

1. 함수 $y = \frac{12}{x}$ 에서 x 의 범위가 $1 \leq x \leq 6$ 이고 함숫값의 범위가 $a \leq y \leq b$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 2 ② 4 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

해설

$$f(1) = 12$$

$$f(6) = 2$$

$$\therefore a = 2, b = 12, a + b = 14$$

2. 함수 $f(x) = -\frac{1}{2}x$ 의 함숫값이 -1 이상 2 이하인 정수일 때, 이 함수의 x 의 값 중 가장 작은 수에서 가장 큰 수를 뺀 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

함숫값이 $-1, 0, 1, 2$ 이므로

$$-\frac{1}{2}x = -1 \therefore x = 2$$

$$-\frac{1}{2}x = 0 \therefore x = 0$$

$$-\frac{1}{2}x = 1 \therefore x = -2$$

$$-\frac{1}{2}x = 2 \therefore x = -4$$

x 의 값은 $-4, -2, 0, 2$ 이다.

$$\therefore -4 - 2 = -6$$

3. x 의 값이 0 이상 10보다 작은 짝수이고, y 의 값이 0 이상 10이하인 자연수 일 때, 보기에서 y 가 x 의 함수인 것은 모두 몇 개인가?

보기

- ㉠ $y = (x\text{보다 } 3\text{만큼 큰 수})$
- ㉡ $y = (x\text{보다 작은 소수})$
- ㉢ $y = (x\text{의 } 3\text{배보다 } 3\text{작은 수})$
- ㉣ $y = (x\text{의 절댓값에 } 1\text{을 더한 수})$
- ㉤ $y = (x\text{의 절댓값보다 } 2\text{배 큰 정수})$

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

x 의 값이 2, 4, 6, 8이고, y 의 값이 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10이다.

㉠ $y = x + 3$, 5, 7, 9, 11

함숫값이 이 y 의 값에 포함되지 않는다.

㉡ $y = (x\text{보다 작은 소수})$

$x = 2 \cdots 2$ 보다 작은 소수 없음

$x = 4 \cdots 4$ 보다 작은 소수 : 2, 3

$x = 6 \cdots 6$ 보다 작은 소수 : 2, 3, 5

$x = 8 \cdots 8$ 보다 작은 소수 : 2, 3, 5, 7

x 의 값 한 개에 대응하는 값이 한 개가 아니다.

$\therefore$ 함수가 아니다.

㉢ $y = 3x - 3$

함숫값은 3, 9, 15, 21이다.

함숫값이 y 의 값에 포함되지 않는다.

㉣ $y = |x| + 1$, 함숫값은 3, 5, 7, 9

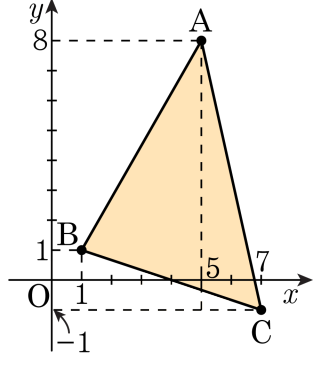
$\Rightarrow$ 함숫값이 y 의 값에 포함된다.

㉤ $y = 2|x|$, 함숫값은 4, 8, 12, 16

$\Rightarrow$ 함숫값이 y 의 값에 포함되지 않는다.

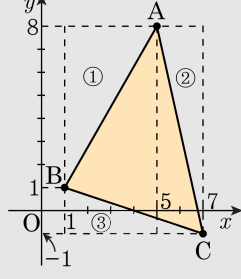
따라서 함수는 1개이다.

4. 다음 그림과 같이 세 점 A(5, 8), B(1, 1), C(7, -1)을 연결한 삼각형의 넓이는?



- ① 25 ② 27 ③ 29 ④ 31 ⑤ 33

해설



($\triangle ABC$ 의 넓이)

$$= 6 \times 9 - \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 7 + \frac{1}{2} \times 2 \times 9 + \frac{1}{2} \times 6 \times 2 \right)$$
$$= 54 - 29 = 25$$

5. 점 $P(a, b)$ 가 제 4 사분면 위의 점일 때, 점 $A(ab, a - b)$ 는 제 몇 사분면 위의 점인지 구하여라.

