

1. 함수 $f(x) = ax + 1$ 에서 $f(3) = -2$ 일 때, $2f(-1) + 3f(1)$ 의 값은?

① -1

② 0

③ 2

④ 4

⑤ 6

해설

$$f(3) = 3a + 1 = -2$$

$$\therefore a = -1$$

$$f(x) = -x + 1$$

$$2f(-1) + 3f(1) = 4 + 0 = 4$$

2. x 의 범위가 $0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1$ 인 함수 $y = 8x$ 의 y 의 범위가 될 수 있는 것을 고르면?
- ① 10 이하의 짝수 ② 8의 약수
③ $0 \leq x \leq 10$ 인 정수 ④ 10보다 작은 짝수
⑤ 2의 배수

해설

y 의 범위는 함숫값을 모두 포함해야 한다.

$y = 8x$ 에서

$$f(0) = 0, f\left(\frac{1}{4}\right) = 2, f\left(\frac{1}{2}\right) = 4, f(1) = 8$$

이므로 함숫값의 범위는 0, 2, 4, 8이다.

- ① 2, 4, 6, 8, 10
② 1, 2, 4, 8
③ 0, 1, 2, $\dots$, 10
④ 2, 4, 6, 8
⑤ 2, 4, 6, 8, $\dots$

따라서 함숫값 0, 2, 4, 8이 모두 포함되어 있는 것은 $0 \leq x \leq 10$ 인 정수이다.

3. x 의 범위가 $5 < x \leq 10$ 인 자연수일 때, 이 함수 $y = \frac{x}{3}$ 의 함숫값들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{40}{3}$

해설

x 의 범위에 속하는 x 가 6, 7, 8, 9, 10이므로

$$x = 6 \text{ 일 때, } y = \frac{6}{3} = 2$$

$$x = 7 \text{ 일 때, } y = \frac{7}{3}$$

$$x = 8 \text{ 일 때, } y = \frac{8}{3}$$

$$x = 9 \text{ 일 때, } y = \frac{9}{3}$$

$$x = 10 \text{ 일 때, } y = \frac{10}{3}$$

따라서 함숫값의 범위는 $2, \frac{7}{3}, \frac{8}{3}, \frac{9}{3}, \frac{10}{3}$ 이므로

구하는 합은 $\frac{6}{3} + \frac{7}{3} + \frac{8}{3} + \frac{9}{3} + \frac{10}{3} = \frac{40}{3}$ 이다.

4. x 의 값이 1 이상 4 이하인 자연수이고, y 의 값이 -3 이상 8 이하인 정수 일 때, 다음 중 y 가 x 의 함수인 것은?
- ① $y = (x$ 와 3의 곱보다 2만큼 작은 수)
 - ② $y = (x$ 보다 5만큼 큰 수)
 - ③ $y = (x$ 의 절댓값에 2를 곱한 수)
 - ④ $y = ($ 절댓값이 x 보다 큰 자연수)
 - ⑤ $y = ($ 절댓값이 x 보다 작은 정수)

해설

x 의 값이 1, 2, 3, 4이고, y 의 값이 $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ 이다.

③ $y = 2|x|$

함숫값은 2, 4, 6, 8이므로 모든 함수값이 y 의 범위에 포함된다.

① $y = 3x - 2$

함숫값은 1, 4, 7, 10이므로 함수값이 y 의 값에 포함되지 않는다.

② $y = x + 5$

함숫값은 6, 7, 8, 9이므로 함수값이 y 의 값에 포함되지 않는다.

④ $y = ($ 절댓값이 x 보다 큰 자연수)

절댓값이 1보다 큰 자연수 $\Rightarrow 2, 3, 4, 5, \dots$

무수히 많다.

절댓값이 2보다 큰 자연수 $\Rightarrow 3, 4, 5, 6, \dots$

무수히 많다.

x 의 값 한 개에 대응하는 값이 한 개가 아니다.

$\therefore$ 함수가 아니다.

