$$

$$a = -4$$

주어진 함수식은 $y = -\frac{-4}{x} = \frac{4}{x}$

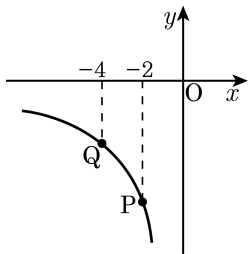
점 $(k-2, -4)$ 를 지나므로,

$$-4 = \frac{4}{k-2}$$

$$k-2 = -1$$

$$\therefore k = 1$$

11. 다음 그림은 함수 $y = \frac{a}{x}$ ($x < 0$) 의 그래프를 나타낸 것이다. 이 그래프 위의 두 점 P, Q 의 x 좌표가 각각 -2 , -4 이고, 두 점의 y 좌표의 차가 -3 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

두 점 P, Q 의 y 좌표를 각각 $f(-2)$, $f(-4)$ 라고 하면

$$f(-2) = \frac{a}{-2}$$

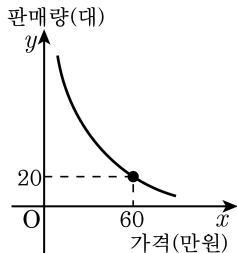
$$f(-4) = \frac{a}{-4}$$

두 점의 y 좌표의 차가 -3 이므로

$$\begin{aligned} f(-2) - f(-4) &= \frac{a}{-2} - \frac{a}{-4} = \frac{-a}{2} + \frac{a}{4} \\ &= \frac{-2a + a}{4} = -\frac{a}{4} = -3 \end{aligned}$$

따라서 $a = 12$ 이다.

12. 다음 그림은 어느 회사의 한 달 평균 A 상품 판매량과 가격 사이의 관계를 나타낸 그래프이다. 현재 이 상품의 가격이 60만 원일 때, 판매량을 20% 증가시키려면 가격을 얼마로 해야 하는지 구하여라.



▶ 답 :

만원

▷ 정답 : 50만원

해설

판매량은 가격에 반비례한다.

가격을 x 만 원, 판매량을 y 대라 하면

$$y = \frac{a}{x} \text{ 에 } x = 60, y = 20 \text{ 을 대입하면 } 20 = \frac{a}{60}, a = 1200$$

$$\text{즉, 함수의 식은 } y = \frac{1200}{x} (x > 0)$$

판매량을 20% 증가시키려면 $20 \times 1.2 = 24$ (대)

$$y = \frac{1200}{x} \text{ 에 } y = 24 \text{ 를 대입하면}$$

$$24 = \frac{1200}{x} \quad \therefore x = 50$$

13. 3^n 의 일의 자리의 숫자를 $f(n)$ 이라 할 때, $f(1) + f(2) + \cdots + f(20)$ 의 값은?

① 50

② 100

③ 150

④ 200

⑤ 250

해설

$n = 1$ 일 때, $3^1 = 3$

$n = 2$ 일 때, $3^2 = 9$

$n = 3$ 일 때, $3^3 = 27$, 따라서 일의 자리는 7

$n = 4$ 일 때, $3^4 = 81$, 따라서 일의 자리는 1

$n = 5$ 일 때, $3^5 = 243$, 따라서 일의 자리는 3

따라서 3, 9, 7, 1이 반복됨을 알 수 있다.

$$\therefore f(1) + f(2) + \cdots + f(20) = 5(3 + 9 + 7 + 1) = 100$$

14. 두 함수 $f(x) = -2x + 1$, $g(x) = x - 3$ 에 대하여 $f(2) = a$ 일 때, $g(a)$ 의 값은?

① -2

② -4

③ -6

④ -8

⑤ -10

해설

$$f(x) = -2x + 1, g(x) = x - 3 \text{에서}$$

$$f(2) = -2 \times 2 + 1 = -3$$

$$g(a) = g(-3) = -3 - 3 = -6$$

15. 함수 $f(x) = ax + 3$ 에 대하여 $f(1) = 1$ 일 때, $f(f(3) + f(5))$ 의 값은?

① -23

② -10

③ -7

④ 10

⑤ 23

해설

$f(1) = 1$ 을 대입하면 $1 = a + 3, a = -2$

$\therefore f(x) = -2x + 3$

$f(3) = -2 \times 3 + 3 = -3$

$f(5) = -2 \times 5 + 3 = -7$

$\therefore f(-10) = -2 \times (-10) + 3 = 23$

16. x 가 1, 2, 3이고 y 가 1, 2, 3, 4, 5일 때, $x + f(x)$ 가 짝수가 되는 함수 f 의 갯수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 18개

해설

(i) $x = 1$ 일 때, $1 + f(1)$ 이 짝수여야 하므로 $f(1)$ 은 홀수에 대응된다.

$$\therefore f(1) = 1, 3, 5$$

따라서 3가지이다.

(ii) $x = 2$ 일 때,

$2 + f(2)$ 가 짝수여야 하므로 $f(2)$ 는 짝수에 대응된다.

$$\therefore f(2) = 2, 4$$

따라서 2가지이다.

