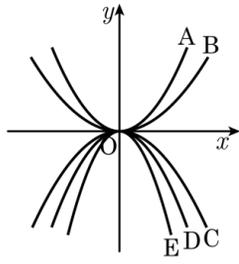


1. 다음 그림은 이차함수  $y = ax^2$  의 그래프이다. 이 중  $a$  의 절댓값이 가장 큰 것은?

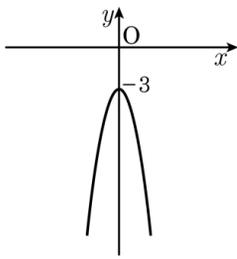


- ① A      ② B      ③ C      ④ D      ⑤ E

해설

$y$  축에 가까울수록  $a$  의 절댓값이 크다.

2. 다음 그림은 이차함수  $y = -2x^2$  의 그래프를  $y$  축으로  $-3$  만큼 평행 이동한 것이다. 이 그래프가 점  $(2, m)$  을 지난다고 할 때, 상수  $m$  의 값은?



- ①  $-7$       ②  $-8$       ③  $-9$       ④  $-10$       ⑤  $-11$

해설

$y = -2x^2 - 3$  이 점  $(2, m)$  을 지나므로  
 $m = -2(2)^2 - 3 = -11$  이다.

3. 이차함수  $y = 3x^2 - 6x - 3$  을  $x$  축의 방향으로  $-2$  만큼  $y$  축의 방향으로  $3$  만큼 평행이동 시킨 함수는?

①  $y = 3(x-2)^2 + 3$

②  $y = 3(x+2)^2 + 3$

③  $y = 3(x+1)^2 + 3$

④  $y = 3(x+1)^2 - 3$

⑤  $y = 3(x-1)^2 - 3$

해설

$$y = 3x^2 - 6x - 3 = 3(x-1)^2 - 6$$

$$y = 3(x-1+2)^2 - 6 + 3 = 3(x+1)^2 - 3 \text{ 이다.}$$

4. 이차함수  $y = -ax^2$  의 그래프에서  $f(-2) = -12$  일 때,  $y = -ax^2$  과  $x$  축 대칭인 이차함수의 식은?

①  $y = -\frac{1}{2}x^2$

②  $y = 3x^2$

③  $y = \frac{1}{3}x^2$

④  $y = -2x^2$

⑤  $y = -4x^2$

해설

$x = -2$ ,  $y = -12$  를 대입하면  $a = 3$  이다.

따라서  $y = -ax^2 = -3x^2$  이므로  $x$  축 대칭인 이차함수는  $y = 3x^2$  이다.

5. 다음은 이차함수  $y = ax^2 (a \neq 0)$  의 그래프에 대한 설명이다. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ①  $y$  축을 축으로 한다.
- ② 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이다.
- ③  $a < 0$  일 때, 위로 볼록하다.
- ④  $a$  의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.
- ⑤  $y = -ax^2$  의 그래프와  $y$  축에 대하여 대칭이다.

**해설**

$y = ax^2$  의 그래프는 다음의 기본성질을 갖는다.  
꼭짓점은  $(0, 0)$  , 대칭축은  $y$  축, 즉  $x = 0$  이다.  
 $a > 0$  이면 아래로 볼록,  $a < 0$  이면 위로 볼록하다.  
 $|a|$  이 작을수록 포물선의 폭이 넓다.  
 $y = -ax^2$  와  $x$  축에 대하여 대칭이다. 따라서 ⑤가 옳지 않다.

6. 이차함수  $y = 3x^2 - 6x + 7$ 을  $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸었을 때,  $a + p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned}y &= 3x^2 - 6x + 7 \\ &= 3(x^2 - 2x + 1 - 1) + 7 \\ &= 3(x^2 - 2x + 1) + 4 \\ &= 3(x - 1)^2 + 4 \\ \therefore a &= 3, p = 1, q = 4 \\ \therefore a + p + q &= 3 + 1 + 4 = 8\end{aligned}$$

7.  $y = 2x^2 + 4x + k + 8$  이  $x$  축과 한 점에서 만날 때의  $x$  좌표와  $k$ 의 값의 합을 구하면?