⑤ $y = ($ 절댓값이 x 보다 작은 정수의 개수)

절댓값이 1보다 작은 정수 $\Rightarrow 0$

절댓값이 2보다 작은 정수 $\Rightarrow -1, 0, 1$

절댓값이 3보다 작은 정수 $\Rightarrow -2, -1, 0, 1, 2$

x 의 값 한 개에 대응하는 값이 한 개가 아니다.

$\therefore$ 함수가 아니다.

5. 점 $A(a+1, b+3)$ 이 x 축 위에 있고, 점 $B(a, b-1)$ 이 y 축 위에 있을 때, 점 (a, b) 의 좌표를 구하여라.

① $(-1, -3)$

② $(-1, 1)$

③ $(0, -3)$

④ $(0, 1)$

⑤ $(-1, -2)$

해설

점 A 가 x 축 위에 있으려면 점 A 의 y 좌표가 0이어야 한다.

$$b+3=0 \quad \therefore b=-3$$

점 B 가 y 축 위에 있으려면 점 B 의 x 좌표가 0이어야 한다.

$$a=0$$

따라서 점 (a, b) 의 좌표는 $(0, -3)$ 이다.

6. 다음 보기 중 점 A(-4, a) 가 제 3 사분면 위의 점일 때, a 의 값이 될 수 없는 것을 모두 골라라.

보기

- ☐ Ⓐ -2
- ☐ Ⓑ 3
- ☐ Ⓒ $\frac{1}{3}$
- ☐ Ⓓ $-\frac{99}{100}$
- ☐ Ⓔ 0

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : Ⓒ

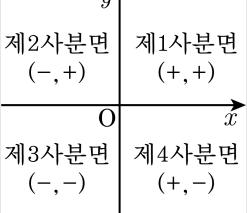
▶ 정답 : Ⓓ

▶ 정답 : Ⓔ

해설

점 A 가 제 3 사분면 위에 있으려면 부호가 (-, -) 가 되어야 한다.

따라서 y 좌표에 0 이나 양수는 들어갈 수 없다.



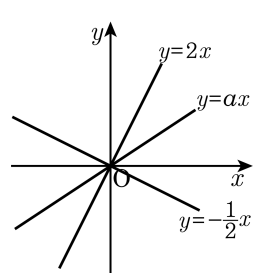
7. 점 $(ab, a - b)$ 는 제2사분면의 점이고, 점 $(c^3, c + d)$ 는 제4사분면의 점이다. 이 때 점 (ac, bd) 는 제 몇 사분면의 점인가?
- ① 제1사분면
 - ② 제2사분면
 - ③ 제3사분면
 - ④ 제4사분면
 - ⑤ 어느 사분면에도 속하지 않는다.

해설

$(ab, a - b)$ 가 제2사분면 위의 점이므로
 $ab < 0, a - b > 0$ 에서 a, b 는 서로 다른 부호임을 알 수 있고,
 $a - b > 0$ 이므로 $a > 0, b < 0$ 이다.
 $(c^3, c + d)$ 은 제4사분면 위의 점이므로
 $c^3 > 0, c + d < 0$ 에서 $c > 0$ 이고 $d < 0$ 이다.
따라서, $ac > 0, bd > 0$ 이므로 점 (ac, bd) 은 제1사분면 위의 점이다.

8. 함수 $y = ax$ 의 그래프가 다음 그림과 같이 두 함수 $y = 2x$, $y = -\frac{1}{2}x$ 의 그래프 사이에 있을 때, a 의 값의 범위는?

- ① $-2 < a < \frac{1}{2}$ ② $-1 < a < 1$
 ③ $-\frac{1}{2} < a < 2$ ④ $-\frac{1}{2} < a < 3$
 ⑤ $0 < a < 3$



해설

a 가 $-\frac{1}{2}$ 와 2 사이에 있어야 하므로
 $-\frac{1}{2} < a < 2$

9. 두 점 A(6, a), B(b , -2) 가 각각 두 함수 $y = \frac{5}{3}x$, $y = -\frac{1}{3}x$ 의 그래프 위의 점일 때, 두 점 사이의 거리는?

