

1. x 의 값이 4, 8, 12, 16, 20인 함수 $f(x) = (x\text{보다 작은 소수의 개수})$ 에 대하여 함숫값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

$f(x) = (x\text{보다 작은 소수의 개수})$

$x = 4$ 일 때, $y = 2$

$x = 8$ 일 때, $y = 4$

$x = 12$ 일 때, $y = 5$

$x = 16$ 일 때, $y = 6$

$x = 20$ 일 때, $y = 8$

$\therefore 2 + 4 + 5 + 6 + 8 = 25$

2. 함수 $y = \frac{x}{2} - 1$ 에 대하여 그 함숫값이 $-2, 0, 2, 4$ 일 때, 이 함수의 x 의 값은?

- ① $-2, -1, 0, 1$ ② $-2, 0, 2, 4$ ③ $-2, 2, 6, 10$
④ $-4, 0, 4, 8$ ⑤ $-4, -2, 0, 4$

해설

y 에 $-2, 0, 2, 4$ 를 차례대로 대입하면

$$-2 = \frac{x}{2} - 1, \quad x = -2$$

$$0 = \frac{x}{2} - 1, \quad x = 2$$

$$2 = \frac{x}{2} - 1, \quad x = 6$$

$$4 = \frac{x}{2} - 1, \quad x = 10$$

$\therefore x$ 의 값은 $-2, 2, 6, 10$ 이다.

3. x 의 값이 $-1, 0, 1$ 이고, y 의 값이 $-2, -1, 0, 1, 2$ 인 함수 $y = f(x)$ 의 관계식이 다음과 같을 때, 함수가 될 수 없는 것은?

① $y = x$

② $y = 2x$

③ $y = -x$

④ $y = -2x$

⑤ $y = -3x$

해설

⑤ $x = -1$ 일 때, $-3 \times (-1) = 3$ 이므로 $x = -1$ 에 대응하는 y 값이 존재하지 않는다.

4. 점 $A(a-2, b+3)$ 이 x 축 위에 있고, 점 $B(a+5, -4b)$ 가 y 축 위에 있을 때, 점 A, B 의 좌표를 각각 구하면?

① $A(-7, 0), B(0, -12)$

② $A(-7, 0), B(0, 12)$

③ $A(-2, 0), B(0, -3)$

④ $A(0, -5), B(-4, 0)$

⑤ $A(0, -7), B(-1, 0)$

해설

점 $A(a-2, b+3)$ 이 x 축 위에 있으므로

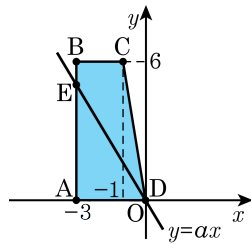
$$b+3=0, b=-3$$

점 $B(a+5, -4b)$ 가 y 축 위에 있으므로

$$a+5=0, a=-5$$

$$\therefore A(-7, 0), B(0, 12)$$

5. 좌표평면 위의 네 점 A(-3, 0), B(-3, 6), C(-1, 6), D(0, 0) 을 꼭짓점으로 하는 사다리꼴 ABCD 의 넓이를 함수 $y = ax$ 의 그래프가 이등분할 때, a 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{5}{3}$

해설

사다리꼴 ABCD 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times (3 + 2) \times 6 = 15$ 이다.

$y = ax$ 와 선분 CD 가 만나는 점을 점 E 라 할 때, 점 E 의 x 좌표는 -3 이므로 점 E(-3, $-3a$) 이다.

$$\triangle ADE = \frac{1}{2} \times 3 \times |-3a| = \frac{9}{2}|a|$$

$$\triangle ADE = \frac{1}{2} \times (\text{사다리꼴 ABCD의 넓이})$$

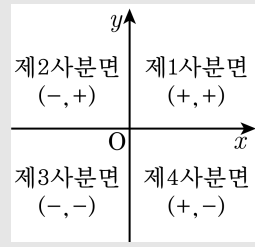
$$\frac{9}{2}|a| = \frac{1}{2} \times 15 \quad \therefore a = -\frac{5}{3} (\because a < 0)$$

6. 점 A(a , 5) 가 제 2 사분면의 점일 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은?

- ① -1 ② $-\frac{1}{3}$ ③ 0 ④ $-\frac{5}{2}$ ⑤ -4

해설

점 A가 제 2 사분면 위에 있으려면 부호가 $(-, +)$ 가 되어야 한다.
따라서, x 의 좌표에 0은 들어갈 수 없다.



