

1. 함수 $y = \frac{8}{x}$ 에서 x 가 $1 \leq x \leq 4$ 이고 함숫값이 $a \leq y \leq b$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

- ① 5 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 15

해설

$y = \frac{8}{x}$ 는 x 가 증가하면 y 는 감소하므로

$x = 4$ 일 때, $y = a$ 이다.

$$a = 8 \div 4 = 2$$

$$\therefore a = 2$$

$x = 1$ 일 때, $y = b$ 이므로

$$b = \frac{8}{1} = 8$$

$$\therefore b = 8$$

$$\therefore a + b = 10$$

2. 함수 $f(x) = -\frac{1}{2}x$ 의 함숫값이 -1 이상 2 이하인 정수일 때, 이 함수의 x 의 값 중 가장 작은 수에서 가장 큰 수를 뺀 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

함숫값이 $-1, 0, 1, 2$ 이므로

$$-\frac{1}{2}x = -1 \therefore x = 2$$

$$-\frac{1}{2}x = 0 \therefore x = 0$$

$$-\frac{1}{2}x = 1 \therefore x = -2$$

$$-\frac{1}{2}x = 2 \therefore x = -4$$

x 의 값은 $-4, -2, 0, 2$ 이다.

$$\therefore -4 - 2 = -6$$

3. 두 점 $A(8a-7, 2a-4)$, $B(6-2b, 2b+8)$ 이 각각 x 축, y 축 위에 있을 때, $a \times b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$A(8a-7, 2a-4)$ 가 x 축 위에 있을 때, y 좌표가 0 이므로
 $2a-4=0$

$$\therefore a=2$$

$B(6-2b, 2b+8)$ 가 y 축 위에 있을 때 x 좌표가 0 이므로
 $6-2b=0$

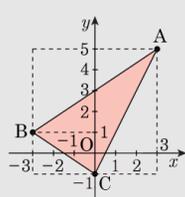
$$\therefore b=3$$

따라서 $a \times b = 2 \times 3 = 6$ 이다.

4. 좌표평면 위의 세 점 A(3, 5), B(-3, 1), C(0, -1)로 둘러싸인 $\triangle ABC$ 의 넓이는?

- ① 12 ② 9 ③ 8 ④ 6 ⑤ 3

해설



(삼각형의 넓이) = (직사각형의 넓이) - ($\triangle ABC$ 를 포함하지 않는 삼각형 3개의 넓이)

$\therefore \triangle ABC$ 의 넓이

$$= 6 \times 6 - \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 3 \right) - \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 6 \right) - \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 6 \right) = 36 - 24 =$$

12

5. 점 $P(a, b)$ 가 제 4 사분면 위의 점일 때, 점 $A(ab, a-b)$ 는 제 몇 사분면 위의 점인지 구하여라.

▶ 답: 사분면

▷ 정답: 제 2사분면

해설

$a > 0, b < 0$ 이므로 $ab < 0, a - b > 0$
따라서 $A(ab, a-b)$ 는 제 2 사분면 위에 있다.

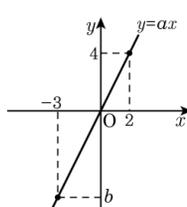
6. 점 $(ab, a - b)$ 는 제2사분면의 점이고, 점 $(c^3, c + d)$ 는 제4사분면의 점이다. 이 때 점 (ac, bd) 는 제 몇 사분면의 점인가?

- ① 제1사분면
- ② 제2사분면
- ③ 제3사분면
- ④ 제4사분면
- ⑤ 어느 사분면에도 속하지 않는다.

해설

$(ab, a - b)$ 가 제2사분면 위의 점이므로
 $ab < 0, a - b > 0$ 에서 a, b 는 서로 다른 부호임을 알 수 있고,
 $a - b > 0$ 이므로 $a > 0, b < 0$ 이다.
 $(c^3, c + d)$ 은 제4사분면 위의 점이므로
 $c^3 > 0, c + d < 0$ 에서 $c > 0$ 이고 $d < 0$ 이다.
따라서, $ac > 0, bd > 0$ 이므로 점 (ac, bd) 은 제1사분면 위의 점이다.

7. 함수 $y = ax$ 의 그래프가 두 점 $(2, 4)$, $(-3, b)$ 를 지날 때, a 와 b 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 2$

▷ 정답: $b = -6$

해설

우선 a 의 값을 구해보면, $4 = a \times 2$ 이므로, $a = 2$ 가 된다.
따라서 이 그래프는 $y = 2x$ 이므로 $b = 2 \times (-3)$, $b = -6$ 이다.