▶ 답 : 사분면

▷ 정답 : 제 2사분면

해설

$a > 0, b < 0$ 이므로 $ab < 0, a - b > 0$
따라서 $A(ab, a - b)$ 는 제 2 사분면 위에 있다.

6. 점 $(ab, a - b)$ 는 제2사분면의 점이고, 점 $(c^3, c + d)$ 는 제4사분면의 점이다. 이 때 점 (ac, bd) 는 제 몇 사분면의 점인가?
- ① 제1사분면
 - ② 제2사분면
 - ③ 제3사분면
 - ④ 제4사분면
 - ⑤ 어느 사분면에도 속하지 않는다.

해설

$(ab, a - b)$ 가 제2사분면 위의 점이므로
 $ab < 0, a - b > 0$ 에서 a, b 는 서로 다른 부호임을 알 수 있고,
 $a - b > 0$ 이므로 $a > 0, b < 0$ 이다.
 $(c^3, c + d)$ 은 제4사분면 위의 점이므로
 $c^3 > 0, c + d < 0$ 에서 $c > 0$ 이고 $d < 0$ 이다.
따라서, $ac > 0, bd > 0$ 이므로 점 (ac, bd) 은 제1사분면 위의 점이다.

7. 좌표평면 위의 세 점 A, B, C 에 대하여 $A(2a-1, -7)$, $B(5, 3+2b)$ 는 y 축에 대하여 서로 대칭이고 $C(a-1, b+6)$ 일 때, 삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

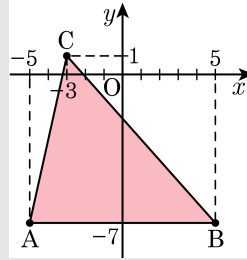
점 $A(2a-1, -7)$ 과 점 $B(5, 3+2b)$ 가 y 축에 대하여 서로 대칭이므로

$$2a-1 = -5, 2a = -4, a = -2$$

$$-7 = 3+2b, 2b = -10, b = -5$$

따라서, 점 C의 좌표는 $(-3, 1)$ 이다.

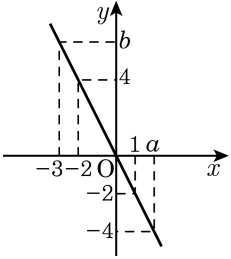
세 점 A, B, C 를 좌표평면 위에 나타내면 다음과 같다.



$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 10 \times 8 = 40$$

8. 다음 그래프에 대한 설명 중 옳은 것은?

- ① 함수의 식은 $y = 2x$ 이다.
- ② x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가한다.
- ③ a 의 값은 -8 이다.
- ④ b 의 값은 6 이다.
- ⑤ 제 1, 3사분면을 지나는 정비례 그래프이다.



해설

$(-2, 4)$ 를 지나는 정비례 그래프이므로 함수의 식을 구하면 $y = cx$, $4 = -2c$, $c = -2$, $y = -2x$ 이다.
점 $(a, -4)$ 를 지나므로 $-2a = -4$, $a = 2$ 이고, 점 $(-3, b)$ 를 지나므로 $(-2) \times (-3) = 6 = b$ 이다.

9. 세 점 $\left(-\frac{21}{4}, 3a\right), (-b, -24), \left(c, -\frac{96}{7}\right)$ 이 함수 $y = -\frac{12}{7}x$ 의 그래프 위의 점일 때, $\frac{b+2c}{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{2}{3}$

해설

$y = -\frac{12}{7}x$ 에 $x = -\frac{21}{4}, y = 3a$ 를 대입하면

$$3a = -\frac{12}{7} \times \left(-\frac{21}{4}\right)$$

$$\therefore a = 3$$

$y = -\frac{12}{7}x$ 에 $x = -b, y = -24$ 를 대입하면

$$-24 = -\frac{12}{7} \times (-b)$$

$$\therefore b = -14$$

$y = -\frac{12}{7}x$ 에 $x = c, y = -\frac{96}{7}$ 를 대입하면

$$-\frac{96}{7} = -\frac{12}{7}c$$

$$\therefore c = 8$$

$$\therefore \frac{b+2c}{a} = \frac{(-14)+16}{3} = \frac{2}{3}$$

10. 다음 함수의 그래프 중에서 x 가 증가할 때, y 가 감소하는 것은 모두 몇 개인가?(단, $x > 0$ 이다.)