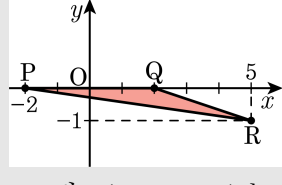
7. 다음 조건을 만족하는 세 점 P, Q, R 를 꼭짓점으로 하는 $\triangle PQR$ 의 넓이를 구하여라.

- ㄱ. 점 $P(2a - 6, 2b)$ 는 x 축 위에 있다.
 ㄴ. $Q(a, 2a - 4 + b)$ 는 점 P와 y 축에 대하여 대칭인 점이다.
 ㄷ. 점 R 의 좌표는 $(a + 3, b - 1)$ 이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설



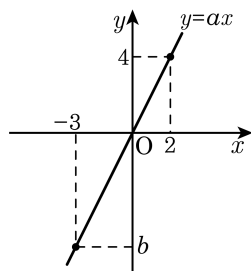
ㄱ. 점 $P(2a - 6, 2b)$ 는 x 축 위에 있으므로 $2b = 0, b = 0$
 ㄴ. ㄱ에 의하여 $b = 0$ 이므로 점 Q 의 좌표는 $Q(a, 2a - 4)$ 이고,
 점 $P(2a - 6, 0)$ 와 y 축에 대하여 대칭인 점이므로 $-a = 2a - 6, 3a = 6, a = 2$ 이다. 따라서 두 점의 좌표는 $P(-2, 0), Q(2, 0)$ 이다.

ㄷ. $a = 2, b = 0$ 이므로 점 R 의 좌표는 $a + 3 = 2 + 3, b - 1 = 0 - 1 \therefore (5, -1)$

따라서 $P(-2, 0), Q(2, 0), R(5, -1)$

$$\triangle PQR = \frac{1}{2} \times 4 \times 1 = 2$$

8. 함수 $y = ax$ 의 그래프가 두 점 $(2, 4)$, $(-3, b)$ 를 지날 때, a 와 b 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = -6$

해설

우선 a 의 값을 구해보면, $4 = a \times 2$ 이므로, $a = 2$ 가 된다.
따라서 이 그래프는 $y = 2x$ 이므로 $b = 2 \times (-3)$, $b = -6$ 이다.

9. 세 점 $\left(-\frac{21}{4}, 3a\right), (-b, -24), \left(c, -\frac{96}{7}\right)$ 이 함수 $y = -\frac{12}{7}x$ 의 그래프 위의 점일 때, $\frac{b+2c}{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{2}{3}$

해설

$y = -\frac{12}{7}x$ 에 $x = -\frac{21}{4}, y = 3a$ 를 대입하면

$$3a = -\frac{12}{7} \times \left(-\frac{21}{4}\right)$$

$$\therefore a = 3$$

$y = -\frac{12}{7}x$ 에 $x = -b, y = -24$ 를 대입하면

$$-24 = -\frac{12}{7} \times (-b)$$

$$\therefore b = -14$$

$y = -\frac{12}{7}x$ 에 $x = c, y = -\frac{96}{7}$ 를 대입하면

$$-\frac{96}{7} = -\frac{12}{7}c$$

$$\therefore c = 8$$

$$\therefore \frac{b+2c}{a} = \frac{(-14)+16}{3} = \frac{2}{3}$$

10. 다음 함수의 그래프에서 $x(x > 0)$ 가 감소할 때, y 도 감소하는 함수끼리 모아 놓은 것은?

㉠ $y = \frac{8}{x}$	㉡ $y = -\frac{3}{x}$	㉢ $y = \frac{1}{x}$
㉤ $y = 2x$	㉥ $y = \frac{2}{x}$	㉦ $y = \frac{1}{4}x$

- ① ㉠, ㉡, ㉢
- ② ㉠, ㉡, ㉥
- ③ ㉠, ㉢, ㉦
- ④ ㉡, ㉤, ㉦
- ⑤ ㉢, ㉤, ㉦

해설

$y = ax$ 에서 $a > 0$ 일 때, x 의 값이 감소할 때, y 의 값도 감소한다.
 $y = \frac{a}{x}$ 에서 $a < 0$ 일 때, x 의 값이 감소할 때, y 의 값도 감소한다.
따라서 ㉡, ㉤, ㉦이다.

11. x 의 값이 $-5 \leq x \leq -2$ 인 함수 $y = \frac{a}{x} (a < 0)$ 의 함숫값의 범위가 $b \leq y \leq 10$ 일 때, $b - a$ 의 값은?

① 1 ② 3 ③ 6 ④ 12 ⑤ 24

해설

함수 $y = \frac{a}{x}$ 의 그래프는 $a < 0$ 이므로 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

따라서, $x = -5$ 일 때, $y = b$ 이고, $x = -2$ 일 때, $y = 10$ 이다.

