

1. $f(x) = ax - 1 - (a - x)$ 가 $f(2) = 3$ 을 만족할 때, $f(2) + f(3) = 2f(b)$ 를 만족하는 b 의 값에 대하여 $4b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$f(x) = (a + 1)x - a - 1$ 이므로 $f(2) = 3$ 에서

$$3 = 2(a + 1) - a - 1$$

$$\therefore a = 2$$

즉, $f(x) = 3x - 3$ 이고

$f(2) + f(3) = 3 + 6 = 9$ 이므로

$2f(b) = 9$ 에서

$6b - 6 = 9$ 이다.

$$\therefore b = \frac{5}{2}$$

$$\therefore 4b = 10$$

2. 함수 $y = \frac{12}{x}$ 에서 x 의 범위가 $1 \leq x \leq 6$ 이고 함숫값의 범위가 $a \leq y \leq b$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

- ① 2 ② 4 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

해설

$$f(1) = 12$$

$$f(6) = 2$$

$$\therefore a = 2, b = 12, a + b = 14$$

3. x 가 $0 < x < 10$ 인 정수이고 $y = (x$ 를 3으로 나눈 나머지)일 때, $y = 2$ 에 대응하는 x 를 모두 구하면?

- ① 2 ② 0, 1, 2 ③ 2, 5, 8 ④ 3, 6, 9 ⑤ 2, 5

해설

$0 < x < 10$ 인 정수 중에서 3으로 나누었을 때 나머지가 2인 것을 찾으면 된다.
 $\therefore x = 2, 5, 8$

4. 점 A($a+1, b+3$) 이 x 축 위에 있고, 점 B($a, b-1$) 이 y 축 위에 있을 때, 점 (a, b) 의 좌표를 구하여라.

- ① ($-1, -3$) ② ($-1, 1$) ③ ($0, -3$)
④ ($0, 1$) ⑤ ($-1, -2$)

해설

점 A 가 x 축 위에 있으려면 점 A 의 y 좌표가 0이어야 한다.
 $b+3=0 \quad \therefore b=-3$
점 B 가 y 축 위에 있으려면 점 B 의 x 좌표가 0이어야 한다.
 $a=0$
따라서 점 (a, b) 의 좌표는 ($0, -3$) 이다.

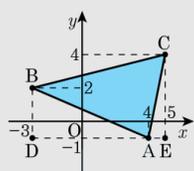
5. 좌표평면 위의 세 점 $A(4, -1)$, $B(-3, 2)$, $C(5, 4)$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

좌표평면 위에 세 점을 찍어 삼각형을 그리면 다음과 같다.



$$\square BDEC = \frac{1}{2} \times (3 + 5) \times 8 = 32$$

$$\triangle BDA = \frac{1}{2} \times 3 \times 7 = \frac{21}{2}$$

$$\triangle AEC = \frac{1}{2} \times 1 \times 5 = \frac{5}{2}$$

$$\therefore \triangle ABC = 32 - \frac{21}{2} - \frac{5}{2} = 19$$

6. 점 $P(a, b)$ 가 제 4 사분면 위의 점일 때, 점 $A(ab, a-b)$ 는 제 몇 사분면 위의 점인지 구하여라.

▶ 답: 사분면

▷ 정답: 제 2사분면

해설

$a > 0, b < 0$ 이므로 $ab < 0, a - b > 0$
따라서 $A(ab, a-b)$ 는 제 2 사분면 위에 있다.

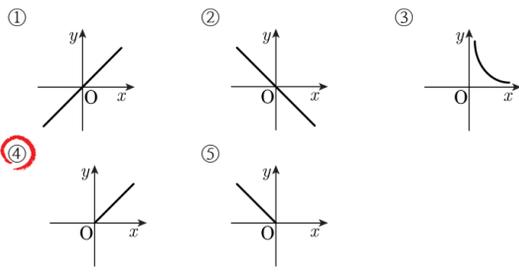
7. 점 $(ab, a - b)$ 는 제2사분면의 점이고, 점 $(c^3, c + d)$ 는 제4사분면의 점이다. 이 때 점 (ac, bd) 는 제 몇 사분면의 점인가?