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

$$y = \frac{5}{3}x \text{에 } x = 6, y = a \text{를 대입하면 } a = \frac{5}{3} \times 6$$

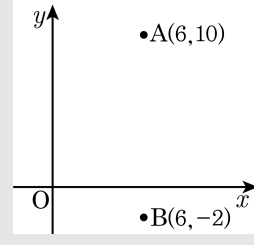
$$\therefore a = 10$$

$$y = -\frac{1}{3}x \text{에 } x = b, y = -2 \text{를 대입하면}$$

$$-2 = -\frac{1}{3} \times b$$

$$\therefore b = 6$$

$$\therefore A(6, 10), B(6, -2)$$



따라서 두 점 사이의 거리는 $10 - (-2) = 12$

10. 다음 함수의 그래프 중에서 x 가 증가할 때, y 가 감소하는 것은 모두 몇 개인가?(단, $x > 0$ 이다.)

㉠ $y = 2x$	㉡ $y = -\frac{2}{3}x$	㉢ $y = -4x$
㉤ $y = \frac{3}{x}$	㉥ $y = \frac{1}{2x}$	㉦ $y = -\frac{5}{x}$

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

▶ x 가 증가할 때, y 가 감소하는 것

(1) $y = ax(a \neq 0)$ (정비례) 식 : $a < 0$

(2) $y = \frac{a}{x}(a \neq 0, x \neq 0)$ (반비례) 식 : $a > 0$

$\therefore y = -4x, y = -\frac{2}{3}x, y = \frac{3}{x}, y = \frac{1}{2x}$

11. 함수 $y = -\frac{a}{x}$ 의 그래프가 두 점 $(2, 2), (k - 2, -4)$ 를 지날 때, k 의 값은?

① 3 ② 2 ③ 1 ④ -2 ⑤ -3

해설

$y = -\frac{a}{x}$ 에 $x = 2, y = 2$ 를 대입하면

$$2 = -\frac{a}{2}$$

$$a = -4$$

주어진 함수식은 $y = -\frac{-4}{x} = \frac{4}{x}$

점 $(k - 2, -4)$ 를 지나므로,

$$-4 = \frac{4}{k - 2}$$

$$k - 2 = -1$$

$$\therefore k = 1$$

12. 세 점 $\left(a, \frac{1}{2}\right)$, $(4, b)$, $(-2, 5)$ 가 함수 $y = \frac{c}{x}$ 의 그래프 위의 점일 때 $\frac{1}{a} \times b \times c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{5}{4}$

해설

$y = \frac{c}{x}$ ($c \neq 0$) 형태의 함수식이며,

$x = -2$ 일 때 $y = 5$ 이므로 $5 = \frac{c}{-2}$ 이며 $c = -10$ 이다.

따라서 그래프가 나타내는 함수의 식은 $y = -\frac{10}{x}$ 이고, 이 그래

프가 점 $\left(a, \frac{1}{2}\right)$, $(4, b)$ 를 지나므로

$$f(a) = \frac{1}{2} = -\frac{10}{a} \quad \therefore a = -20$$

$$f(4) = -\frac{10}{4} = b \quad \therefore b = -\frac{5}{2}$$

$$\text{따라서 } \frac{1}{a} \times b \times c = -\frac{1}{20} \times \left(-\frac{5}{2}\right) \times (-10) = -\frac{5}{4}$$

13. 함수 $f(x) = 1 - \frac{1}{a}$ 에 대하여, $f^2 = f(f(x)) = 1 - \frac{1}{f(x)}$, $f^3 = f(f^2(x)) = 1 - \frac{1}{f^2(x)}$ 로 정의한다. $f^{99}(a) = \frac{1}{3}$ 일 때, $f^{199}(a)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$f^{99}(a) = \frac{1}{3} \text{ 이므로}$$

$$f^{100}(a) = 1 - \frac{1}{\frac{1}{3}} = -2,$$

$$f^{101}(a) = 1 - \frac{1}{-2} = \frac{3}{2},$$

$$f^{102}(a) = 1 - \frac{1}{\frac{3}{2}} \equiv \frac{1}{3} \text{ 이다.}$$

$-2, \frac{3}{2}, \frac{1}{3}$ 의 값을 순환한다.

$$100 \div 3 = 33 \cdots 1$$

$$199 \div 3 = 66 \cdots 1 \text{ 이므로}$$

$$\therefore f^{199}(a) = f^{100}(a) = -2$$

14. 두 함수 $f(x) = -2x + 1$, $g(x) = x - 3$ 에 대하여 $f(2) = a$ 일 때, $g(a)$ 의 값은?

