

1. $12ax^2 - 12axy + 3ay^2$ 을 인수분해하면?

① $12(ax - ay)^2$

② $6a(x - y)^2$

③ $(6ax - ay)^2$

④ $3a(x - y)^2$

⑤ $3a(2x - y)^2$

해설

$$\begin{aligned} 12ax^2 - 12axy + 3ay^2 &= 3a(4x^2 - 4xy + y^2) \\ &= 3a(2x - y)^2 \end{aligned}$$

2. 두 식 $x^2 + 12x + A$, $x^2 - Bx + 49$ 가 완전제곱식이 되도록 하는 양수 A, B 에 대하여 $A + B$ 의 값은?

① 55

② 50

③ 46

④ 42

⑤ 38

해설

$$(x + 6)^2 = x^2 + 12x + 36$$

$$\therefore A = 36$$

$$(x - 7)^2 = x^2 - 14x + 49, -B = -14$$

$$\therefore B = 14$$

$$\therefore A + B = 36 + 14 = 50$$

3. 다음 식을 인수분해하면?

$4a^2 - 9b^2$

- ① $(2a + 3b)(2a - b)$

② $(2a + b)(2a - 3b)$

③ $(2a + 3b)(2a - 3b)$

④ $(4a + 3b)(a - 3b)$

⑤ $(2a + 9b)(2a - b)$

해설

$4a^2 - 9b^2 = (2a)^2 - (3b)^2 = (2a + 3b)(2a - 3b)$

4. $x^2 - 10x + A = (x + 5)(x - B)$ 일 때, A , B 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = -75$

▷ 정답 : $B = 15$

해설

$$x^2 - 10x - 75 = x^2 + (5 - B)x - 5B$$

$$5 - B = 10, \therefore B = 15$$

$$\therefore A = -5B = -75$$

5. 다음은 좌변을 인수분해하여 우변을 얻은 것이다. 옳은 것은?

① $-6ax - 2bx = -6x(a + 2b)$

② $ax^2 + ay = a(x + y)$

③ $a(x + y) - b(x + y) = (x + y) - ab$

④ $-4x^2 + 16y^2 = -4(x + 2y)(x - 2y)$

⑤ $x(2a - b) + 2y(2a - b) - z(2a - b) = (2a - b)(x - 2y) - z$

해설

① $-2x(3a + b)$

② $a(x^2 + y)$

③ $(x + y)(a - b)$

⑤ $(2a - b)(x + 2y - z)$

6. $x^2 - 4x + 3$ 과 $2x^2 - 3x - 9$ 의 공통인 인수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x - 3$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 4x + 3 &= (x - 3)(x - 1) \\ 2x^2 - 3x - 9 &= (2x + 3)(x - 3)\end{aligned}$$

7. 두 다항식 $x^2 - 5x + a$, $2x^2 - bx - 12$ 의 공통인 인수가 $x - 3$ 이라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

공통인 인수가 $x - 3$ 이므로

$x^2 - 5x + a = (x - 3)(x + k)$ 로 놓을 수 있다.

$$x^2 - 5x + a = (x - 3)(x + k) = x^2 + (k - 3)x - 3k$$

$$k - 3 = -5, \quad -3k = a$$

$$k = -2 \quad \therefore a = (-3) \times (-2) = 6$$

마찬가지로 공통인 인수가 $x - 3$ 이므로

$$2x^2 - bx - 12 = (x - 3)(2x + m) = 2x^2 + (m - 6)x - 3m$$

$$m - 6 = -b, \quad -3m = -12$$

$$m = 4 \quad \therefore b = 6 - 4 = 2$$

$$\therefore a + b = 6 + 2 = 8$$

8. $(x-2y)(x-2y-4z)-12z^2$ 이 계수가 1 인 두 일차식의 곱으로 인수 분해될 때, 두 일차식의 합을 구하면?

- ① $2x-4y+4z$ ② $2x-4y-4z$ ③ $2x-4y+3z$
④ $2x+4y+4z$ ⑤ $4x-2y-4z$

해설

$x-2y=A$ 라 하면

$$A(A-4z)-12z^2=A^2-4Az-12z^2$$

$$=(A-6z)(A+2z)$$

$$=(x-2y-6z)(x-2y+2z)$$

$$\therefore (x-2y-6z)+(x-2y+2z)=2x-4y-4z$$

9. 다음 인수분해 과정에서 이용된 공식을 모두 고르면? (단, $a > 0, b > 0$)

$$x^2 - 4y^2 + 4y - 1 = x^2 - (4y^2 - 4y + 1) = x^2 - (2y - 1)^2 = (x + 2y - 1)(x - 2y + 1)$$

