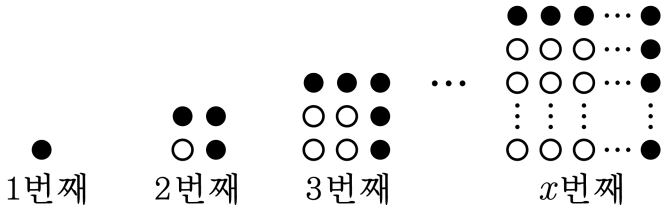


1. 다음 그림과 같이 점을 찍어 나갈 때, x 번째 그림에 새로 찍어야 할 점의 갯수를 y 개라고 하면 y 는 x 의 함수이다. 함수의 관계식은?



① $y = x$

② $y = 2x$

③ $y = x - 1$

④ $y = 2x - 1$

⑤ $y = 3x$

해설

1번째 : 1

2번째 : $1 \times 2 + 1$

3번째 : $2 \times 2 + 1$

4번째 : $3 \times 2 + 1$

$\vdots$

x 번째 : $(x - 1) \times 2 + 1$

$\therefore y = 2x - 1$

2. x 의 범위가 $5 < x \leq 10$ 인 자연수일 때, 이 함수 $y = \frac{x}{3}$ 의 함숫값들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{40}{3}$

해설

x 의 범위에 속하는 x 가 6, 7, 8, 9, 10이므로

$$x = 6 \text{ 일 때, } y = \frac{6}{3} = 2$$

$$x = 7 \text{ 일 때, } y = \frac{7}{3}$$

$$x = 8 \text{ 일 때, } y = \frac{8}{3}$$

$$x = 9 \text{ 일 때, } y = \frac{9}{3}$$

$$x = 10 \text{ 일 때, } y = \frac{10}{3}$$

따라서 함숫값의 범위는 $2, \frac{7}{3}, \frac{8}{3}, \frac{9}{3}, \frac{10}{3}$ 이므로

$$\text{구하는 합은 } \frac{6}{3} + \frac{7}{3} + \frac{8}{3} + \frac{9}{3} + \frac{10}{3} = \frac{40}{3} \text{ 이다.}$$

3. x 의 값이 1 이상 4이하인 자연수이고, y 의 값이 -3 이상 8이하인 정수일 때, 다음 중 y 가 x 의 함수인 것은?

① $y = (x\text{와 } 3\text{의 곱보다 } 2\text{만큼 작은 수})$

② $y = (x\text{보다 } 5\text{만큼 큰 수})$

③ $y = (x\text{의 절댓값에 } 2\text{를 곱한 수})$

④ $y = (\text{절댓값이 } x\text{보다 큰 자연수})$

⑤ $y = (\text{절댓값이 } x\text{보다 작은 정수})$

해설

x 의 값이 1, 2, 3, 4이고, y 의 값이 -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8이다.

③ $y = 2|x|$

함숫값은 2, 4, 6, 8이므로 모든 함숫값이 y 의 범위에 포함된다.

① $y = 3x - 2$

함숫값은 1, 4, 7, 10이므로 함숫값이 y 의 값에 포함되지 않는다.

② $y = x + 5$

함숫값은 6, 7, 8, 9이므로 함숫값이 y 의 값에 포함되지 않는다.

④ $y = (\text{절댓값이 } x\text{보다 큰 자연수})$

절댓값이 1보다 큰 자연수 $\Rightarrow 2, 3, 4, 5, \dots$

무수히 많다.

절댓값이 2보다 큰 자연수 $\Rightarrow 3, 4, 5, 6, \dots$

무수히 많다.

x 의 값 한 개에 대응하는 값이 한 개가 아니다.

$\therefore$ 함수가 아니다.