8. 두 점 $A(6, a)$, $B(b, -2)$ 가 각각 두 함수 $y = \frac{5}{3}x$, $y = -\frac{1}{3}x$ 의 그래프 위의 점일 때, 두 점 사이의 거리는?

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

$$y = \frac{5}{3}x \text{ 에 } x = 6, y = a \text{ 를 대입하면 } a = \frac{5}{3} \times 6$$

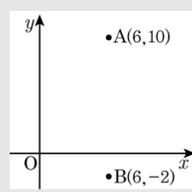
$$\therefore a = 10$$

$$y = -\frac{1}{3}x \text{ 에 } x = b, y = -2 \text{ 를 대입하면}$$

$$-2 = -\frac{1}{3} \times b$$

$$\therefore b = 6$$

$$\therefore A(6, 10), B(6, -2)$$



따라서 두 점 사이의 거리는 $10 - (-2) = 12$

9. 다음 조건을 만족하는 함수가 있다고 할 때, mn 의 값을 구하여라.

- ㉠ 두 점 $(4, n), (m, 6)$ 을 지난다.
- ㉡ 원점을 지나는 직선이다.

▶ 답 :

▶ 정답 : $mn = 24$

해설

원점을 지나는 직선이므로 $y = ax$ 의 함수식을 이용한다.

두 점 $(4, n), (m, 6)$ 을 대입하면

$4a = n, am = 6$ 이다.

$4a = n$ 은 a 에 대해서 정리하면 $a = \frac{n}{4}$ 이므로 $am = 6$ 에 대입하면

$am = \frac{n}{4} \times m = 6$ 이다.

따라서 $\frac{mn}{4} = 6$ 이고, $mn = 24$ 이다.

10. 다음 함수의 그래프 중에서 x 가 증가할 때, y 가 감소하는 것은 모두 몇 개인가?(단, $x > 0$ 이다.)

㉠ $y = 2x$	㉡ $y = -\frac{2}{3}x$	㉢ $y = -4x$
㉣ $y = \frac{3}{x}$	㉤ $y = \frac{1}{2x}$	㉥ $y = -\frac{5}{x}$

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

▶ x 가 증가할 때, y 가 감소하는 것

(1) $y = ax(a \neq 0)$ (정비례) 식 : $a < 0$

(2) $y = \frac{a}{x}(a \neq 0, x \neq 0)$ (반비례) 식 : $a > 0$

$\therefore y = -4x, y = -\frac{2}{3}x, y = \frac{3}{x}, y = \frac{1}{2x}$

11. x 의 값이 $-9 \leq x \leq -4$ 인 함수 $y = \frac{a}{x}$ ($a < 0$)의 함숫값의 범위가 $4 \leq y \leq b$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -45

해설

함수 $y = \frac{a}{x}$ 의 그래프는 $a < 0$ 이므로 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

따라서, $x = -9$ 일 때, $y = 4$ 이고, $x = -4$ 일 때, $y = b$ 이다.

$y = \frac{a}{x}$ 에 $x = -9$, $y = 4$ 를 대입하면

$$4 = -\frac{a}{9}, a = -36$$

$y = -\frac{36}{x}$ 에 $x = -4$, $y = b$ 를 대입하면

$$b = -\frac{36}{-4} = 9$$

$$\therefore a - b = -36 - 9 = -45$$

12. 세 점 $(a, \frac{1}{2})$, $(4, b)$, $(-2, 5)$ 가 함수 $y = \frac{c}{x}$ 의 그래프 위의 점일 때 $\frac{1}{a} \times b \times c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{5}{4}$

해설

$y = \frac{c}{x}$ ($c \neq 0$) 형태의 함수식이며,

$x = -2$ 일 때 $y = 5$ 이므로 $5 = \frac{c}{-2}$ 이며 $c = -10$ 이다.

