

1.  $a > 0, b < 0, a + b < 0$  일 때, 다음 중 가장 큰 값은?

- ①  $a$       ②  $b$       ③  $a - b$       ④  $-a$       ⑤  $-b$

해설

$a > 0, b < 0$ 에서  $a > b, a - b > b$   
 $a + b < 0$ 에서  $b < -a, a < -b$   
따라서  $b < -a < 0 < a < -b < a - b$  이므로,  
제일 큰 수는  $a - b$

2.  $-1 < x < 3$ 일 때,  $A = 2x - 3$ 의 범위는?

①  $1 < A < 3$

②  $-1 < A < 3$

③  $-3 < A < 5$

④  $-5 < A < 3$

⑤  $3 < A < 5$

해설

$-1 < x < 3$ 에서 양변에 2를 곱하고 3을 빼면

$$-2 - 3 < 2x - 3 < 6 - 3$$

$$\therefore -5 < 2x - 3 < 3$$

3.  $x$ 에 대한 부등식  $ax + b \leq bx + a$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은? (단  $a, b$ 는 실수)
- ①  $a > b > 0$ 일 때, 해는  $x \geq 1$ 이다.
  - ②  $a < b < 0$ 일 때, 해는 없다.
  - ③  $a = b$ 일 때, 해는 모든 실수이다.
  - ④  $a = b$ 일 때, 해는 없다.
  - ⑤  $a = b$ 일 때, 해는  $x > 1$ 이다.

해설

$ax + b \leq bx + a$ 에서  $(a - b)x \leq a - b$

( i )  $a > b$ 일 때,  $a - b > 0$ 이므로  $x \leq \frac{a - b}{a - b}$

$\therefore x \leq 1$

( ii )  $a = b$ 일 때,  $a - b = 0$ 이므로  $0 \cdot x \leq 0$

$\therefore$  해가 무수히 많다

( iii )  $a < b$ 일 때,  $a - b < 0$ 이므로  $x \geq \frac{a - b}{a - b}$

$\therefore x \geq 1$

( i ), ( ii ), ( iii )에서 해는 모든 실수

4. 부등식  $|x - 3| \geq 2$ 의 해로 다음 중 옳은 것은?

①  $1 \leq x \leq 5$

②  $x \leq 1$  또는  $x \geq 5$

③  $-1 \leq x \leq 5$

④  $x \leq -1$  또는  $x \geq 5$

⑤  $-5 \leq x \leq -1$

해설

$|x - 3| \geq 2$ 에서  $x - 3 \geq 2$  또는  $-(x - 3) \geq 2 \therefore x \geq 5$  또는  $x \leq 1$

5. 부등식  $|2x - a| > 7$ 의 해가  $x < -1$  또는  $x > b$ 일 때, 상수  $a, b$ 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$|2x - a| > 7$ 에서

$2x - a < -7$  또는  $2x - a > 7$

$\therefore x < \frac{a-7}{2}$  또는  $x > \frac{a+7}{2}$

그런데 주어진 부등식의 해가

$x < -1$  또는  $x > b$ 이므로

$\frac{a-7}{2} = -1, \frac{a+7}{2} = b$

$\therefore a = 5, b = 6$

$\therefore a + b = 11$

6. 모든 실수  $x$ 에 대하여  $x^2 + ax + a$ 가  $-3$ 보다 항상 크기 위한 상수  $a$ 의 값의 범위는?

- ①  $-4 < a < 3$       ②  $-2 < a < 4$       ③  $-2 < a < 6$   
④  $2 < a < 4$       ⑤  $2 < a < 6$

해설

$x^2 + ax + a > -3, x^2 + ax + (a + 3) > 0$   
모든 실수  $x$ 에 대하여 성립하려면  
이차방정식  $x^2 + ax + (a + 3) = 0$ 의 판별식을  
 $D$ 라 할 때,  
 $D < 0$ 이어야 하므로  
 $D = a^2 - 4(a + 3) < 0$   
 $a^2 - 4a - 12 < 0, (a - 6)(a + 2) < 0$   
 $\therefore -2 < a < 6$

7. 모든 실수  $x$ 에 대하여 부등식  $ax^2 + 2ax + 3 > 0$ 이 성립하도록 하는 정수  $a$ 의 개수는?