⑤ $y = (\text{절댓값이 } x\text{보다 작은 정수의 개수})$

절댓값이 1보다 작은 정수 $\Rightarrow 0$

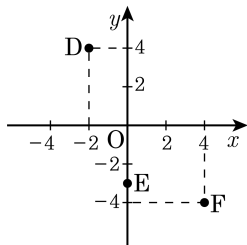
절댓값이 2보다 작은 정수 $\Rightarrow -1, 0, 1$

절댓값이 3보다 작은 정수 $\Rightarrow -2, -1, 0, 1, 2$

x 의 값 한 개에 대응하는 값이 한 개가 아니다.

$\therefore$ 함수가 아니다.

4. 좌표평면 위의 점 D, E, F의 좌표 중 $x+y$ 의 값이 가장 큰 점을 D, E, F 중에서 골라라.



▶ 답 :

▷ 정답 : D

해설

점 E는 y 축 위의 점이므로 $x = 0$ 이다.

D(-2, 4), E(0, -3), F(4, -4)이므로

$x+y$ 의 값은

$$D : -2 + 4 = 2$$

$$E : 0 - 3 = -3$$

F : $4 - 4 = 0$ 로 가장 큰 점은 D이다.

5. 점 P ($3 + a$, $4 - a$) 가 x 축 위의 점이고, 점 Q ($2b - 4$, $b + 1$) 이 y 축 위의 점일 때,
삼각형 POQ 의 넓이를 구하여라. (단, 점 O 는 원점이다.)

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{21}{2}$

해설

P ($3 + a$, $4 - a$) 가 x 축 위의 점이므로

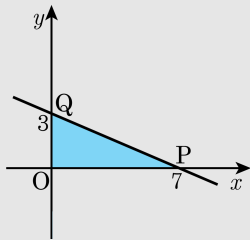
$$4 - a = 0, a = 4$$

$$\therefore P(7, 0)$$

Q ($2b - 4$, $b + 1$) 이 y 축 위의 점이므로

$$2b - 4 = 0, b = 2$$

$$\therefore Q(0, 3)$$



$$\therefore \triangle POQ = 3 \times 7 \times \frac{1}{2} = \frac{21}{2}$$

6. 다음 보기 중 점 $A(-4, a)$ 가 제 3 사분면 위의 점일 때, a 의 값이 될 수 없는 것을 모두 골라라.

보기

㉠ -2

㉡ 3

㉢ $\frac{1}{3}$

㉣ $-\frac{99}{100}$

㉤ 0

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉤

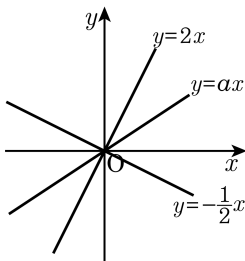
해설

점 A 가 제 3 사분면 위에 있으려면 부호가 $(-, -)$ 가 되어야 한다.

따라서 y 좌표에 0 이나 양수는 들어갈 수 없다.



7. 함수 $y = ax$ 의 그래프가 다음 그림과 같이 두 함수 $y = 2x$, $y = -\frac{1}{2}x$ 의 그래프 사이에 있을 때, a 의 값의 범위는?



- ① $-2 < a < \frac{1}{2}$ ② $-1 < a < 1$
③ $-\frac{1}{2} < a < 2$ ④ $-\frac{1}{2} < a < 3$
⑤ $0 < a < 3$

해설

a 가 $-\frac{1}{2}$ 와 2 사이에 있어야 하므로

$$-\frac{1}{2} < a < 2$$

8. 세 점 $(5, a)$, $\left(\frac{1}{3}, b\right)$, $(c, -3)$ 이 함수 $y = \frac{3}{2}x$ 의 그래프 위의 점일 때, $\frac{a-3b}{c}$ 의 값은?