㉠ $y = 2x$	㉡ $y = -\frac{2}{3}x$	㉢ $y = -4x$
㉤ $y = \frac{3}{x}$	㉥ $y = \frac{1}{2x}$	㉦ $y = -\frac{5}{x}$

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

▶ x 가 증가할 때, y 가 감소하는 것

(1) $y = ax(a \neq 0)$ (정비례) 식 : $a < 0$

(2) $y = \frac{a}{x}(a \neq 0, x \neq 0)$ (반비례) 식 : $a > 0$

$\therefore y = -4x, y = -\frac{2}{3}x, y = \frac{3}{x}, y = \frac{1}{2x}$

11. 함수 $y = -\frac{a}{x}$ 의 그래프가 두 점 $(2, 2), (k - 2, -4)$ 를 지날 때, k 의 값은?

① 3 ② 2 ③ 1 ④ -2 ⑤ -3

해설

$y = -\frac{a}{x}$ 에 $x = 2, y = 2$ 를 대입하면

$$2 = -\frac{a}{2}$$

$$a = -4$$

주어진 함수식은 $y = -\frac{-4}{x} = \frac{4}{x}$

점 $(k - 2, -4)$ 를 지나므로,

$$-4 = \frac{4}{k - 2}$$

$$k - 2 = -1$$

$$\therefore k = 1$$

12. 세 점 $\left(a, \frac{1}{2}\right)$, $(4, b)$, $(-2, 5)$ 가 함수 $y = \frac{c}{x}$ 의 그래프 위의 점일 때 $\frac{1}{a} \times b \times c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{5}{4}$

해설

$y = \frac{c}{x}$ ($c \neq 0$) 형태의 함수식이며,

$x = -2$ 일 때 $y = 5$ 이므로 $5 = \frac{c}{-2}$ 이며 $c = -10$ 이다.

따라서 그래프가 나타내는 함수의 식은 $y = -\frac{10}{x}$ 이고, 이 그래

프가 점 $\left(a, \frac{1}{2}\right)$, $(4, b)$ 를 지나므로

$$f(a) = \frac{1}{2} = -\frac{10}{a} \quad \therefore a = -20$$

$$f(4) = -\frac{10}{4} = b \quad \therefore b = -\frac{5}{2}$$

$$\text{따라서 } \frac{1}{a} \times b \times c = -\frac{1}{20} \times \left(-\frac{5}{2}\right) \times (-10) = -\frac{5}{4}$$

13. 함수 $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$ 에 대하여, $f^2(x) = f(f(x)) = \frac{1+f(x)}{1-f(x)}$, $f^3(x) = f(f^2(x)) = \frac{1+f^2(x)}{1-f^2(x)}$, ... 로 정의한다. 이 때, $f^{99}\left(-\frac{1}{2}\right)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1-\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}, \quad f^2\left(-\frac{1}{2}\right) = f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1+\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}} =$$

$$2, \quad f^3\left(-\frac{1}{2}\right) = f(2) = \frac{1+2}{1-2} = -3$$

$$f^4\left(-\frac{1}{2}\right) = f(-3) = \frac{1-3}{1+3} = -\frac{1}{2}, \quad \dots$$

$$f^n\left(-\frac{1}{2}\right) \text{ 는 } \frac{1}{3}, 2, -3, -\frac{1}{2} \text{ 의 값을 순환한다.}$$

$$99 \div 4 = 24 \cdots 3 \text{ 이므로}$$

$$\therefore f^{99}\left(-\frac{1}{2}\right) = f^3\left(-\frac{1}{2}\right) = -3$$