(iii) $x = 3$ 일 때,

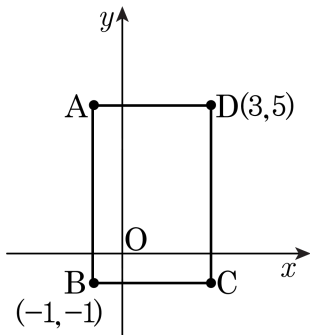
$3 + f(3)$ 이 짝수이어야 하므로 $f(3)$ 은 홀수에 대응된다.

$$\therefore f(3) = 1, 3, 5$$

따라서 3가지이다.

따라서 함수 f 의 총 갯수는 $3 \times 2 \times 3 = 18$ (개)

17. 다음 그림에서 점 P는 직사각형 ABCD의 둘레를 움직인다. 점 P의 좌표를 (a, b) 라고 할 때, $a - b$ 의 값이 최소가 될 때의 $3a + 2b$ 의 값을 구하면?



① -5

② -3

③ 3

④ 7

⑤ 9

해설

A $(-1, 5)$, C $(3, -1)$ 이므로 $a - b$ 가 최소가 되기 위해서는 a 가 제일 작은 수, b 가 제일 큰 수가 되어야 한다.

따라서 P $(-1, 5)$ 일 때, $a - b$ 의 값이 최소가 된다.

따라서 $a = -1, b = 5$ 이므로 $3a + 2b = 3 \times (-1) + 2 \times 5 = 7$ 이다.

18. $|x| < 2, |y| < 2$ 를 만족하는 정수 x, y 를 꼭짓점으로 하여 만들 수 있는 삼각형의 갯수를 구하면?

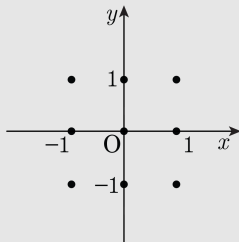
- ① 70 개 ② 72 개 ③ 74 개 ④ 76 개 ⑤ 78 개

해설

$|x| < 2$ 인 정수이므로 $x = -1, 0, 1$

$|y| < 2$ 인 정수이므로 $y = -1, 0, 1$

x, y 는 정수이므로 이것을 좌표평면에 나타내면 다음과 같다.



좌표 평면위의 점이 9개이므로 9개의 점 중에서 3개를 선택하면 삼각형을 만들 수 있다. 그러나 직선 위에 있는 점 3개는 삼각형을 만들지 못하므로 만들 수 있는 삼각형의 갯수는

$$\frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2 \times 1} - 8 = 84 - 8 = 76(\text{개}) \text{이다.}$$

19. 두 점 $P(a, b)$, $Q(-2a, 3b)$ 에 대하여 $\triangle OPQ$ 의 넓이가 15일 때, ab 의 값은?(단, $a > 0, b > 0$)

① 2

② 3

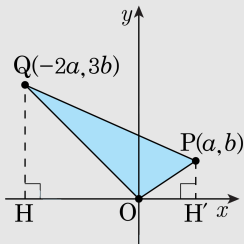
③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

주어진 조건대로 좌표평면에 그리면 다음과 같다.



$$\triangle OPQ = \text{사다리꼴 } PQHH' - \triangle OQH - \triangle OPH'$$

$$= \frac{1}{2}(b + 3b) \times 3a - \frac{1}{2} \times 2a \times 3b - \frac{1}{2} \times a \times b$$

$$= 6ab - 3ab - \frac{1}{2}ab$$

$$= \frac{5}{2}ab$$

$$\frac{5}{2}ab = 15 \text{ 이므로 } ab = 6 \text{ 이다.}$$

20. 좌표평면 위에 점이 $P(m+3, n-2)$ 와 y 축에 대칭인 점을 $(-3m, 2n)$ 이라 할 때, m, n 의 값은?

① $m = \frac{3}{2}, n = -2$

② $m = -\frac{3}{2}, n = 2$

③ $m = 2, n = -2$

④ $m = \frac{3}{2}, n = -\frac{1}{2}$

⑤ $m = 4, n = -6$

해설

y 축에 대하여 대칭인 점은 x 좌표의 부호만 바뀌므로

$$-(m+3) = -3m$$

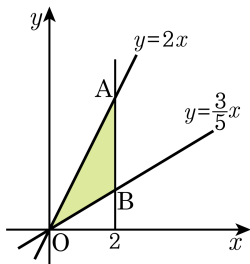
$$\therefore m = \frac{3}{2}$$

$$n-2 = 2n$$

$$\therefore n = -2$$

21. 다음 그림과 같이 점 $(2, 0)$ 을 지나고 y 축에 평행한 직선과 두 그래프가 만나는 점을 각각 A, B 라 한다. 삼각형 AOB 의 넓이는?