- ① 제1사분면
- ② 제2사분면
- ③ 제3사분면
- ④ 제4사분면
- ⑤ 어느 사분면에도 속하지 않는다.

해설

$(ab, a - b)$ 가 제2사분면 위의 점이므로
 $ab < 0, a - b > 0$ 에서 a, b 는 서로 다른 부호임을 알 수 있고,
 $a - b > 0$ 이므로 $a > 0, b < 0$ 이다.
 $(c^3, c + d)$ 은 제4사분면 위의 점이므로
 $c^3 > 0, c + d < 0$ 에서 $c > 0$ 이고 $d < 0$ 이다.
따라서, $ac > 0, bd > 0$ 이므로 점 (ac, bd) 은 제1사분면 위의 점이다.

8. $x \geq 0$ 일 때, 함수 $y = ax(a > 0)$ 의 그래프는?



해설

$y = ax(a > 0)$ 는 정비례 함수이고 비례상수 $a > 0$ 이므로 제 1, 3 사분면에 그래프가 그려져야 한다. $x \geq 0$ 이므로 그래프는 제 1 사분면에 그려져야 한다.

9. 두 점 $A(a, 6)$, $B(-12, b)$ 가 각각 두 함수 $y = 2x$, $y = -\frac{1}{2}x$ 의 그래프 위의 점일 때, 두 점 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$y = 2x$ 에 $x = a$, $y = 6$ 를 대입하면 $6 = 2a$

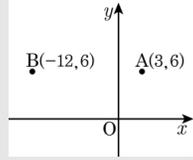
$\therefore a = 3$

$y = -\frac{1}{2}x$ 에 $x = -12$, $y = b$ 를 대입하면

$b = -\frac{1}{2} \times (-12)$

$\therefore b = 6$

$\therefore A(3, 6)$, $B(-12, 6)$



따라서 두 점 사이의 거리는 $3 - (-12) = 15$

10. 다음 함수의 그래프 중에서 x 가 증가할 때, y 가 감소하는 것은 모두 몇 개인가?(단, $x > 0$ 이다.)

㉠ $y = 2x$	㉡ $y = -\frac{2}{3}x$	㉢ $y = -4x$
㉣ $y = \frac{3}{x}$	㉤ $y = \frac{1}{2x}$	㉥ $y = -\frac{5}{x}$

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

▶ x 가 증가할 때, y 가 감소하는 것

(1) $y = ax(a \neq 0)$ (정비례) 식 : $a < 0$

(2) $y = \frac{a}{x}(a \neq 0, x \neq 0)$ (반비례) 식 : $a > 0$

$\therefore y = -4x, y = -\frac{2}{3}x, y = \frac{3}{x}, y = \frac{1}{2x}$

11. 함수 $y = -\frac{a}{x}$ 의 그래프가 두 점 $(2, 2), (k-2, -4)$ 를 지날 때, k 의 값은?

- ① 3 ② 2 ③ 1 ④ -2 ⑤ -3

해설

$y = -\frac{a}{x}$ 에 $x = 2, y = 2$ 를 대입하면

$$2 = -\frac{a}{2}$$

$$a = -4$$

주어진 함수식은 $y = -\frac{-4}{x} = \frac{4}{x}$

점 $(k-2, -4)$ 를 지나므로,

$$-4 = \frac{4}{k-2}$$

$$k-2 = -1$$

$$\therefore k = 1$$

12. 세 점 $(a, \frac{1}{2})$, $(4, b)$, $(-2, 5)$ 가 함수 $y = \frac{c}{x}$ 의 그래프 위의 점일 때 $\frac{1}{a} \times b \times c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{5}{4}$

해설

$y = \frac{c}{x}$ ($c \neq 0$) 형태의 함수식이며,

$x = -2$ 일 때 $y = 5$ 이므로 $5 = \frac{c}{-2}$ 이며 $c = -10$ 이다.