따라서 그래프가 나타내는 함수의 식은 $y = -\frac{10}{x}$ 이고, 이 그래

프가 점 $(a, \frac{1}{2})$, $(4, b)$ 를 지나므로

$$f(a) = \frac{1}{2} = -\frac{10}{a} \quad \therefore a = -20$$

$$f(4) = -\frac{10}{4} = b \quad \therefore b = -\frac{5}{2}$$

$$\text{따라서 } \frac{1}{a} \times b \times c = -\frac{1}{20} \times \left(-\frac{5}{2}\right) \times (-10) = -\frac{5}{4}$$

13. 함수 $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$ 에 대하여, $f^2(x) = f(f(x)) = \frac{1+f(x)}{1-f(x)}$, $f^3(x) = f(f^2(x)) = \frac{1+f^2(x)}{1-f^2(x)}$, ... 로 정의한다. 이 때, $f^{99}\left(-\frac{1}{2}\right)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -3

해설

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1-\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}, \quad f^2\left(-\frac{1}{2}\right) = f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1+\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}} =$$

$$2, \quad f^3\left(-\frac{1}{2}\right) = f(2) = \frac{1+2}{1-2} = -3$$

$$f^4\left(-\frac{1}{2}\right) = f(-3) = \frac{1-3}{1+3} = -\frac{1}{2}, \quad \dots$$

$f^n\left(-\frac{1}{2}\right)$ 는 $\frac{1}{3}, 2, -3, -\frac{1}{2}$ 의 값을 순환한다.

$99 \div 4 = 24 \dots 3$ 이므로

$$\therefore f^{99}\left(-\frac{1}{2}\right) = f^3\left(-\frac{1}{2}\right) = -3$$

14. X 에서 Y 로의 함수 f, g 를 $f(x) = ax, g(x) = -\frac{b}{x}$ 로 정의 할 때, $2 \times f(-1) = 1$ 이다. $f = g$ 가 성립하도록 하는 계수 a, b 의 값은?(단, $a < b$)

① $a = -\frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}$

② $a = \frac{1}{2}, -b = \frac{1}{2}$

③ $a = -\frac{1}{2}, b = -\frac{1}{2}$

④ $a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}$

⑤ $a = 2, b = 2$

해설

$$2 \times f(-1) = -1 \rightarrow f(-1) = \frac{1}{2} \text{이다.}$$

$$f(-1) = -a = \frac{1}{2} \rightarrow a = -\frac{1}{2}, f(x) = -\frac{1}{2}x \text{이다.}$$

$$f = g \text{이므로 } f(1) = g(1)$$

$$\text{즉, } -\frac{1}{2}x = -\frac{b}{x} \text{이고, } f(1) = g(1) \text{이므로}$$

$$-\frac{1}{2} \times 1 = -\frac{b}{1}$$

$$\therefore b = \frac{1}{2}$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}$$

15. 함수 $f(x) = ax$ 에 대해 $f(2) = 1$ 이고, 함수 $g(x) = \frac{b}{x}$ 에 대해 $g(-1) = 3$ 일 때, ab 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{3}{2}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ -3

해설

$$2a = 1, a = \frac{1}{2}$$

$$\frac{b}{-1} = 3, b = -3$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times (-3) = -\frac{3}{2}$$

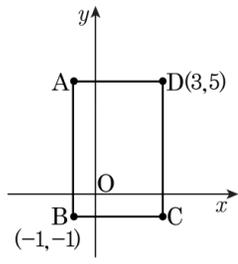
16. x 가 a, b, c, d 이고, y 가 1, 2, 3일 때, 함수 $y = f(x)$ 에 대하여 $f(a) + f(b) + f(c) + f(d) = 5$ 인 함수 f 의 갯수를 구하면?

- ① 2개 ② 3개 ③ 4개 ④ 5개 ⑤ 6개

해설

$f(a), f(b), f(c), f(d)$ 의 합이 5가 되려면
(1, 1, 1, 2), (1, 1, 2, 1), (1, 2, 1, 1), (2, 1, 1, 1)의 4개이다.

17. 다음 그림에서 점 P는 직사각형 ABCD의 둘레를 움직인다. 점 P의 좌표를 (a, b) 라고 할 때, $a - b$ 의 값이 최소가 될 때의 $3a + 2b$ 의 값을 구하면?



- ① -5 ② -3 ③ 3 ④ 7 ⑤ 9

해설

A(-1, 5), C(3, -1)이므로 $a - b$ 가 최소가 되기 위해서는 a 가 제일 작은 수, b 가 제일 큰 수가 되어야 한다.
 따라서 P(-1, 5)일 때, $a - b$ 의 값이 최소가 된다.
 따라서 $a = -1, b = 5$ 이므로 $3a + 2b = 3 \times (-1) + 2 \times 5 = 7$ 이다.