① 1개      ② 2개      ③ 3개      ④ 4개      ⑤ 5개

해설

$x$ 의 계수가 미지수이므로  
i)  $a = 0$ 일 때,  
 $3 > 0$ 이므로 모든 실수  $x$ 에 대하여 항상 성립한다.  
ii)  $a \neq 0$ 일 때,  
 $ax^2 + 2ax + 3 > 0$ 의 해가 모든 실수이려면  
 $a > 0 \cdots \textcircled{1}$   
 $\frac{D}{4} = a^2 - 3a < 0, a(a - 3) < 0$   
 $\therefore 0 < a < 3 \cdots \textcircled{2}$   
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 의 공통 범위를 구하면  $0 < a < 3$   
i), ii)에서  $0 \leq a < 3$   
따라서 정수  $a$ 는 0, 1, 2의 3개이다.

8. 모든 실수  $x$ 에 대하여  $a(x^2 + 2x + 2) \geq 2x^2 + 4x + 5$ 가 성립할 때  $a$ 의 최솟값을 구하면?

- ① -1      ② 0      ③ 1      ④ 2      ⑤ 3

해설

$a(x^2 + 2x + 2) \geq 2x^2 + 4x + 5$ 에서  
 $(a - 2)x^2 + 2(a - 2)x + (2a - 5) \geq 0$   
이 모든 실수  $x$ 에 대하여 성립해야 하므로  
 $a - 2 > 0 \cdots \textcircled{1}$   
판별식  $\frac{D}{4} = (a - 2)^2 - (a - 2)(2a - 5) \leq 0$ 이므로  
 $a^2 - 4a + 4 - (2a^2 - 9a + 10)$   
 $= a^2 - 4a + 4 - 2a^2 + 9a - 10$   
 $= -a^2 + 5a - 6$   
 $= -(a^2 - 5a + 6)$   
 $= -(a - 2)(a - 3) \leq 0$   
따라서  $(a - 2)(a - 3) \geq 0$ 이므로  
 $a \leq 2$  또는  $a \geq 3 \cdots \textcircled{2}$   
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서  $a \geq 3$   
따라서  $a$ 의 최솟값은 3

9. 이차부등식  $ax^2 + 4x + a < 0$ 이 임의의 실수  $x$ 에 대하여 성립할 때, 상수  $a$ 의 값의 범위는?

①  $a < -2$

②  $a < 0$

③  $a < 2$

④  $a < 4$

⑤  $a < 8$

해설

$ax^2 + 4x + a < 0$ 이 임의의 실수  $x$ 에 대하여 성립하려면

i)  $a < 0$

ii)  $ax^2 + 4x + a = 0$ 의 판별식을  $D$ 라 할 때,

$$\frac{D}{4} = 2^2 - a^2 < 0$$

$$a^2 - 4 > 0, (a + 2)(a - 2) > 0$$

$\therefore a < -2$  또는  $a > 2$

i), ii)의 공통 범위를 구하면  $a < -2$

10. 모든 실수  $x$ 에 대하여 부등식  $kx^2 - 2(k-4)x + 2 \geq 0$ 이 성립하도록 하는 실수  $k$ 의 값의 범위는?

- ①  $k \leq -2$
- ②  $-1 \leq k \leq 2$
- ③  $1 \leq k \leq 8$
- ④  $2 \leq k \leq 8$
- ⑤  $k \leq 8$

해설

$x^2$ 의 계수가 미지수  $k$ 이므로  
i )  $k = 0$ 일 때  $8x + 2 \geq 0$ 에서  $x \geq -\frac{1}{4}$ 이므로  
모든 실수  $x$ 에 대하여 성립하는 것은 아니다.  
ii )  $k \neq 0$ 일 때  $kx^2 - 2(k-4)x + 2 \geq 0$ 의 해가 모든 실수이려면  $k > 0 \cdots \textcircled{1}$   
 $\frac{D}{4} = (k-4)^2 - 2k \leq 0, k^2 - 10k + 16 \leq 0,$   
 $(k-2)(k-8) \leq 0 \quad \therefore 2 \leq k \leq 8 \cdots \textcircled{2}$   
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 의 공통 범위를 구하면  $2 \leq k \leq 8$   
i ), ii )에서  $2 \leq k \leq 8$ 이다.

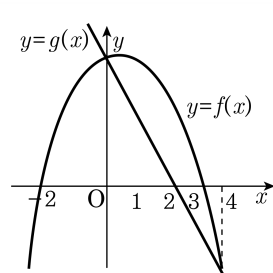
11. 이차부등식  $ax^2 + bx + c > 0$  의 해가  $\frac{1}{14} < x < \frac{1}{10}$  일 때, 이차부등식  $4cx^2 - 2bx + a < 0$  의 해는?