① $-\frac{9}{2}$

② $-\frac{7}{2}$

③ -3

④ $-\frac{5}{2}$

⑤ -2

해설

$$y = \frac{3}{2}x \text{ 에 } (5, a) \text{ 를 대입하면 } a = \frac{3}{2} \times 5$$

$$\therefore a = \frac{15}{2}$$

$$y = \frac{3}{2}x \text{ 에 } \left(\frac{1}{3}, b\right) \text{ 를 대입하면 } b = \frac{3}{2} \times \frac{1}{3}$$

$$\therefore b = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{3}{2}x \text{ 에 } (c, -3) \text{ 를 대입하면 } -3 = \frac{3}{2}c$$

$$\therefore c = -2$$

$$\therefore \frac{a-3b}{c} = \frac{\frac{15}{2} - \left(3 \times \frac{1}{2}\right)}{-2} = -3$$

9. 다음 조건을 만족하는 함수가 있다고 할 때, mn 의 값을 구하여라.

㉠ 두 점 $(4, n), (m, 6)$ 을 지난다.

㉡ 원점을 지나는 직선이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : $mn = 24$

해설

원점을 지나는 직선이므로 $y = ax$ 의 함수식을 이용한다.

두 점 $(4, n), (m, 6)$ 을 대입하면

$4a = n, am = 6$ 이다.

$4a = n$ 은 a 에 대해서 정리하면 $a = \frac{n}{4}$ 이므로 $am = 6$ 에 대입

하면

$am = \frac{n}{4} \times m = 6$ 이다.

따라서 $\frac{mn}{4} = 6$ 이고, $mn = 24$ 이다.

10. 다음 함수의 그래프 중에서 x 가 증가할 때, y 가 감소하는 것은 모두 몇 개인가?(단, $x > 0$ 이다.)

$$\textcircled{㉠} y = 2x$$

$$\textcircled{㉡} y = -\frac{2}{3}x$$

$$\textcircled{㉢} y = -4x$$

$$\textcircled{㉤} y = \frac{3}{x}$$

$$\textcircled{㉥} y = \frac{1}{2x}$$

$$\textcircled{㉦} y = -\frac{5}{x}$$

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

▶ x 가 증가할 때, y 가 감소하는 것

(1) $y = ax (a \neq 0)$ (정비례) 식 : $a < 0$

(2) $y = \frac{a}{x} (a \neq 0, x \neq 0)$ (반비례) 식 : $a > 0$

$$\therefore y = -4x, y = -\frac{2}{3}x, y = \frac{3}{x}, y = \frac{1}{2x}$$

11. x 의 값이 $-9 \leq x \leq -4$ 인 함수 $y = \frac{a}{x} (a < 0)$ 의 함숫값의 범위가 $4 \leq y \leq b$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -45

해설

함수 $y = \frac{a}{x}$ 의 그래프는 $a < 0$ 이므로 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

따라서, $x = -9$ 일 때, $y = 4$ 이고, $x = -4$ 일 때, $y = b$ 이다.

$y = \frac{a}{x}$ 에 $x = -9$, $y = 4$ 를 대입하면

$$4 = -\frac{a}{9}, \quad a = -36$$

$y = -\frac{36}{x}$ 에 $x = -4$, $y = b$ 를 대입하면

$$b = -\frac{36}{-4} = 9$$

$$\therefore a - b = -36 - 9 = -45$$

12. 세 점 $\left(a, -\frac{9}{4}\right)$, $(9, b)$, $(-3, -3)$ 이 함수 $y = \frac{c}{x}$ 의 그래프 위의 점일 때 $4a + 3b + c$ 의 값을 구하면?

① 2

② 4

③ 11

④ -4

⑤ -11

해설

$y = \frac{c}{x}$ ($c \neq 0$) 형태의 함수식이며,

$x = -3$ 일 때 $y = -3$ 이므로 $-3 = \frac{c}{-3}$ 이며 $c = 9$ 다.

따라서 그래프가 나타내는 함수의 식은 $y = \frac{9}{x}$ 이고

$$f(a) = \frac{9}{a} = -\frac{9}{4} \text{ 이므로 } a = -4$$

$$f(9) = \frac{9}{9} = 1 \text{ 이므로 } b = 1$$

따라서 $4a + 3b + c$ 의 값은 $-16 + 3 + 9 = -4$ 이다.