18. 좌표평면 위에 점이 $P(m+3, n-2)$ 와 y 축에 대칭인 점을 $(-3m, 2n)$ 이라 할 때, m, n 의 값은?

① $m = \frac{3}{2}, n = -2$

② $m = -\frac{3}{2}, n = 2$

③ $m = 2, n = -2$

④ $m = \frac{3}{2}, n = -\frac{1}{2}$

⑤ $m = 4, n = -6$

해설

y 축에 대하여 대칭인 점은 x 좌표의 부호만 바뀌므로

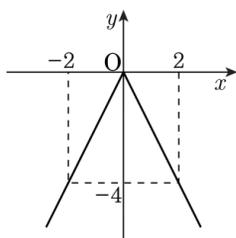
$$-(m+3) = -3m$$

$$\therefore m = \frac{3}{2}$$

$$n-2 = 2n$$

$$\therefore n = -2$$

19. 다음 중 아래 그래프의 식은?



① $y = -2x$

② $y = 2x$

③ $y = |2x|$

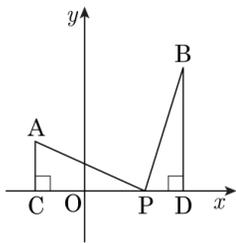
④ $y = -|2x|$

⑤ $y = -4|x|$

해설

④ $y = -|2x|$ 에 $x = -2$ 를 대입하면 $y = -4$ 이다.
또, $x = 2$ 를 대입하면 $y = -4$ 를 만족한다.

20. 다음 그림에서 두 점 A(-2,2), B(4,6)에서 x축에 수선을 내리고 그 교점을 C,D라 하자. $\triangle ACP$ 와 $\triangle BDP$ 의 넓이를 같게 하는 x축 위의 점을 점 P라고 한다. 이 때, $\triangle ACP$ 의 넓이는?



- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{7}{2}$ ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ $\frac{11}{2}$

해설

점 P의 좌표를 $(x, 0)$ 으로 놓으면 $\triangle APC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times (x+2) \times 2$

$\triangle BPD$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times (4-x) \times 6$

$$\frac{1}{2}(2+x) \times 2 = (4-x) \times \frac{1}{2} \times 6$$

$$x+2 = -3x+12$$

$$4x = 10$$

$$\therefore x = \frac{5}{2}$$

$$\therefore P\left(\frac{5}{2}, 0\right)$$

$$\begin{aligned} \therefore \triangle ACP \text{의 넓이} &= \frac{1}{2} \times (x+2) \times 2 \\ &= \frac{1}{2} \times 2 \times \left(\frac{5}{2} + 2\right) \\ &= \frac{9}{2} \end{aligned}$$

21. 함수 $\frac{12}{x}$ 의 그래프와 x 축, y 축으로 둘러싸인 부분에서 x 좌표와 y 좌표가 모두 자연수인 점의 갯수는? (단, 경계는 포함하지 않는다.)

- ① 20 ② 22 ③ 24 ④ 27 ⑤ 29

해설

$xy = 12$ 이고, x 축과 y 축 사이에 있으므로,
 $0 < xy < 12$ 이고, x, y 좌표가 자연수인 점을 차례로 찾으면
 $x = 1$ 일 때, $y = 1, 2, 3, \dots, 11$ 이므로 11개
 $x = 2$ 일 때, $y = 1, 2, 3, 4, 5$ 이므로 5개
 $x = 3$ 일 때, $y = 1, 2, 3$ 이므로 3개
 $x = 4, 5$ 일 때, $y = 1, 2$ 이므로 $2 \times 2 = 4$ 개
 $x = 6, 7, 8, 9, 10, 11$ 일 때, $y = 1$ 이므로 $6 \times 1 = 6$ 개
 $\therefore 11 + 5 + 3 + 4 + 6 = 29(\text{개})$

22. 직선 $y = 3x - k$ 의 그래프가 두 함수 $y = -\frac{2}{5}x$, $y = -\frac{5}{2x}$ 의 그래프의 교점 중 한 점을 지난다고 할 때, 가능한 k 의 값을 모두 더한 값은?