$y = \frac{a}{x}$ 에 $x = -2$, $y = 10$ 를 대입하면

$$10 = -\frac{a}{2}, \quad a = -20$$

$y = -\frac{20}{x}$ 에 $x = -5$, $y = b$ 를 대입하면

$$b = -\frac{20}{-5} = 4$$

$$\therefore b - a = 4 - (-20) = 24$$

12. 세 점 $\left(a, -\frac{9}{4}\right), (9, b), (-3, -3)$ 이 함수 $y = \frac{c}{x}$ 의 그래프 위의 점일 때 $4a + 3b + c$ 의 값을 구하면?

① 2 ② 4 ③ 11 ④ -4 ⑤ -11

해설

$y = \frac{c}{x}$ ($c \neq 0$) 형태의 함수식이며,

$x = -3$ 일 때 $y = -3$ 이므로 $-3 = \frac{c}{-3}$ 이며 $c = 9$ 다.

따라서 그래프가 나타내는 함수의 식은 $y = \frac{9}{x}$ 이고

$f(a) = \frac{9}{a} = -\frac{9}{4}$ 이므로 $a = -4$

$f(9) = \frac{9}{9} = 1$ 이므로 $b = 1$

따라서 $4a + 3b + c$ 의 값은 $-16 + 3 + 9 = -4$ 이다.

13. x 에 대한 함수 $f(x)$ 가 임의의 x, y 에 대하여 $f(x)f(y) = f(x+y) + f(x-y)$, $f(1) = 1$ 을 만족할 때, $2f(0) + f(2)$ 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} f(1)f(0) &= f(1+0) + f(1-0) \\ f(1) = 1 \text{ 이므로 } f(0) &= 2 \times 1 = 2 \\ f(1)f(1) &= f(1+1) + f(1-1) \\ 1 &= f(2) + f(0) \\ f(2) &= 1 - 2 = -1 \\ 2f(0) + f(2) &= 2 \times 2 - 1 = 3 \end{aligned}$$

14. X 에서 Y 로의 함수 f, g 를 $f(x) = ax, g(x) = -\frac{b}{x}$ 로 정의 할 때, $2 \times f(-1) = 1$ 이다. $f = g$ 가 성립하도록 하는 계수 a, b 의 값은?(단, $a < b$)
- ① $a = -\frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}$

② $a = \frac{1}{2}, -b = \frac{1}{2}$

③ $a = -\frac{1}{2}, b = -\frac{1}{2}$

④ $a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}$

⑤ $a = 2, b = 2$

해설

$2 \times f(-1) = -1 \rightarrow f(-1) = \frac{1}{2}$ 이다.
 $f(-1) = -a = \frac{1}{2} \rightarrow a = -\frac{1}{2}, f(x) = -\frac{1}{2}x$ 이다.
 $f = g$ 이므로 $f(1) = g(1)$
 $\therefore, -\frac{1}{2}x = -\frac{b}{x}$ 이고, $f(1) = g(1)$ 이므로
 $-\frac{1}{2} \times 1 = -\frac{b}{1}$
 $\therefore b = \frac{1}{2}$
 $\therefore a = -\frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}$

15. 함수 $y = f(x)$ 가 관계식 $y = (x - 2a)(x + 2)$ 로 나타낼 때, $f(2) = 24$ 이었다. 이 때, $f(1)$ 의 값은?

① 12

② 14

③ 15

④ 18

⑤ 20

해설

$x = 2, y = 24$ 를 주어진 식에 대입하면

$$(2 - 2a)(2 + 2) = 24$$

$$2 - 2a = 6, a = -2$$

따라서 $y = (x + 4)(x + 2)$ 가 된다.

$$\therefore f(1) = (1 + 4)(1 + 2) = 15$$

16. x 가 1, 2이고 y 가 5, 6, 7일 때 함수 $y = f(x)$ 에 대하여 모든 x 의 값에 대해 $x + f(x) = (\text{소수})$ 를 만족시키는 함수 f 의 갯수는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x + f(x) = \text{소수}$, 즉 $x + y = \text{소수}$ 를 만족하는 경우는 (1, 6), (2, 5)인 경우밖에 없으므로 만족하는 함수의 갯수는 1개이다.