따라서 그래프가 나타내는 함수의 식은 $y = -\frac{10}{x}$ 이고, 이 그래

프가 점 $(a, \frac{1}{2})$, $(4, b)$ 를 지나므로

$$f(a) = \frac{1}{2} = -\frac{10}{a} \quad \therefore a = -20$$

$$f(4) = -\frac{10}{4} = b \quad \therefore b = -\frac{5}{2}$$

$$\text{따라서 } \frac{1}{a} \times b \times c = -\frac{1}{20} \times \left(-\frac{5}{2}\right) \times (-10) = -\frac{5}{4}$$

13. 함수 $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$ 에 대하여, $f^2(x) = f(f(x)) = \frac{1+f(x)}{1-f(x)}$, $f^3(x) = f(f^2(x)) = \frac{1+f^2(x)}{1-f^2(x)}$, ... 로 정의한다. 이 때, $f^{99}\left(-\frac{1}{2}\right)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -3

해설

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1-\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}, \quad f^2\left(-\frac{1}{2}\right) = f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1+\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}} =$$

$$2, \quad f^3\left(-\frac{1}{2}\right) = f(2) = \frac{1+2}{1-2} = -3$$

$$f^4\left(-\frac{1}{2}\right) = f(-3) = \frac{1-3}{1+3} = -\frac{1}{2}, \quad \dots$$

$f^n\left(-\frac{1}{2}\right)$ 는 $\frac{1}{3}, 2, -3, -\frac{1}{2}$ 의 값을 순환한다.

$99 \div 4 = 24 \dots 3$ 이므로

$$\therefore f^{99}\left(-\frac{1}{2}\right) = f^3\left(-\frac{1}{2}\right) = -3$$

14. 두 함수 $f(x) = -\frac{2}{x}$, $g(x) = 2x + 1$ 에 대하여 $f(2) = a$ 일 때, $g(x) = a$ 를 만족하는 x 의 값은?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= -\frac{2}{x}, g(x) = 2x + 1 \text{에서} \\ f(2) &= -\frac{2}{2} = -1 = a \text{이므로} \\ g(x) &= 2x + 1 = -1, 2x = -2 \\ \therefore x &= -1 \end{aligned}$$

15. 함수 $y = f(x)$ 가 관계식 $y = (x - 2a)(x + 2)$ 로 나타낼 때, $f(2) = 24$ 이었다. 이 때, $f(1)$ 의 값은?

① 12 ② 14 ③ 15 ④ 18 ⑤ 20

해설

$x = 2, y = 24$ 를 주어진 식에 대입하면

$$(2 - 2a)(2 + 2) = 24$$

$$2 - 2a = 6, a = -2$$

따라서 $y = (x + 4)(x + 2)$ 가 된다.

$$\therefore f(1) = (1 + 4)(1 + 2) = 15$$

16. x 가 1, 2, 3, 4, 5이고, y 는 1, 2, 3, 4, 5일 때, $f(x) = y$ 로의 일대일 대응 함수의 갯수를 l , 모든 x 에 대하여 $f(x) = x$ 를 만족하는 함수의 갯수를 m 이라 할 때, $l - m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 119

해설

일대일 대응의 함수의 갯수 $l = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ (개)
또, $f(x) = x$ 를 만족하는 함수의 갯수 m 은 $f(1) = 1, f(2) = 2, f(3) = 3, f(4) = 4, f(5) = 5$ 일 때, 한 개뿐이므로 $m = 1$ 이다.
그러므로 $l - m = 120 - 1 = 119$ 이다.

17. 점 $Q(x, y)$ 에 대하여 점 $Q'(x', y')$ 를 $x' = 2x + 3, y' = 2x - y$ 와 같이 대응시킬 때, 점 $Q(1, 2)$ 가 대응되는 점 Q' 의 좌표를 (a, b) 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$Q(1, 2)$

$x' = 2x + 3, y' = 2x - y$ 에서

$a = 2 \times 1 + 3 = 5, b = 2 \times 1 - 2 = 0$ 이다.