13. 3^n 의 일의 자리의 숫자를 $f(n)$ 이라 할 때, $f(1) + f(2) + \cdots + f(20)$ 의 값은?

① 50

② 100

③ 150

④ 200

⑤ 250

해설

$n = 1$ 일 때, $3^1 = 3$

$n = 2$ 일 때, $3^2 = 9$

$n = 3$ 일 때, $3^3 = 27$, 따라서 일의 자리는 7

$n = 4$ 일 때, $3^4 = 81$, 따라서 일의 자리는 1

$n = 5$ 일 때, $3^5 = 243$, 따라서 일의 자리는 3

따라서 3, 9, 7, 1이 반복됨을 알 수 있다.

$$\therefore f(1) + f(2) + \cdots + f(20) = 5(3 + 9 + 7 + 1) = 100$$

14. 두 함수 $f(x) = -2x + 1$, $g(x) = x - 3$ 에 대하여 $f(2) = a$ 일 때, $g(a)$ 의 값은?

① -2

② -4

③ -6

④ -8

⑤ -10

해설

$$f(x) = -2x + 1, g(x) = x - 3 \text{에서}$$

$$f(2) = -2 \times 2 + 1 = -3$$

$$g(a) = g(-3) = -3 - 3 = -6$$

15. 함수 $f(x) = ax + 3$ 에 대하여 $f(1) = 1$ 일 때, $f(f(3) + f(5))$ 의 값은?

① -23

② -10

③ -7

④ 10

⑤ 23

해설

$f(1) = 1$ 을 대입하면 $1 = a + 3, a = -2$

$\therefore f(x) = -2x + 3$

$f(3) = -2 \times 3 + 3 = -3$

$f(5) = -2 \times 5 + 3 = -7$

$\therefore f(-10) = -2 \times (-10) + 3 = 23$

16. x 가 1, 2이고 y 가 5, 6, 7일 때 함수 $y = f(x)$ 에 대하여 모든 x 의 값에 대해 $x + f(x) = (\text{소수})$ 를 만족시키는 함수 f 의 갯수는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$x + f(x) = \text{소수}$, 즉 $x + y = \text{소수}$ 를 만족하는 경우는 (1, 6), (2, 5)인 경우밖에 없으므로 만족하는 함수의 갯수는 1개이다.

17. $|x| < 2, |y| < 2$ 를 만족하는 정수 x, y 를 꼭짓점으로 하여 만들 수 있는 삼각형의 갯수를 구하면?

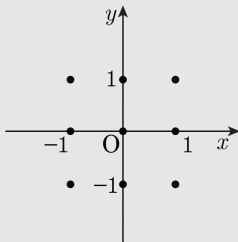
- ① 70 개 ② 72 개 ③ 74 개 ④ 76 개 ⑤ 78 개

해설

$|x| < 2$ 인 정수이므로 $x = -1, 0, 1$

$|y| < 2$ 인 정수이므로 $y = -1, 0, 1$

x, y 는 정수이므로 이것을 좌표평면에 나타내면 다음과 같다.



좌표 평면위의 점이 9개이므로 9개의 점 중에서 3개를 선택하면 삼각형을 만들 수 있다. 그러나 직선 위에 있는 점 3개는 삼각형을 만들지 못하므로 만들 수 있는 삼각형의 갯수는

$$\frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2 \times 1} - 8 = 84 - 8 = 76(\text{개}) \text{이다.}$$

18. 임의의 점 P_1 을 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 P_2 , 점 P_2 를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 P_3 , 점 P_3 를 y 축에 대하여 대칭이동한 점을 $P_4, \dots$ 라 하며, 이 과정을 반복하여 시행한다. 점 $P_1(3, -5)$ 가 주어졌을 때, 점 P_{58} 의 좌표를 $P_{58}(a, b)$ 라 할 때, $b - a$ 의 값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$P_1(3, 5)$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 점 P_2 는 $(3, 5)$