① -2

② -4

③ -6

④ -8

⑤ -10

해설

$$f(x) = -2x + 1, g(x) = x - 3 \text{에서}$$

$$f(2) = -2 \times 2 + 1 = -3$$

$$g(a) = g(-3) = -3 - 3 = -6$$

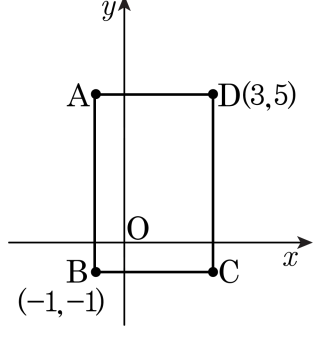
15. x 가 1, 2이고 y 가 5, 6, 7일 때 함수 $y = f(x)$ 에 대하여 모든 x 의 값에 대해 $x + f(x) = (\text{소수})$ 를 만족시키는 함수 f 의 갯수는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x + f(x) = \text{소수}$, 즉 $x + y = \text{소수}$ 를 만족하는 경우는 (1, 6), (2, 5)인 경우밖에 없으므로 만족하는 함수의 갯수는 1개이다.

16. 다음 그림에서 점 P는 직사각형 ABCD의 둘레를 움직인다. 점 P의 좌표를 (a, b) 라고 할 때, $a - b$ 의 값이 최소가 될 때의 $3a + 2b$ 의 값을 구하면?



- ① -5 ② -3 ③ 3 ④ 7 ⑤ 9

해설

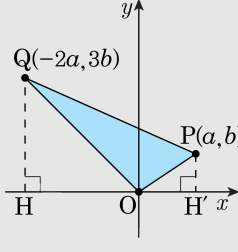
A(-1, 5), C(3, -1)이므로 $a - b$ 가 최소가 되기 위해서는 a 가 제일 작은 수, b 가 제일 큰 수가 되어야 한다.
따라서 P(-1, 5)일 때, $a - b$ 의 값이 최소가 된다.
따라서 $a = -1, b = 5$ 이므로 $3a + 2b = 3 \times (-1) + 2 \times 5 = 7$ 이다.

17. 두 점 $P(a, b)$, $Q(-2a, 3b)$ 에 대하여 $\triangle OPQ$ 의 넓이가 15일 때, ab 의 값은?(단, $a > 0, b > 0$)

- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 5
- ⑤ 6

해설

주어진 조건대로 좌표평면에 그리면 다음과 같다.



$\triangle OPQ = \text{사다리꼴} PQHH' - \triangle OQH - \triangle OPH'$

$$= \frac{1}{2}(b + 3b) \times 3a - \frac{1}{2} \times 2a \times 3b - \frac{1}{2} \times a \times b$$
$$= 6ab - 3ab - \frac{1}{2}ab$$
$$= \frac{5}{2}ab$$

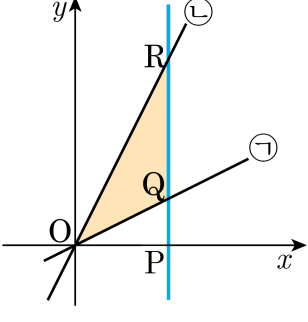
$\frac{5}{2}ab = 15$ 이므로 $ab = 6$ 이다.