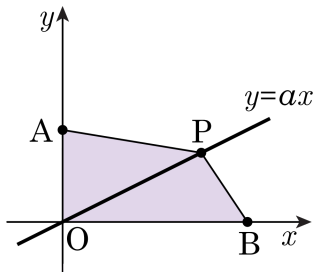
- ① 2 ② $\frac{11}{5}$ ③ $\frac{12}{5}$
④ $\frac{13}{5}$ ⑤ $\frac{14}{5}$



해설

점 A 의 좌표는 $(2, 4)$, 점 B 의 좌표는 $(2, \frac{6}{5})$ 이므로
삼각형 AOB 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times \left(4 - \frac{6}{5}\right) \times 2 = \frac{14}{5}$ 이다.

22. 두 점 $B(4,0)$, $A(0,2)$ 가 있다. 다음 그림과 같이 제 1사분면 위의 점 P 를 지나는 직선 $y = ax$ 가 사각형 $OBPA$ 의 넓이를 이등분 할 때, a 의 값은?



① $\frac{1}{4}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{1}{2}$

④ 1

⑤ 4

해설

P 점의 좌표를 (x,y) 라 하면

(삼각형 BPO의 넓이) = (삼각형 POA의 넓이)이므로

$$4 \times y \times \frac{1}{2} = 2 \times x \times \frac{1}{2}$$

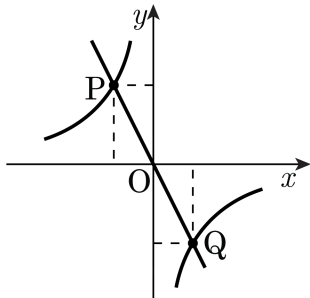
$$x = 2y$$

$P(2y,y)$ 를 $y = ax$ 에 대입하면

$$y = a \times 2y, \quad 2a = 1$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}$$

23. 다음 그림과 같이 함수 $y = -\frac{8}{x}$ 과 $y = -2x$ 가 두 점 $P(a, b)$, $Q(c, d)$ 에서 만난다. 이 때, $ac - bd$ 의 값은?



① -16

② -20

③ 0

④ 10

⑤ 12

해설

교점의 y 좌표가 같으므로

$$-2x = -\frac{8}{x}, 2x^2 = 8$$

$$\therefore x^2 = 4$$

$$x = 2 \text{ 또는 } x = -2$$

$$\therefore ac = -4$$

$$x = -2 \text{ 일 때, } y = 4 \text{ 이므로 } bd = -16$$

$$\text{따라서 } ac - bd = (-4) - (-16) = 12 \text{ 이다.}$$

24. 교실 청소를 하는데 A 가 혼자하면 20분 걸리고, B 가 혼자하면 30분 걸리고, C 가 혼자하면 15분 걸린다고 한다. A, B, C 의 3명이 함께 교실청소를 할 때, 몇 분이 걸리는지 구하여 소수 셋째자리에서 반올림하여 소수 둘째 자리까지 나타내면?

① 6.24 분

② 6.28 분

③ 6.54 분

④ 6.59 분

⑤ 6.67 분

해설

A, B, C 가 일한 시간을 x 시간이라고 하고, 일한 양을 $y\%$ 라 하여 그래프를 나타내면

A 함수의 식은 $y = 5x$

B 함수의 식은 $y = \frac{10}{3}x$

C 함수의 식은 $y = \frac{20}{3}x$

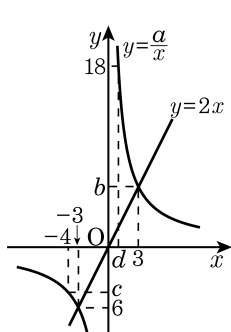
따라서 함께 일 할때 걸리는 시간은

$$5x + \frac{10x}{3} + \frac{20}{3}x = 100$$

$$\therefore x = \frac{20}{3} \approx 6.67(\text{분})$$

25. 다음 그림과 같이 두 함수 $y = 2x$ 와 $y = \frac{a}{x}$ 의 그래프가 점 $(3, b)$ 에서 만날 때, $a - 2b + 3c + 4d$ 의 값은?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{3}{2}$ ③ $-\frac{5}{2}$
 ④ $-\frac{7}{2}$ ⑤ $-\frac{9}{2}$



해설

$y = 2x$ 에 $x = 3$, $y = b$ 를 대입하면 $b = 6$

점 $(3, 6)$ 은 함수 $y = \frac{a}{x}$ 의 그래프 위의 점이므로 $6 = \frac{a}{3}$, $a = 18$

$$\therefore y = \frac{18}{x}$$

점 $(-4, c)$ 가 함수 $y = \frac{18}{x}$ 의 그래프 위의 점이므로 $c = \frac{18}{-4} = -\frac{9}{2}$

점 $(d, 18)$ 이 함수 $y = \frac{18}{x}$ 의 그래프 위의 점이므로 $d = 1$

$$\therefore a - 2b + 3c + 4d = 18 - 12 + 3 \times \left(-\frac{9}{2}\right) + 4 = -\frac{7}{2}$$