- ①  $x < -7$  또는  $x > -5$
- ②  $-7 < x < -5$
- ③  $-7 < x < 5$
- ④  $5 < x < 7$
- ⑤  $x < 5$  또는  $x > 7$

해설

$ax^2 + bx + c > 0$  의 해가  $\frac{1}{14} < x < \frac{1}{10}$  이므로  
 $(14x - 1)(10x - 1) < 0$ ,  $140x^2 - 24x + 1 < 0$   
 $-140x^2 + 24x - 1 > 0 \Leftrightarrow ax^2 + bx + c > 0$   
 $\therefore a = -140, b = 24, c = -1 \cdots \textcircled{가}$   
 $\textcircled{가}$ 를  $4cx^2 - 2bx + a < 0$  에 대입하면  
 $-4x^2 - 48x - 140 < 0$   
 $x^2 + 12x + 35 > 0, (x + 7)(x + 5) > 0$   
 $\therefore x < -7$  또는  $x > -5$

12. 이차함수  $y = f(x)$  의 그래프와 직선  $y = g(x)$  가 다음 그림과 같을 때, 부등식  $f(x) > g(x)$  의 해를 구하면?



- ①  $-2 < x < 4$       ②  $-2 < x < 3$   
 ③  $0 < x < 4$       ④  $2 < x < 3$   
 ⑤  $3 < x < 4$

**해설**

부등식  $f(x) > g(x)$  의 해는  
 함수  $f(x)$  의 그래프가 직선  $y = g(x)$  보다  
 위쪽에 있는  $x$  의 구간을 의미하므로  
 구하는 해는  $0 < x < 4$

13. 다음 연립부등식을 풀어라.

$$\begin{cases} x^2 - 2x + 1 \leq 0 \\ x^2 + 2x + 2 \geq 0 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 :  $x = 1$

해설

$x^2 - 2x + 1 \leq 0 \rightarrow (x - 1)^2 \leq 0$   
 $(x - 1)^2$ 은 항상 0 이상이므로  
만족하는 해는  $x = 1$  이 유일  
 $x^2 + 2x + 2 = (x + 1)^2 + 1 > 0$   
 $\rightarrow (x + 1)^2 + 1 \geq 1$   
 $\therefore$  모든 실수  
 $\therefore x = 1$

14. 다음 연립부등식의 해를 구하여라.

$$\begin{cases} x^2 - 4 < 0 \\ x^2 - 4x < 5 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-1 < x < 2$

해설

부등식  $x^2 - 4 < 0$ 에서  $(x+2)(x-2) < 0$

$\therefore -2 < x < 2 \cdots \cdots \textcircled{\text{㉠}}$

$x^2 - 4x < 5$ 에서  $x^2 - 4x - 5 < 0$

$(x+1)(x-5) < 0$

$\therefore -1 < x < 5 \cdots \cdots \textcircled{\text{㉡}}$

따라서 구하는 해는 ㉠과 ㉡를

동시에 만족하는  $x$ 의 값이므로

$\therefore -1 < x < 2$

15. 연립부등식  $\begin{cases} x^2 + x - 6 \leq 0 \\ |x - 1| \leq 3 \end{cases}$  의 해를 구하면?

- ①  $-3 \leq x \leq 2$       ②  $-2 \leq x \leq 2$       ③  $-1 \leq x \leq 2$   
④  $0 \leq x \leq 2$       ⑤  $2 \leq x \leq 3$

해설

$x^2 + x - 6 \leq 0$ 에서  
 $(x + 3)(x - 2) \leq 0$   
 $-3 \leq x \leq 2 \cdots (가)$   
 $|x - 1| \leq 3$ 에서  
 $-3 \leq x - 1 \leq 3$   
 $-2 \leq x \leq 4 \cdots (나)$   
 $(가), (나)$ 에서  $-2 \leq x \leq 2$

16.  $(a+b)x + (2a-3b) < 0$ 의 해가  $x < -\frac{1}{3}$ 일 때, 부등식  $(a-3b)x + (b-2a) > 0$ 을 풀어라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $x < -3$