$\therefore a + b = 5 + 0 = 5$

18. 좌표평면 위에 점이 $P(m+3, n-2)$ 와 y 축에 대칭인 점을 $(-3m, 2n)$ 이라 할 때, m, n 의 값은?

① $m = \frac{3}{2}, n = -2$

② $m = -\frac{3}{2}, n = 2$

③ $m = 2, n = -2$

④ $m = \frac{3}{2}, n = -\frac{1}{2}$

⑤ $m = 4, n = -6$

해설

y 축에 대하여 대칭인 점은 x 좌표의 부호만 바뀌므로

$$-(m+3) = -3m$$

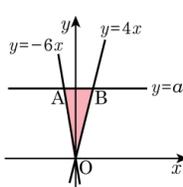
$$\therefore m = \frac{3}{2}$$

$$n-2 = 2n$$

$$\therefore n = -2$$

19. 다음 그림과 같이 두 함수 $y = -6x$ 와 $y = 4x$ 의 그래프가 $y = a$ ($a > 0$) 인 직선의 그래프와 만나는 점을 각각 A, B 라 하자. 삼각형 AOB 의 넓이가 30 일 때, a 의 값은?

- ① 4 ② 6 ③ 8
 ④ 10 ⑤ 12



해설

두 점 A, B 의 y 좌표는 a ($a > 0$) 이므로

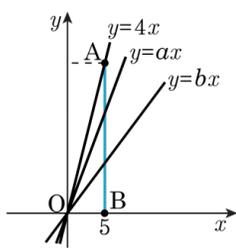
점 A 의 x 좌표는 $-\frac{a}{6}$

점 B 의 x 좌표는 $\frac{a}{4}$

$$\begin{aligned}
 (\triangle AOB \text{의 넓이}) &= \frac{1}{2} \left(\frac{a}{6} + \frac{a}{4} \right) \times a \\
 &= \frac{5}{24} a^2 \\
 &= 30
 \end{aligned}$$

$\therefore a^2 = 144, a = 12$ ($a > 0$)

20. 다음 그림과 같이 직선 $y = 4x$ 위의 한 점 A에서 x 축에 내린 수선의 발을 B(5,0)이라고 한다. $y = ax, y = bx$ 의 그래프가 삼각형 AOB의 넓이를 3등분 할 때, $a - b$ 의 값은?



- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

해설

선분 AB를 3등분하는 점들의 좌표는 $(5, \frac{20}{3}), (5, \frac{40}{3})$ 이므로

$$\frac{20}{3} = 5b, b = \frac{4}{3}$$

$$\frac{40}{3} = 5a, a = \frac{8}{3}$$

$$\therefore a - b = \frac{4}{3}$$

21. 점 (x, y) 중에서 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점을 격자점이라고 한다.

x 의 값이 $-16 \leq x \leq 16$ 인 0이 아닌 정수일 때, 함수 $y = \frac{x}{4}$ 의 그래프

위에 있는 격자점의 개수를 a 개, $y = -\frac{16}{x}$ 의 그래프 위에 있는 격자점의 개수를 b 개라 한다. $2a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$y = \frac{x}{4}$ 의 그래프 위의 격자점은

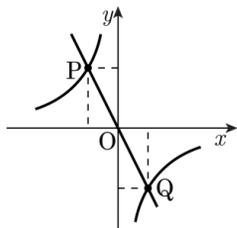
$(-16, -4), (-12, -3), (-8, -2), (-4, -1), (4, 1), (8, 2), (12, 3), (16, 4)$ 로 8개이므로 $a = 8$

$y = -\frac{16}{x}$ 의 그래프 위의 격자점은

$(-16, 1), (-8, 2), (-4, 4), (-2, 8), (-1, 16), (1, -16), (2, -8), (4, -4), (8, -2), (16, -1)$ 로 10개이므로 $b = 10$

$\therefore 2a - b = 2 \times 8 - 10 = 6$

22. 다음 그림과 같이 함수 $y = -\frac{8}{x}$ 과 $y = -2x$ 가 두 점 $P(a, b)$, $Q(c, d)$ 에서 만난다. 이 때, $ac - bd$ 의 값은?