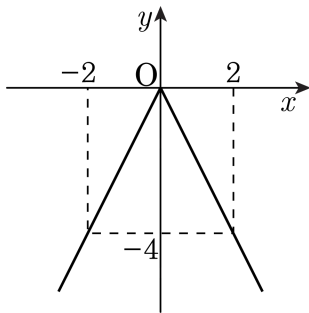
또, 이 점을 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점 P_3 는 $(5, 3)$

y 축에 대하여 대칭이동한 점 P_4 는 $(-5, 3)$

같은 방법으로 계속하면 $P_5(-5, -3), P_6, P_7 \dots$ 이 되고, $P_1 = P_7$ 이 되므로 여섯 번 이동하면 처음과 같아진다.

따라서 $P_{58} = P_6 \times 9 + 4 = P_4$ 이므로 $(-5, 3)$ 이고, $b - a = 3 - (-5) = 8$ 이다.

19. 다음 중 아래 그래프의 식은?



① $y = -2x$

② $y = 2x$

③ $y = |2x|$

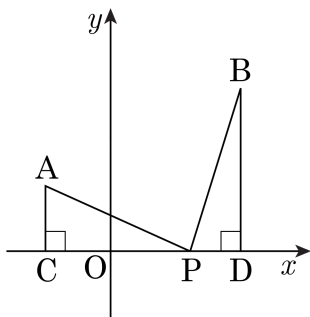
④ $y = -|2x|$

⑤ $y = -4|x|$

해설

④ $y = -|2x|$ 에 $x = -2$ 를 대입하면 $y = -4$ 이다.
또, $x = 2$ 를 대입하면 $y = -4$ 를 만족한다.

20. 다음 그림에서 두 점 $A(-2, 2), B(4, 6)$ 에서 x 축에 수선을 내리고 그 교점을 C, D 라 하자. $\triangle ACP$ 와 $\triangle BDP$ 의 넓이를 같게 하는 x 축 위의 점을 점 P 라고 한다. 이 때, $\triangle ACP$ 의 넓이는?



① $\frac{3}{2}$

② $\frac{5}{2}$

③ $\frac{7}{2}$

④ $\frac{9}{2}$

⑤ $\frac{11}{2}$

해설

점 P 의 좌표를 $(x, 0)$ 으로 놓으면 $\triangle APC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times (x+2) \times 2$

$\triangle BPD$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times (4-x) \times 6$

$$\frac{1}{2}(2+x) \times 2 = (4-x) \times \frac{1}{2} \times 6$$

$$x+2 = -3x+12$$

$$4x = 10$$

$$\therefore x = \frac{5}{2}$$

$$\therefore P\left(\frac{5}{2}, 0\right)$$

$$\therefore \triangle ACP \text{의 넓이} = \frac{1}{2} \times (x+2) \times 2$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times \left(\frac{5}{2} + 2\right)$$

$$= \frac{9}{2}$$

21. 점 (x, y) 중에서 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점을 격자점이라고 한다.

x 의 값이 $-16 \leq x \leq 16$ 인 0이 아닌 정수일 때, 함수 $y = \frac{x}{4}$ 의 그래프

위에 있는 격자점의 개수를 a 개, $y = -\frac{16}{x}$ 의 그래프 위에 있는 격자점의 개수를 b 개라 한다. $2a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$y = \frac{x}{4}$ 의 그래프 위의 격자점은

$(-16, -4)$, $(-12, -3)$, $(-8, -2)$, $(-4, -1)$, $(4, 1)$, $(8, 2)$,
 $(12, 3)$, $(16, 4)$ 로 8개이므로 $a = 8$

$y = -\frac{16}{x}$ 의 그래프 위의 격자점은

$(-16, 1)$, $(-8, 2)$, $(-4, 4)$, $(-2, 8)$, $(-1, 16)$, $(1, -16)$,
 $(2, -8)$, $(4, -4)$, $(8, -2)$, $(16, -1)$ 로 10개이므로 $b = 10$