해설

$$(a+b)x + (2a-3b) < 0$$

$$(a+b)x < 3b-2a$$

$$\Rightarrow x < \frac{3b-2a}{a+b} = -\frac{1}{3} \quad (a+b > 0)$$

$$\Rightarrow a+b = -3(3b-2a)$$

$$\Rightarrow a = 2b, \quad a+b = 3b > 0 \rightarrow b > 0$$

$$(a-3b)x + (b-2a) > 0 \Leftrightarrow -bx - 3b > 0$$

$$bx < -3b$$

$$\therefore x < -3 \quad (\because b > 0)$$

17. 부등식  $|x|+|x-2|\leq 3$ 을 풀면  $m\leq x\leq n$ 이다.  $m+n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

i)  $x < 0$ 일 때

$$-x-x+2-3\leq 0$$

$$-2x\leq 1$$

$$\therefore -\frac{1}{2}\leq x < 0$$

ii)  $0\leq x < 2$ 일 때

$$x-x+2\leq 3$$

$$\therefore 0\leq x < 2$$

iii)  $x\geq 2$ 일 때

$$2x-2\leq 3$$

$$2x\leq 5$$

$$\therefore 2\leq x\leq \frac{5}{2}$$

i), ii), iii)에서  $-\frac{1}{2}\leq x\leq \frac{5}{2}$

$$\therefore m=-\frac{1}{2}, n=\frac{5}{2}, m+n=2$$

18. 모든 실수  $x$ 에 대하여  $\sqrt{x^2 - 2(k-4)x + 4}$ 가 실수가 되도록 하는  $k$ 의 값의 범위는?

①  $-1 \leq k \leq 2$

②  $k \leq -1$  또는  $k \geq 2$

③  $2 \leq k \leq 6$

④  $k \leq 2$  또는  $k \geq 6$

⑤  $k \geq 6$

해설

근호가 실수가 되려면

근호 속의 수가 양수이어야 한다.

즉,  $x^2 - 2(k-4)x + 4 \geq 0$ 을 항상 만족시키면 되므로

판별식  $\frac{D}{4} \leq 0$ 이 될 조건을 구하면 된다.

$$\frac{D}{4} = (k-4)^2 - 4 \leq 0$$

$$k^2 - 8k + 12 \leq 0, (k-2)(k-6) \leq 0$$

$$\therefore 2 \leq k \leq 6$$

19.  $k(x^2 - 4x + 1) < 2x$ 가 모든 실수에 대해 성립하도록 하는 실수  $k$ 의 값의 범위를 구하면?

①  $k < -\frac{1}{3}$

②  $k < 0$

③  $k > -1$

④  $-\frac{1}{3} < k < 0$

⑤  $-1 < k < -\frac{1}{3}$

해설

$$kx^2 - 4kx + k - 2x < 0$$

$$\Rightarrow kx^2 - 2(2k+1)x + k < 0$$

모든 실수에 대해 성립하므로  $k < 0, D < 0$

$$\frac{D}{4} = (2k+1)^2 - k^2 < 0$$

$$3k^2 + 4k + 1 < 0, (3k+1)(k+1) < 0$$

$$\therefore -1 < k < -\frac{1}{3}$$

20. 이차함수  $y = -x^2 + (a-1)x + 3a$  의 그래프가 직선  $y = x - 2$  보다 항상 아래쪽에 있기 위한 실수  $a$  값의 범위는?

- ①  $-3 < a < 1$       ②  $-6 < a < -2$       ③  $a \geq 3, a \leq -1$   
④  $a \geq 0$       ⑤  $a \leq 5$

해설

$$x - 2 > -x^2 + (a-1)x + 3a$$
$$\Rightarrow x^2 - (a-2)x - 2 - 3a > 0$$

항상 성립하려면, 판별식이 0 보다 작아야 한다.

$$\Rightarrow D = (a-2)^2 - 4(-2-3a) < 0$$

$$\Rightarrow a^2 + 8a + 12 < 0$$

$$\Rightarrow -6 < a < -2$$

21. 이차함수  $y = x^2 - 2x - 3$ 의 그래프가 이차함수  $y = 2x^2 - 2mx + 1$ 의 그래프보다 항상 아래쪽에 존재하도록 하는 실수  $m$ 의 값의 범위는?

①  $-3 < m < 3$

②  $-3m < 1$

③  $-1 < m < 3$

④  $m < -1$  또는  $m > 1$

⑤  $m < -1$  또는  $m > 3$

해설

$x^2 - 2x - 3 < 2x^2 - 2mx + 1$  에서

$$x^2 - 2(m-1)x + 4 > 0$$

이 모든 실수  $x$ 에 대하여 성립하도록 하는  $m$ 의 범위를 구하시오.