18. 임의의 점 P_1 을 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 P_2 , 점 P_2 를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 P_3 , 점 P_3 를 y 축에 대하여 대칭이동한 점을 $P_4, \dots$ 라 하며, 이 과정을 반복하여 시행한다. 점 $P_1(3, -5)$ 가 주어졌을 때, 점 P_{58} 의 좌표를 $P_{58}(a, b)$ 라 할 때, $b - a$ 의 값은?
- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$P_1(3, 5)$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 점 P_2 는 $(3, 5)$
또, 이 점을 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점 P_3 는 $(5, 3)$
 y 축에 대하여 대칭이동한 점 P_4 는 $(-5, 3)$
같은 방법으로 계속하면 $P_5(-5, -3), P_6, P_7 \dots$ 이 되고, $P_1 = P_7$
이 되므로 여섯 번 이동하면 처음과 같아진다.
따라서 $P_{58} = P_6 \times 9 + 4 = P_4$ 이므로 $(-5, 3)$ 이고, $b - a = 3 - (-5) = 8$ 이다.

19. 다음 그림은 두 직선 $y = \frac{1}{2}x \cdots \textcircled{\text{㉠}}$, $y = 2x \cdots \textcircled{\text{㉡}}$ 이다. x 축 위의 점 P 를 지나서 y 축에 평행한 직선이 $\textcircled{\text{㉠}}$, $\textcircled{\text{㉡}}$ 와 만나는 점을 각각 Q, R 이라고 한다. $P(4, 0)$ 일 때, $\triangle OQR$ 의 넓이는?



- ① 4
- ② 6
- ③ 8
- ④ 10
- ⑤ 12

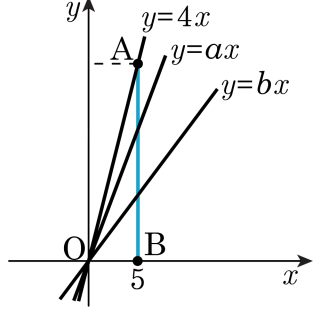
해설

$x = 4$ 이므로 $y = 2x$ 에서 $R(4, 8)$

$y = \frac{1}{2}x$ 에서 $Q(4, 2)$

$\triangle OQR = \frac{1}{2} \times (8 - 2) \times 4 = 12$

20. 다음 그림과 같이 직선 $y = 4x$ 위의 한 점 A에서 x 축에 내린 수선의 발을 B(5, 0)이라고 한다. $y = ax, y = bx$ 의 그래프가 삼각형 AOB의 넓이를 3등분 할 때, $a - b$ 의 값은?



- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

해설

선분 AB를 3등분하는 점들의 좌표는 $\left(5, \frac{20}{3}\right), \left(5, \frac{40}{3}\right)$ 이므로

$$\frac{20}{3} = 5b, b = \frac{4}{3}$$

$$\frac{40}{3} = 5a, a = \frac{8}{3}$$

$$\therefore a - b = \frac{4}{3}$$

21. 점 (x, y) 중에서 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점을 격자점이라고 한다.
 x 의 값이 $-16 \leq x \leq 16$ 인 0이 아닌 정수일 때, 함수 $y = \frac{x}{4}$ 의 그래프 위에 있는 격자점의 개수를 a 개, $y = -\frac{16}{x}$ 의 그래프 위에 있는 격자점의 개수를 b 개라 한다. $2a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$y = \frac{x}{4}$ 의 그래프 위의 격자점은

$(-16, -4)$, $(-12, -3)$, $(-8, -2)$, $(-4, -1)$, $(4, 1)$, $(8, 2)$, $(12, 3)$, $(16, 4)$ 로 8개이므로 $a = 8$

$y = -\frac{16}{x}$ 의 그래프 위의 격자점은

$(-16, 1)$, $(-8, 2)$, $(-4, 4)$, $(-2, 8)$, $(-1, 16)$, $(1, -16)$, $(2, -8)$, $(4, -4)$, $(8, -2)$, $(16, -1)$ 로 10개이므로 $b = 10$

$\therefore 2a - b = 2 \times 8 - 10 = 6$

22. 직선 $y = 4x + k$ 의 그래프가 두 함수 $y = -3x$, $y = -\frac{3}{4x}$ 의 그래프의 교점 중 한 점을 지난다고 할 때, 가능한 k 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{7}{2}$