14. 두 함수 $f(x) = -\frac{2}{x}$, $g(x) = 2x + 1$ 에 대하여 $f(2) = a$ 일 때, $g(x) = a$ 를 만족하는 x 의 값은?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$$f(x) = -\frac{2}{x}, g(x) = 2x + 1 \text{에서}$$

$$f(2) = -\frac{2}{2} = -1 = a \text{이므로}$$

$$g(x) = 2x + 1 = -1, 2x = -2$$

$$\therefore x = -1$$

15. 함수 $f(x) = ax + 1 - (a - x)$, $f(2) = -1$ 일 때, $3f(1) - 2f(-2) = 2f(k)$ 를 만족하는 k 에 대하여 $3k$ 의 값은?(단, a 는 상수)

① 10

② 11

③ 12

④ 13

⑤ 14

해설

$$f(x) = ax + 1 - (a - x) = (a + 1)x + 1 - a$$

$$f(2) = -1 \text{ 에서 } a + 3 = -1$$

$$\therefore a = -4$$

$$\text{따라서 } f(x) = -3x + 5 \text{ 이므로}$$

$$3f(1) - 2f(-2) = 3 \times 2 - 2 \times 11 = -16$$

$$2f(k) = -6k + 10 \text{ 이므로}$$

$$-6k + 10 = -16$$

$$\therefore k = \frac{13}{3}, 3k = 13$$

16. x 가 1, 2 이고 y 가 a, b, c 일 때, 만들 수 있는 함수 $y = f(x)$ 는 모두 몇 개인가?

- ① 3 개 ② 5 개 ③ 6 개 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

$f(1) = a, f(2) = a$
 $f(1) = a, f(2) = b$
 $f(1) = a, f(2) = c$
 $f(1) = b, f(2) = a$
 $f(1) = b, f(2) = b$
 $f(1) = b, f(2) = c$
 $f(1) = c, f(2) = a$
 $f(1) = c, f(2) = b$
 $f(1) = c, f(2) = c$
함수의 갯수는 9개이다.

17. 점 $Q(x, y)$ 에 대하여 점 $Q'(x', y')$ 를 $x' = 2x + 3, y' = 2x - y$ 와 같이 대응시킬 때, 점 $Q(1, 2)$ 가 대응되는 점 Q' 의 좌표를 (a, b) 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$Q(1, 2)$

$x' = 2x + 3, y' = 2x - y$ 에서

$a = 2 \times 1 + 3 = 5, b = 2 \times 1 - 2 = 0$ 이다.

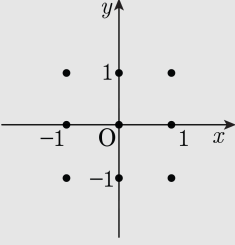
$\therefore a + b = 5 + 0 = 5$

18. $|x| < 2, |y| < 2$ 를 만족하는 정수 x, y 를 꼭짓점으로 하여 만들 수 있는 삼각형의 갯수를 구하면?

- ① 70 개 ② 72 개 ③ 74 개 ④ 76 개 ⑤ 78 개

해설

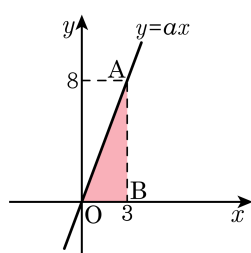
$|x| < 2$ 인 정수이므로 $x = -1, 0, 1$
 $|y| < 2$ 인 정수이므로 $y = -1, 0, 1$
 x, y 는 정수이므로 이것을 좌표평면에 나타내면 다음과 같다.



좌표 평면위의 점이 9 개이므로 9 개의 점 중에서 3 개를 선택 하면 삼각형을 만들 수 있다. 그러나 직선 위에 있는 점 3 개 는 삼각형을 만들지 못하므로 만들 수 있는 삼각형의 갯수는 $\frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2 \times 1} - 8 = 84 - 8 = 76$ (개)이다.

19. 다음 그림에서 함수 $y = ax$ 의 그래프가 삼각형 AOB 의 넓이를 이등분한다고 할 때, a 의 값은?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1
 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$



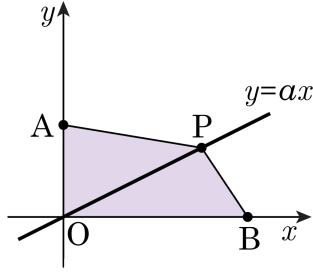
해설

함수 $y = ax$ 의 그래프와 선분 AB 가 만나는 점을 P 라고 하면 선분 AP 와 선분 BP 의 길이가 같아야 넓이가 같으므로 점 P 의 좌표는 (3, 4) 이다.