- ① -11    ② -7    ③ -3    ④ 1    ⑤ 5

해설

$$y = 2(x^2 + 2x + 1 - 1) + k + 8$$

$$y = 2(x+1)^2 + k + 6 \text{의 꼭짓점이 } (-1, k+6) \text{이므로 } k+6 = 0$$

$$\therefore k = -6$$

$x$  축과 한 점에서 만날 때의  $x$  좌표는 꼭짓점의  $x$  좌표이므로 -1

이다.

따라서  $x$  좌표와  $k$ 의 값의 합은  $(-1) + (-6) = -7$ 이다.

8. 다음 중 이차함수  $y = -x^2 + 4x - 3$  의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?
- ① 꼭짓점의 좌표는  $(2, -3)$  이다.
  - ②  $y = x^2$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로 2 만큼,  $y$  축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.
  - ③ 축의 방정식은  $x = 2$  이다.
  - ④ 아래로 볼록하다.
  - ⑤  $x < 2$  일 때,  $x$  의 값이 증가하면  $y$  의 값은 감소한다.

**해설**

주어진 식을 정리하면  $y = -(x-2)^2 + 1$

① 꼭짓점의 좌표는  $(2, 1)$

②  $y = -x^2$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로 2 만큼,  $y$  축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

④ 위로 볼록한 그래프

⑤  $x < 2$  일 때,  $x$  의 값이 증가하면  $y$  의 값도 증가한다.

9. 이차함수  $y = x^2 - ax + b$ 의 꼭짓점이  $x$ 축 위에 있을 때,  $\frac{a^2}{b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

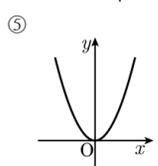
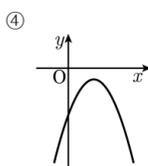
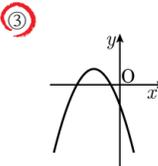
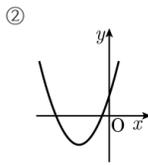
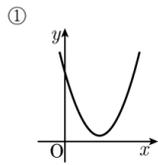
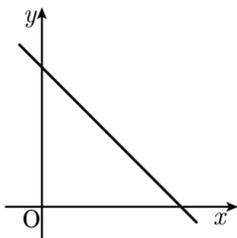
$$y = x^2 - ax + b = \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} + b,$$

꼭짓점  $\left(\frac{a}{2}, -\frac{a^2}{4} + b\right)$ 가  $x$ 축 위에 있으므로  $-\frac{a^2}{4} + b = 0$ ,

$$b = \frac{a^2}{4},$$

$$\frac{a^2}{b} = a^2 \times \frac{1}{b} = a^2 \times \frac{4}{a^2} = 4$$

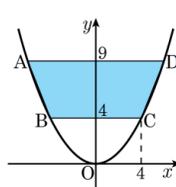
10. 일차함수  $y = ax + b$  의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수  $y = a(x + b)^2 - a$  의 그래프로 적당한 것은?



**해설**

그래프가 오른쪽 아래를 향하므로  $a < 0$  이고 ( $y$ 절편)  $> 0$  이므로  $b > 0$  이다. 따라서  $y = a(x + b)^2 - a$  의 그래프는 위로 볼록하고,  $-b < 0$ ,  $-a > 0$  이므로 꼭짓점이 제 2 사분면 위에 있는 그래프이다.