- ① $-\frac{7}{2}$ ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ $\frac{7}{2}$

해설

$$-\frac{2}{5}x = -\frac{5}{2x}, x^2 = \frac{25}{4}, x = \pm\frac{5}{2}$$

따라서, 교점은 $(\frac{5}{2}, -1)$, $(-\frac{5}{2}, 1)$

$y = 3x - k$ 에 $x = \frac{5}{2}$, $y = -1$ 을 대입하면

$$-1 = 3 \times \frac{5}{2} - k, k = \frac{17}{2}$$

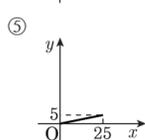
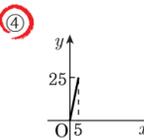
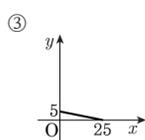
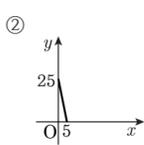
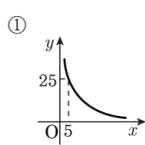
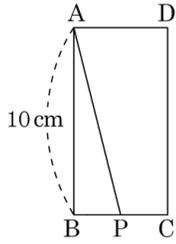
$y = 3x - k$ 에 $x = -\frac{5}{2}$, $y = 1$ 을 대입하면

$$1 = 3 \times \left(-\frac{5}{2}\right) - k, k = -\frac{17}{2}$$

$$\therefore k = -\frac{17}{2}, k = \frac{17}{2}$$

따라서 k 의 모든 값을 더한 값은 0이다.

23. 다음 그림의 사각형 ABCD는 세로의 길이가 10cm, 가로 길이가 5cm인 직사각형이다. 점 P가 B에서 출발하여 변 BC 위에 C를 향하여 움직이며, P가 x cm 나아갔을 때의 삼각형 ABP의 넓이를 y cm²라 하자. x, y 사이의 관계식에 대한 그래프는?

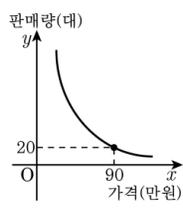


해설

$\triangle ABP$ 의 넓이 : $y = \frac{1}{2} \times x \times 10 = 5x$

x 는 점 B를 출발해서 C까지 움직이므로 $(0 \leq x \leq 5)$ 이다.
따라서 넓이는 $(0 \leq y \leq 25)$ 이다.

24. 다음 그림은 어느 회사의 한 달 평균 A 상품 판매량과 가격 사이의 관계를 나타낸 그래프이다. 현재 이 상품의 가격이 90만 원일 때, 판매량을 20% 증가시키려면 가격을 얼마로 해야 하는지 구하여라.



▶ 답: 만원

▷ 정답: 75만원

해설

판매량은 가격에 반비례한다.

가격을 x 만 원, 판매량을 y 대라 하면

$$y = \frac{a}{x} \text{ 에 } x = 90, y = 20 \text{ 을 대입하면 } 20 = \frac{a}{90}, a = 1800$$

즉, 함수의 식은 $y = \frac{1800}{x} (x > 0)$

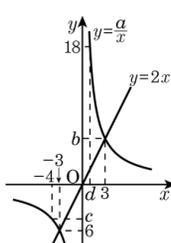
판매량을 20% 증가시키려면 $20 \times 1.2 = 24$ (대)

$$y = \frac{1800}{x} \text{ 에 } y = 24 \text{ 를 대입하면}$$

$$24 = \frac{1800}{x} \quad \therefore x = 75$$

25. 다음 그림과 같이 두 함수 $y = 2x$ 와 $y = \frac{a}{x}$ 의 그래프가 점 $(3, b)$ 에서 만날 때, $a - 2b + 3c + 4d$ 의 값은?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{3}{2}$ ③ $-\frac{5}{2}$
 ④ $-\frac{7}{2}$ ⑤ $-\frac{9}{2}$



해설

$y = 2x$ 에 $x = 3, y = b$ 를 대입하면 $b = 6$

점 $(3, 6)$ 은 함수 $y = \frac{a}{x}$ 의 그래프 위의 점이므로 $6 = \frac{a}{3}, a = 18$

$\therefore y = \frac{18}{x}$

점 $(-4, c)$ 가 함수 $y = \frac{18}{x}$ 의 그래프 위의 점이므로 $c = \frac{18}{-4} = -\frac{9}{2}$

점 $(d, 18)$ 이 함수 $y = \frac{18}{x}$ 의 그래프 위의 점이므로 $d = 1$

$\therefore a - 2b + 3c + 4d = 18 - 12 + 3 \times \left(-\frac{9}{2}\right) + 4 = -\frac{7}{2}$