$y = ax$ 에 $x = 3$, $y = 4$ 를 대입하면 $4 = 3a$

$$\therefore a = \frac{4}{3}$$

20. 두 점 $B(4,0), A(0,2)$ 가 있다. 다음 그림과 같이 제 1 사분면 위의 점 P 를 지나는 직선 $y = ax$ 가 삼각형 $OBPA$ 의 넓이를 이등분 할 때, a 의 값은?



- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ 4

해설

P점의 좌표를 (x,y) 라 하면
 (삼각형 BPO의 넓이) = (삼각형 POA의 넓이) 이므로
 $4 \times y \times \frac{1}{2} = 2 \times x \times \frac{1}{2}$
 $x = 2y$
 P(2y,y)를 $y = ax$ 에 대입하면
 $y = a \times 2y, 2a = 1$
 $\therefore a = \frac{1}{2}$

21. 점 (x, y) 중에서 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점을 격자점이라고 한다.
 x 의 값이 $-10 \leq x \leq 10$ 인 0이 아닌 정수일 때, 함수 $y = \frac{x}{3}$ 의 그래프 위에 있는 격자점의 개수를 a 개, $y = \frac{12}{x}$ 의 그래프 위에 있는 격자점의 개수를 b 개라 한다. $2a + b$ 의 값은?

① 10 ② 14 ③ 18 ④ 22 ⑤ 26

해설

$y = \frac{x}{3}$ 의 그래프 위의 격자점은

$(-9, -3), (-6, -2), (-3, 1), (3, -1), (6, 2), (9, 3)$ 6개이므로 $a = 6$

$y = \frac{12}{x}$ 의 그래프 위의 격자점은

$(-6, -2), (-4, -3), (-3, -4), (-2, -6), (-1, -12), (1, 12), (2, 6), (3, 4), (4, 3), (6, 2)$ 10개이므로 $b = 10$

$\therefore 2a + b = 2 \times 6 + 10 = 22$

22. 직선 $y = 3x - k$ 의 그래프가 두 함수 $y = -\frac{2}{5}x$, $y = -\frac{5}{2x}$ 의 그래프의 교점 중 한 점을 지난다고 할 때, 가능한 k 의 값을 모두 더한 값은?

- ① $-\frac{7}{2}$ ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ $\frac{7}{2}$

해설

$$-\frac{2}{5}x = -\frac{5}{2x}, x^2 = \frac{25}{4}, x = \pm \frac{5}{2}$$

따라서, 교점은 $\left(\frac{5}{2}, -1\right), \left(-\frac{5}{2}, 1\right)$

$y = 3x - k$ 에 $x = \frac{5}{2}, y = -1$ 을 대입하면

$$-1 = 3 \times \frac{5}{2} - k, k = \frac{17}{2}$$

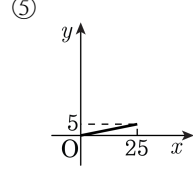
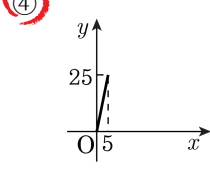
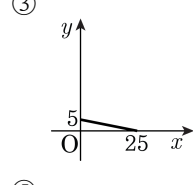
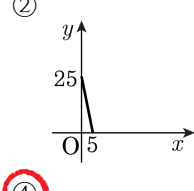
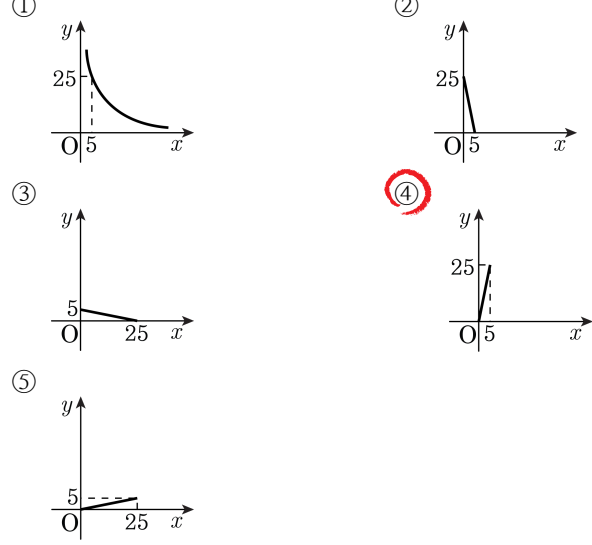
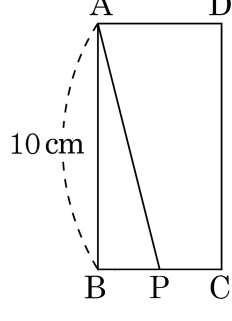
$y = 3x - k$ 에 $x = -\frac{5}{2}, y = 1$ 을 대입하면