$\therefore 2a - b = 2 \times 8 - 10 = 6$

22. 직선 $y = 4x + k$ 의 그래프가 두 함수 $y = -3x$, $y = -\frac{3}{4x}$ 의 그래프의 교점 중 한 점을 지난다고 할 때, 가능한 k 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{7}{2}$

▷ 정답 : $\frac{7}{2}$

해설

$$-3x = -\frac{3}{4x}, x^2 = \frac{1}{4}$$

$$\therefore x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = -\frac{1}{2}$$

따라서 교점은 $\left(\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}\right), \left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$

$y = 4x + k$ 에 $x = \frac{1}{2}, y = -\frac{3}{2}$ 을 대입하면

$$-\frac{3}{2} = 4 \times \frac{1}{2} + k, k = -\frac{7}{2}$$

$y = 4x + k$ 에 $x = -\frac{1}{2}, y = \frac{3}{2}$ 을 대입하면

$$\frac{3}{2} = 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + k, k = \frac{7}{2}$$

$$\therefore k = -\frac{7}{2}, k = \frac{7}{2}$$

23. 시계의 작은 바늘(시침)이 x 분 동안 회전한 각도를 y° 라고 정의한다.
 x 가 $0 \leq x \leq 30$ 일 때, 이 함수의 함숫값의 최댓값은?

① 11

② 13

③ 14

④ 15

⑤ 16

해설

시침이 1분 동안 회전한 각도는 0.5° 이다.

시침이 x 분 동안 회전한 각도는 $0.5x^\circ$ 이므로 관계식은 $y = 0.5x$ 이다.

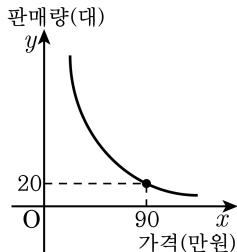
$x = 0$ 일 때, $y = 0.5 \times 0 = 0$

$x = 30$ 일 때, $y = 0.5 \times 30 = 15$

함수의 함숫값은 $0 \leq y \leq 15$

함숫값의 최댓값은 15이다.

24. 다음 그림은 어느 회사의 한 달 평균 A 상품 판매량과 가격 사이의 관계를 나타낸 그래프이다. 현재 이 상품의 가격이 90만 원일 때, 판매량을 20% 증가시키려면 가격을 얼마로 해야 하는지 구하여라.



▶ 답 :

만원

▷ 정답 : 75만원

해설

판매량은 가격에 반비례한다.

가격을 x 만 원, 판매량을 y 대라 하면

$$y = \frac{a}{x} \text{ 에 } x = 90, y = 20 \text{ 을 대입하면 } 20 = \frac{a}{90}, a = 1800$$

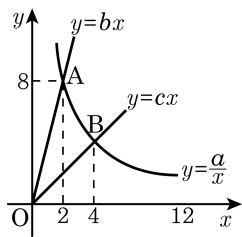
$$\text{즉, 함수의 식은 } y = \frac{1800}{x} (x > 0)$$

판매량을 20% 증가시키려면 $20 \times 1.2 = 24$ (대)

$$y = \frac{1800}{x} \text{ 에 } y = 24 \text{ 를 대입하면}$$

$$24 = \frac{1800}{x} \quad \therefore x = 75$$

25. 다음 그림은 세 함수 $y = \frac{a}{x}$, $y = bx$, $y = ax$ 의 그래프의 일부를 그린 것이다. 그래프의 교점을 A, B 라 할 때, 삼각형 AOB의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$y = \frac{a}{x}$ 에 $x = 2$, $y = 8$ 을 대입하면

$$8 = \frac{a}{2}, a = 16$$

$$\therefore y = \frac{16}{x}$$

$$y = \frac{16}{4} = 4 \text{ 이므로 } B(4, 4)$$

$\therefore$ (삼각형 AOB의 넓이)

$$= 4 \times 8 - \left(2 \times 8 \times \frac{1}{2} + 4 \times 4 \times \frac{1}{2} + 2 \times 4 \times \frac{1}{2} \right)$$

$$= 12$$