17. 점 $Q(x, y)$ 에 대하여 점 $Q'(x', y')$ 를 $x' = 2x + 3, y' = 2x - y$ 와 같이 대응시킬 때, 점 $Q(1, 2)$ 가 대응되는 점 Q' 의 좌표를 (a, b) 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

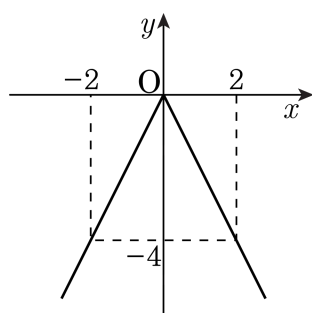
$Q(1, 2)$

$x' = 2x + 3, y' = 2x - y$ 에서

$a = 2 \times 1 + 3 = 5, b = 2 \times 1 - 2 = 0$ 이다.

$\therefore a + b = 5 + 0 = 5$

18. 다음 중 아래 그래프의 식은?



① $y = -2x$

② $y = 2x$

③ $y = |2x|$

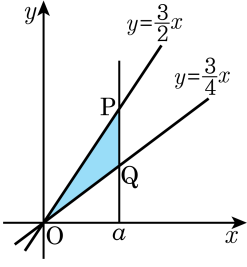
④ $y = -|2x|$

⑤ $y = -4|x|$

해설

④ $y = -|2x|$ 에 $x = -2$ 를 대입하면 $y = -4$ 이다.
또, $x = 2$ 를 대입하면 $y = -4$ 를 만족한다.

19. 다음 그림과 같이 점 $(a, 0)$ 을 지나고 y 축에 평행한 직선과 두 그래프가 만나는 점을 각각 P, Q 라 한다. 삼각형 POQ 의 넓이가 24 일 때, 선분 PQ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$P\left(a, \frac{3}{2}a\right), Q\left(a, \frac{3}{4}a\right)$$

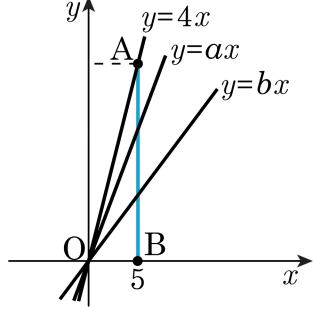
삼각형 POQ 의 넓이는 $a \times \left(\frac{3}{2}a - \frac{3}{4}a\right) \times \frac{1}{2} = 24$ 이다.

$$\frac{3}{8}a^2 = 24, a^2 = 64$$

$$\therefore a = 8 \quad (\because a > 0)$$

$$\therefore \overline{PQ} = \frac{3}{2} \times 8 - \frac{3}{4} \times 8 = 6$$

20. 다음 그림과 같이 직선 $y = 4x$ 위의 한 점 A에서 x 축에 내린 수선의 발을 B(5, 0)이라고 한다. $y = ax, y = bx$ 의 그래프가 삼각형 AOB의 넓이를 3등분 할 때, $a - b$ 의 값은?



- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

해설

선분 AB를 3등분하는 점들의 좌표는 $\left(5, \frac{20}{3}\right), \left(5, \frac{40}{3}\right)$ 이므로

$$\frac{20}{3} = 5b, b = \frac{4}{3}$$

$$\frac{40}{3} = 5a, a = \frac{8}{3}$$

$$\therefore a - b = \frac{4}{3}$$

21. 점 (x, y) 중에서 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점을 격자점이라고 한다.
 x 의 값이 $-10 \leq x \leq 10$ 인 0이 아닌 정수일 때, 함수 $y = \frac{x}{3}$ 의 그래프 위에 있는 격자점의 개수를 a 개, $y = \frac{12}{x}$ 의 그래프 위에 있는 격자점의 개수를 b 개라 한다. $2a + b$ 의 값은?

① 10 ② 14 ③ 18 ④ 22 ⑤ 26

해설

$y = \frac{x}{3}$ 의 그래프 위의 격자점은

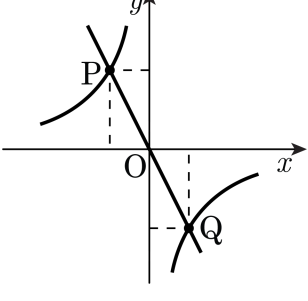
$(-9, -3), (-6, -2), (-3, 1), (3, -1), (6, 2), (9, 3)$ 6개이므로 $a = 6$

$y = \frac{12}{x}$ 의 그래프 위의 격자점은

$(-6, -2), (-4, -3), (-3, -4), (-2, -6), (-1, -12), (1, 12), (2, 6), (3, 4), (4, 3), (6, 2)$ 10개이므로 $b = 10$

$\therefore 2a + b = 2 \times 6 + 10 = 22$

22. 다음 그림과 같이 함수 $y = -\frac{8}{x}$ 과 $y = -2x$ 가 두 점 $P(a, b)$, $Q(c, d)$ 에서 만난다. 이 때, $ac - bd$ 의 값은?