11. 다음 그림에서 사각형 ABCD는 네 꼭짓점이 이차함수  $y = ax^2$ 의 그래프 위에 있는 사다리꼴이다.  $\square ABCD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 50

해설

$y = ax^2$ 에 점  $C(4, 4)$ 를 대입하면

$$4 = a \times 4^2$$

$$a = \frac{1}{4}$$

$y = \frac{1}{4}x^2$ 에서 A, D의 y좌표가 9이므로

$$9 = \frac{1}{4}x^2$$

$$x^2 = 36$$

$$x = \pm 6$$

$\overline{AD} = 12$ ,  $\overline{BC} = 8$ 이므로

$$\therefore (\square ABCD \text{의 넓이}) = (12 + 8) \times 5 \times \frac{1}{2} = 50$$

12. 포물선  $y = -2x^2 - bx + c$  에서  $b < 0$ ,  $c > 0$  이면 꼭짓점은 제 몇 사분면 위에 있는가?

- ① 원점                      ② 제1 사분면                      ③ 제2 사분면  
④ 제3 사분면                      ⑤ 제4 사분면

해설

$$y = -2x^2 - bx + c = -2\left(x + \frac{b}{4}\right)^2 + \frac{b^2}{8} + c = -2\left(x + \frac{b}{4}\right)^2 + \frac{b^2 + 8c}{8}$$

$$\therefore \text{꼭짓점의 좌표는 } \left(-\frac{b}{4}, \frac{b^2 + 8c}{8}\right)$$

$$\text{그런데 } b < 0, c > 0 \text{ 이므로 } -\frac{b}{4} > 0, \frac{b^2 + 8c}{8} > 0$$

$\therefore$  제 1 사분면

13. 이차함수  $y = -3x^2 + 6x + 4a$  의 최댓값은 음수이고, 그 그래프가 점  $(-a, 2a - 7)$  을 지날 때, 상수  $a$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $-\frac{7}{3}$

해설

$$y = -3x^2 + 6x + 4a \\ = -3(x-1)^2 + 3 + 4a$$

$y = -3(x-1)^2 + 3 + 4a$  의 그래프가 점  $(-a, 2a-7)$  을 지나므로  
 $2a-7 = -3(-a-1)^2 + 3 + 4a$  을 정리하면  $3a^2 + 4a - 7 = 0$ ,  
 $(3a+7)(a-1) = 0$

$$\therefore a = -\frac{7}{3} \text{ or } 1$$

그런데 최댓값  $3 + 4a$  의 값이 음수이므로  $a = -\frac{7}{3}$  이다.

14. 이차함수  $y = ax^2 + bx + c$  는  $x = 3$  일 때, 최솟값  $-4$  를 가지며 점  $(1, 2)$  를 지난다. 이 때,  $a - b - c$  의 값은?

① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

꼭짓점이  $(3, -4)$  이므로  $y = a(x-3)^2 - 4$

$(1, 2)$  를 대입하면

$$2 = 4a - 4$$

$$\therefore a = \frac{3}{2}$$

$$y = \frac{3}{2}(x-3)^2 - 4 = \frac{3}{2}x^2 - 9x + \frac{19}{2}$$

$$a = \frac{3}{2}, b = -9, c = \frac{19}{2}$$

$$\therefore a - b - c = \frac{3}{2} - (-9) - \frac{19}{2} = 1$$

15. 이차함수  $y = x^2 + kx + k$  의 최솟값을  $m$  이라 할 때,  $m$  의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$y = x^2 + kx + k = \left(x + \frac{k}{2}\right)^2 - \frac{k^2}{4} + k$$

$$\text{최솟값 } m = -\frac{k^2}{4} + k$$

$$m = -\frac{k^2}{4} + k = -\frac{1}{4}(k-2)^2 + 1$$

$k = 2$  일 때,  $m$  은 최댓값 1 을 갖는다.



17. 좌표평면 위의 두 점  $A(4, 1)$ ,  $B(1, -2)$  와 직선  $y = 2x$  위의 한 점  $P$ 에 대하여  $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $\frac{211}{10}$

해설

점  $P$ 의 좌표를  $(a, 2a)$ 라 하면

$$\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$$

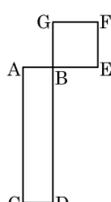
$$= (a-4)^2 + (2a-1)^2 + (a-1)^2 + (2a+2)^2$$

$$= 10a^2 - 6a + 22$$

$$= 10\left(a - \frac{3}{10}\right)^2 + \frac{211}{10}$$

따라서  $a = \frac{3}{10}$ 일 때, 최솟값은  $\frac{211}{10}$ 이다.