- ① -16 ② -20 ③ 0 ④ 10 ⑤ 12

해설

교점의 y 좌표가 같으므로

$$-2x = -\frac{8}{x}, 2x^2 = 8$$

$$\therefore x^2 = 4$$

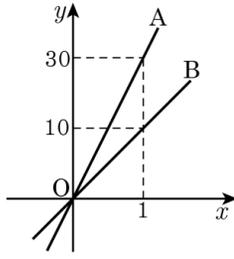
$$x = 2 \text{ 또는 } x = -2$$

$$\therefore ac = -4$$

$$x = -2 \text{ 일 때, } y = 4 \text{ 이므로 } bd = -16$$

$$\text{따라서 } ac - bd = (-4) - (-16) = 12 \text{ 이다.}$$

23. A, B 두 개의 수문이 있는 댐이 있다. 다음 그래프는 A, B 두 수문을 각각 열 때 흘러나가는 물의 양을 시간에 따라 나타낸 것이다. A, B 두 수문을 동시에 열어 120만 톤의 물을 흘러보내는 데 걸리는 시간은?

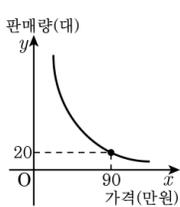


- ① 2시간 ② 2.5시간 ③ 3시간
 ④ 3.5시간 ⑤ 4시간

해설

x 시간 동안 흘러나가는 물의 양을 y 만 톤이라 하고 A, B 두 그래프의 관계식을 각각 $y = ax, y = bx$ 라 하면 A 그래프는 점 $(1, 30)$ 을 지나므로
 $30 = a$
 $\therefore y = 30x$
 B 그래프는 점 $(1, 10)$ 을 지나므로
 $10 = b$
 $\therefore y = 10x$
 따라서 A, B 두 수문을 동시에 열었을 때, x 시간 동안 흘러나가는 물의 양은 $(30x + 10x)$ 만톤이므로 120만 톤의 물을 흘러 보내는 데 걸리는 시간은 $30x + 10x = 120$
 $40x = 120$
 $\therefore x = 3$ (시간)

24. 다음 그림은 어느 회사의 한 달 평균 A 상품 판매량과 가격 사이의 관계를 나타낸 그래프이다. 현재 이 상품의 가격이 90만 원일 때, 판매량을 20% 증가시키려면 가격을 얼마로 해야 하는지 구하여라.



▶ 답: 만원

▷ 정답: 75만원

해설

판매량은 가격에 반비례한다.

가격을 x 만 원, 판매량을 y 대라 하면

$$y = \frac{a}{x} \text{ 에 } x = 90, y = 20 \text{ 을 대입하면 } 20 = \frac{a}{90}, a = 1800$$

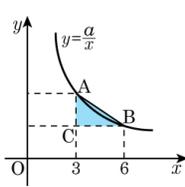
즉, 함수의 식은 $y = \frac{1800}{x} (x > 0)$

판매량을 20% 증가시키려면 $20 \times 1.2 = 24$ (대)

$$y = \frac{1800}{x} \text{ 에 } y = 24 \text{ 를 대입하면}$$

$$24 = \frac{1800}{x} \quad \therefore x = 75$$

25. 다음 그림과 같이 두 점 A, B가 함수 $y = \frac{a}{x}$ 의 그래프 위에 있고 점 A에서 그은 y축과 평행한 직선과 점 B에서 그은 x축과 평행한 직선이 만나는 점을 C라 할 때, 삼각형 ACB의 넓이는 3이다. 이때, a의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $a = 12$

해설

$$x = 3 \text{ 일 때 } y = \frac{a}{3} \therefore A \left(3, \frac{a}{3} \right)$$

$$x = 6 \text{ 일 때 } y = \frac{a}{6} \therefore B \left(6, \frac{a}{6} \right)$$

$$(\text{삼각형 ACB의 넓이}) = \left(\frac{a}{3} - \frac{a}{6} \right) \times 3 \times \frac{1}{2} = 3$$

$$\frac{a}{4} = 3, a = 12$$