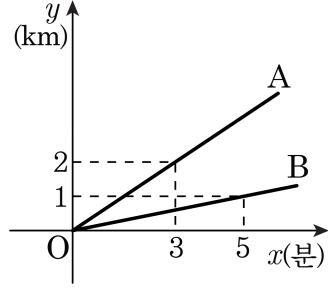


- ① -16
- ② -20
- ③ 0
- ④ 10
- ⑤ 12

해설

교점의 y좌표가 같으므로
 $-2x = -\frac{8}{x}, 2x^2 = 8$
 $\therefore x^2 = 4$
 $x = 2$ 또는 $x = -2$
 $\therefore ac = -4$
 $x = -2$ 일 때, $y = 4$ 이므로 $bd = -16$
따라서 $ac - bd = (-4) - (-16) = 12$ 이다.

23. 다음 그래프는 A, B 두 사람이 자전거를 탈 때, 달린 시간 x 분과 달린 거리 y km 사이의 관계를 나타낸 것이다. 이 그래프를 보면 시간이 지날수록 두 사람이 달린 거리의 차이가 생기는 것을 알 수 있다. 두 사람이 동시에 출발 하였을 때, 거리의 차가 7km가 되는 데 걸리는 시간을 A 분이라 할 때, A 의 값은?



- ① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

해설

$$(A \text{의 속도}) = \frac{\text{거리}}{\text{시간}} = \frac{2}{3} \text{이고}$$

$$(\text{거리}) = \text{시간} \times \text{속도} \text{이므로 } y = \frac{2}{3}x \text{이다.}$$

$$(B \text{의 속도}) = \frac{\text{거리}}{\text{시간}} = \frac{1}{5} \text{이고}$$

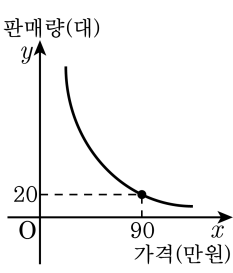
$$(\text{거리}) = \text{시간} \times \text{속도} \text{이므로 } y = \frac{1}{5}x \text{이다.}$$

A, B 의 거리의 차이는 7km이므로

A 의 거리 - B 의 거리 = 7km이다.

$$\frac{2}{3}x - \frac{1}{5}x = 7 \text{ km 이므로 } x = 15 \text{이다.}$$

24. 다음 그림은 어느 회사의 한 달 평균 A 상품 판매량과 가격 사이의 관계를 나타낸 그래프이다. 현재 이 상품의 가격이 90만 원일 때, 판매량을 20% 증가시키려면 가격을 얼마로 해야 하는지 구하여라.



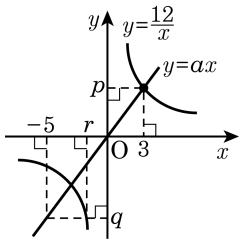
▶ 답 : 만원

▷ 정답 : 75만원

해설

판매량은 가격에 반비례한다.
가격을 x 만 원, 판매량을 y 대라 하면
 $y = \frac{a}{x}$ 에 $x = 90$, $y = 20$ 을 대입하면 $20 = \frac{a}{90}$, $a = 1800$
즉, 함수의 식은 $y = \frac{1800}{x} (x > 0)$
판매량을 20% 증가시키려면 $20 \times 1.2 = 24$ (대)
 $y = \frac{1800}{x}$ 에 $y = 24$ 를 대입하면
 $24 = \frac{1800}{x} \quad \therefore x = 75$

25. 다음 그림과 같이 두 함수 $y = ax$ 와 $y = \frac{12}{x}$ 의 그래프가 점 $(3, p)$ 에서 만날 때, $p - 3q + 30r$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : -30

해설

$y = \frac{12}{x}$ 에 $x = 3$, $y = p$ 를 대입하면 $p = \frac{12}{3} = 4$

점 $(3, 4)$ 는 함수 $y = ax$ 의 그래프 위의 점이므로 $4 = 3a$, $a = \frac{4}{3}$

$\therefore y = \frac{4}{3}x$

점 $(-5, q)$ 가 함수 $y = \frac{4}{3}x$ 의 그래프 위의 점이므로 $q = \frac{4}{3} \times$

$(-5) = -\frac{20}{3}$

점 $(r, -\frac{20}{3})$ 가 함수 $y = \frac{12}{x}$ 의 그래프 위의 점이므로 $-\frac{20}{3} =$

$\frac{12}{r}$, $r = -\frac{9}{5}$

$\therefore p - 3q + 30r = 4 + 20 - 54 = -30$