18. 다음 그림과 같이 선분 AB의 연장선 위에  $\overline{AB} : \overline{BE} = 2 : 3$ 이 되도록 점 E를 잡고 선분 BE를 한 변으로 하는 정사각형 BEFG를 그릴 때, 선분 GD의 길이는 12이다. 이때  $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$ 의 최솟값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 :  $\frac{576}{13}$

해설

$\overline{AB} = x$ 라 하면

$\overline{AB} : \overline{BE} = 2 : 3$ 이므로

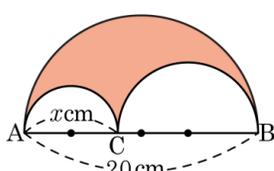
$$\overline{BE} = \frac{3}{2}x = \overline{BG}$$

$$\overline{BD} = 12 - \overline{BG} = 12 - \frac{3}{2}x = \overline{AC}$$

$$\begin{aligned} \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 &= x^2 + \left(12 - \frac{3}{2}x\right)^2 \\ &= \frac{13}{4} \left(x - \frac{72}{13}\right)^2 + \frac{576}{13} \end{aligned}$$

따라서  $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$ 의 최솟값은  $\frac{576}{13}$ 이다.

19. 다음 그림과 같이 세 개의 반원으로 이루어진 도형이 있다. 큰 반원의 지름이 20 cm 이고 색칠한 부분의 넓이가  $y\pi\text{cm}^2$  일 때,  $y$ 의 최댓값을 구하면?



- ① 10      ② 15      ③ 16      ④ 25      ⑤ 36

해설

$\overline{AC} = x\text{ cm}$  이므로  $\overline{BC} = (20 - x)\text{ cm}$  이다.  
따라서 색칠한 부분의 넓이  $S$  는  
(전체 반원의 넓이 - 작은 두 원의 넓이의 합)이다.

$$\frac{1}{2} \times 10^2\pi - \left\{ \frac{1}{2}\pi \left(\frac{x}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}\pi \left(\frac{20-x}{2}\right)^2 \right\} = y\pi$$

$$50\pi - \left( \frac{x^2}{8}\pi + \frac{400 - 40x + x^2}{8}\pi \right) = y\pi$$

$$50\pi - \left( \frac{2x^2 - 40x + 400}{8} \right)\pi = y\pi$$

$$-\frac{1}{4}x^2\pi + 5x\pi = y\pi$$

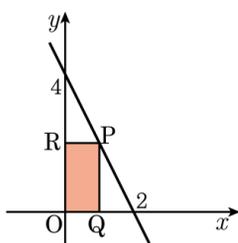
$$y\pi = -\frac{1}{4}\pi(x^2 - 20x)$$

$$= -\frac{1}{4}\pi(x^2 - 20x + 100 - 100)$$

$$= -\frac{1}{4}\pi(x - 10)^2 + 25\pi \text{이다.}$$

따라서 두 원의 반지름이 각각 10 cm 일 때, 넓이는 최댓값  $25\pi\text{cm}^2$  를 갖는다.

20. 직선  $y = -2x + 4$  위의 제1 사분면에 있는 한 점 P에서  $x$  축,  $y$  축에 수선을 그어 그때의 수선의 발을 각각 Q, R이라 할 때, 사각형 OQPR의 넓이의 최댓값은?



- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 7

해설

$$\begin{aligned}
 y &= x(-2x + 4) \quad (0 < x < 2) \\
 &= -2x^2 + 4x \\
 &= -2(x^2 - 2x + 1 - 1) \\
 &= -2(x - 1)^2 + 2 \\
 x &= 1 \text{ 일 때 최댓값 } 2
 \end{aligned}$$