▷ 정답 : $\frac{7}{2}$

해설

$$-3x = -\frac{3}{4x}, x^2 = \frac{1}{4}$$

$$\therefore x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = -\frac{1}{2}$$

$$\text{따라서 교점은 } \left(\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}\right), \left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$$

$$y = 4x + k \text{ 에 } x = \frac{1}{2}, y = -\frac{3}{2} \text{ 을 대입하면}$$

$$-\frac{3}{2} = 4 \times \frac{1}{2} + k, k = -\frac{7}{2}$$

$$y = 4x + k \text{ 에 } x = -\frac{1}{2}, y = \frac{3}{2} \text{ 을 대입하면}$$

$$\frac{3}{2} = 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + k, k = \frac{7}{2}$$

$$\therefore k = -\frac{7}{2}, k = \frac{7}{2}$$

23. 교실 청소를 하는데 A 가 혼자하면 20분 걸리고, B 가 혼자하면 30분 걸리고, C 가 혼자하면 15분 걸린다고 한다. A, B, C 의 3명이 함께 교실청소를 할 때, 몇 분이 걸리는지 구하여 소수 셋째자리에서 반올림하여 소수 둘째 자리까지 나타내면?
- ① 6.24분 ② 6.28분 ③ 6.54분
④ 6.59분 ⑤ 6.67분

해설

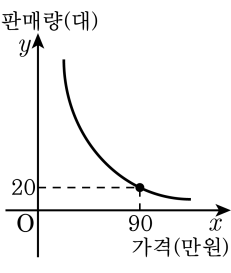
A, B, C 가 일한 시간을 x 시간이라고 하고, 일한 양을 $y\%$ 라 하여 그래프를 나타내면

A 함수의 식은 $y = 5x$
 B 함수의 식은 $y = \frac{10}{3}x$
 C 함수의 식은 $y = \frac{20}{3}x$

따라서 함께 일 할때 걸리는 시간은

$$5x + \frac{10x}{3} + \frac{20}{3}x = 100$$
$$\therefore x = \frac{20}{3} \approx 6.67(\text{분})$$

24. 다음 그림은 어느 회사의 한 달 평균 A 상품 판매량과 가격 사이의 관계를 나타낸 그래프이다. 현재 이 상품의 가격이 90만 원일 때, 판매량을 20% 증가시키려면 가격을 얼마로 해야 하는지 구하여라.



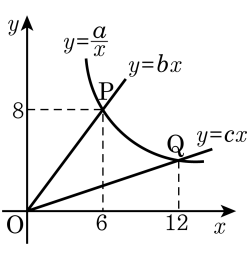
▶ 답 : 만원

▷ 정답 : 75만원

해설

판매량은 가격에 반비례한다.
가격을 x 만 원, 판매량을 y 대라 하면
 $y = \frac{a}{x}$ 에 $x = 90$, $y = 20$ 을 대입하면 $20 = \frac{a}{90}$, $a = 1800$
즉, 함수의 식은 $y = \frac{1800}{x} (x > 0)$
판매량을 20% 증가시키려면 $20 \times 1.2 = 24$ (대)
 $y = \frac{1800}{x}$ 에 $y = 24$ 를 대입하면
 $24 = \frac{1800}{x} \quad \therefore x = 75$

25. 다음 그림은 세 함수 $y = \frac{a}{x}$, $y = bx$, $y = cx$ 의 그래프의 일부를 그린 것이다. 그래프의 교점을 P, Q라 할 때, 삼각형 POQ의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

$y = \frac{a}{x}$ 에 $x = 6$, $y = 8$ 을 대입하면
 $8 = \frac{a}{6}$, $a = 48$
 $\therefore y = \frac{48}{x}$
 $y = \frac{48}{12} = 4$ 이므로 Q (12, 4)
 $\therefore$ (삼각형POQ의 넓이)
 $= 12 \times 8 - \left(6 \times 8 \times \frac{1}{2} + 12 \times 4 \times \frac{1}{2} + 6 \times 4 \times \frac{1}{2} \right)$
 $= 36$