$$1 = 3 \times \left(-\frac{5}{2}\right) - k, k = -\frac{17}{2}$$

$$\therefore k = -\frac{17}{2}, k = \frac{17}{2}$$

따라서 k 의 모든 값을 더한 값은 0 이다.

23. 다음 그림의 사각형 ABCD는 세로의 길이가 10 cm, 가로 길이가 5 cm인 직사각형이다. 점 P가 B에서 출발하여 변 BC 위에 C를 향하여 움직이며, P가 x cm 나아갔을 때의 삼각형 ABP의 넓이를 y cm²라 하자. x, y 사이의 관계식에 대한 그래프는?

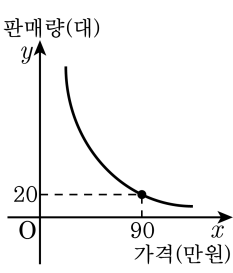


해설

△ABP의 넓이 : $y = \frac{1}{2} \times x \times 10 = 5x$

x 는 점 B를 출발해서 C까지 움직이므로 $(0 \leq x \leq 5)$ 이다.
따라서 넓이는 $(0 \leq y \leq 25)$ 이다.

24. 다음 그림은 어느 회사의 한 달 평균 A 상품 판매량과 가격 사이의 관계를 나타낸 그래프이다. 현재 이 상품의 가격이 90만 원일 때, 판매량을 20% 증가시키려면 가격을 얼마로 해야 하는지 구하여라.



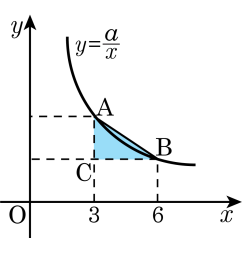
▶ 답 : 만원

▷ 정답 : 75만원

해설

판매량은 가격에 반비례한다.
가격을 x 만 원, 판매량을 y 대라 하면
 $y = \frac{a}{x}$ 에 $x = 90$, $y = 20$ 을 대입하면 $20 = \frac{a}{90}$, $a = 1800$
즉, 함수의 식은 $y = \frac{1800}{x} (x > 0)$
판매량을 20% 증가시키려면 $20 \times 1.2 = 24$ (대)
 $y = \frac{1800}{x}$ 에 $y = 24$ 를 대입하면
 $24 = \frac{1800}{x} \quad \therefore x = 75$

25. 다음 그림과 같이 두 점 A, B가 함수 $y = \frac{a}{x}$ 의 그래프 위에 있고 점 A에서 그은 y 축과 평행한 직선과 점 B에서 그은 x 축과 평행한 직선이 만나는 점을 C라 할 때, 삼각형 ACB의 넓이는 3이다. 이때, a 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 12$

해설

$$x = 3 \text{ 일 때 } y = \frac{a}{3} \therefore A \left(3, \frac{a}{3} \right)$$

$$x = 6 \text{ 일 때 } y = \frac{a}{6} \therefore B \left(6, \frac{a}{6} \right)$$

$$(\text{삼각형 ACB의 넓이}) = \left(\frac{a}{3} - \frac{a}{6} \right) \times 3 \times \frac{1}{2} = 3$$

$$\frac{a}{4} = 3, a = 12$$