이 부등식이 모든 실수  $x$ 에 대하여 항상 성립해야 하므로 이차

방정식  $x^2 - 2(m-1)x + 4 = 0$  의 판별식을  $D$  라 하면

$$\frac{D}{4} = (m-1)^2 - 4 < 0 \text{ 에서}$$

$$(m + 1)(m - 3) < 0$$

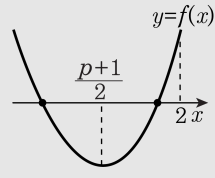
$$\therefore -1 < m < 3$$

22.  $x$ 에 대한 이차방정식  $x^2 - (p+1)x + 2 - p = 0$ 의 서로 다른 두 근이 모두 2보다 작을 때, 양수  $p$ 의 값의 범위는?

- ①  $0 < p < 1$                       ②  $\frac{1}{2} < p < 1$                       ③  $1 \leq p < 2$   
 ④  $1 < p < \frac{4}{3}$                       ⑤  $p > 1$

해설

$f(x) = x^2 - (p+1)x + 2 - p$  라 하면  $y = f(x)$  의 그래프는 다음 그림과 같아야 한다.



( i ) 이차방정식  $f(x) = 0$  의 판별식을 D 라 하면

$$D = (p+1)^2 - 4(2-p) > 0$$

$$p^2 + 6p - 7 > 0, (p+7)(p-1) > 0$$

$$\therefore p < -7 \text{ 또는 } p > 1$$

( ii )  $f(2) > 0$  에서  $2^2 - (p+1) \cdot 2 + 2 - p > 0$

$$3p < 4$$

$$\therefore p < \frac{4}{3}$$

(iii)  $y = f(x)$  의 그래프의 축의 방정식이  $x = \frac{p+1}{2}$  이므로

$$\frac{p+1}{2} < 2$$

$$\therefore p < 3$$

( i ), ( ii ), (iii) 에서  $p < -7$  또는  $1 < p < \frac{4}{3}$

그런데  $p > 0$  이므로  $1 < p < \frac{4}{3}$

23.  $x$ 에 관한 이차방정식  $x^2 - ax + 9 = 0$ 이  $x < 1$ 에서 두 개의 실근을 갖도록 하는 실수  $a$ 의 범위를 구하면  $a \leq k$ 이다. 이 때,  $k$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $k = -6$

해설

$f(x) = x^2 - ax + 9$ 라 놓으면

i ) 축이  $x < 1$ 에 있어야 하므로  $\frac{1}{2}a < 1, a < 2$

ii )  $f(1) > 0, 1 - a + 9 > 0, a < 10$

iii) 두 개의 실근을 가져야 하므로

$D = a^2 - 4 \cdot 9 \geq 0, a \geq 6, a \leq -6$

따라서 i ), ii ), iii)에 의해  $a \leq -6$

$\therefore k = -6$

24. 이차방정식  $x^2 - mx + 2 = 0$ 이 2보다 큰 근과 2보다 작은 근을 가질 때  $m$ 의 값의 범위를 구하면?

①  $m > -1$

②  $m > 1$

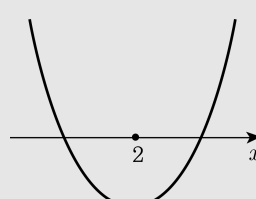
③  $m > -2$

④  $m > 2$

⑤  $m > 3$

해설

주어진 이차방정식의 근이 2보다 크고 2보다 작은 근을 가지면  $f(2) < 0$   
 $f(2) = 4 - 2m + 2 < 0$ 이므로  $m > 3$



25. 이차방정식  $x^2 - (a+1)x - 3 = 0$ 의 한 근이 3보다 크고, 다른 한 근은 3보다 작을 때, 실수  $a$ 의 값의 범위는?

①  $a > -3$

②  $a > -1$

③  $a > 1$

④  $a < 1$

⑤  $a < 3$

해설

$f(x) = x^2 - (a+1)x - 3$ 이라 하면

방정식  $f(x) = 0$ 의 두근 사이에 3이 있으므로

$$f(3) = 9 - 3(a+1) - 3 < 0$$

$$-3a + 3 < 0$$

$$\therefore a > 1$$