- ① $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$
- ② $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$
- ③ $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
- ④ $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$
- ⑤ $acx^2 + (ad + bc)x + bd = (ax + b)(cx + d)$

해설

$$\begin{aligned} &x^2 - 4y^2 + 4y - 1 \\ &= x^2 - (4y^2 - 4y + 1) \\ &= x^2 - (2y - 1)^2 \cdots [a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2] \\ &= (x + 2y - 1)(x - 2y + 1) \cdots [a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)] \end{aligned}$$

10. $(2x+1)(2x-1)-2(2x-1)^2$ 를 전개하면 Ax^2+Bx+C 일 때, $2A+B+C$ 의 값은?

① -5

② -4

③ -3

④ -2

⑤ -1

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (2x-1)\{(2x+1)-2(2x-1)\} \\ &= (2x-1)(-2x+3) \\ &= -4x^2+8x-3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2A+B+C &= 2\times(-4)+8-3 \\ &= -3\end{aligned}$$

11. $(\sqrt{2}-2)(a\sqrt{2}+4)$ 를 전개하였더니 $b\sqrt{2}+2$ 가 되었다. 이때 $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 2a + 4\sqrt{2} - 2a\sqrt{2} - 8 \\ &= b\sqrt{2} + 2\end{aligned}$$

$$2a - 8 = 2 \quad \therefore a = 5$$

$$4 - 2a = 4 - 10 = -6 = b$$

$$\therefore a + b = 5 - 6 = -1$$

12. 이차식 $ax^2 + bx + c$ 를 인수분해 하는데 민수는 x 의 계수를 잘못 보고 풀어서 $2(x+1)(x-5)$ 가 되었고, 진영이는 상수항을 잘못 보고 풀어서 $(2x+5)(x-3)$ 이 되었다.
다음 중 $x^2 + Ax + B$ 를 옳게 인수 분해한 것은?

- ① $(2x-5)(x+2)$ ② $2(x+1)^2$
③ $(x-2)(x+2)$ ④ $(x-2)(x+3)$
⑤ $(2x-4)(x+5)$

해설

민수는 $2(x+1)(x-5)$ 에서 상수항 -10 을 맞게 보았고,
진영이는 $(2x+5)(x-3)$ 에서 x 의 계수 -1 을 맞게 보았다.
따라서 $2x^2 - x - 10 = (2x-5)(x+2)$ 이다.

13. $-8 - 7a(a - 2) + a^2(a - 2)^2 = (a + A)(a + B)(a + C)(a + D)$ 라고 할 때, $A + B + C + D$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned} a - 2 = t \text{로 치환하면} \\ -8 - 7a(a - 2) + a^2(a - 2)^2 \\ = -8 - 7at + (at)^2 \\ = (at - 8)(at + 1) \\ = (a^2 - 2a - 8)(a^2 - 2a + 1) \\ = (a - 4)(a + 2)(a - 1)^2 \\ = (a - 4)(a + 2)(a - 1)(a - 1) \\ \therefore A + B + C + D = (-4) + 2 + (-1) + (-1) = -4 \end{aligned}$$

14. $(x-3)(x+1)-(x-3)^2+6(x+1)^2$ 을 인수분해하면?

① $(3x+2)(x+2)$

② $2(3x-1)(x+3)$

③ $2(3x+1)(x-3)$

④ $4(2x-2)(x+3)$

⑤ $-2(3x-2)(x-3)$

해설

$x+1=A$, $x-3=B$ 로 치환하면

$$6(x+1)^2+(x-3)(x+1)-(x-3)^2$$

$$=6A^2+AB-B^2=(2A+B)(3A-B)$$

$$=\{2(x+1)+(x-3)\}\{3(x+1)-(x-3)\}$$

$$=(3x-1)(2x+6)=2(3x-1)(x+3)$$

15. $(x^2 + 5x + 6)(x^2 - 3x + 2) - 252$ 을 바르게 인수분해 한 것은?

- ㉠ $(x^2 + x + 12)(x - 4)(x + 5)$
㉡ $(x^2 - x + 12)(x + 4)(x - 5)$
㉢ $(x^2 - x - 12)(x + 4)(x - 5)$
㉣ $(x^2 + 2x - 12)(x + 4)(x - 5)$
㉤ $(x^2 + 2x - 12)(x - 4)(x + 5)$

해설

$$\begin{aligned} & (x^2 + 5x + 6)(x^2 - 3x + 2) - 252 \\ &= (x + 2)(x + 3)(x - 1)(x - 2) - 252 \\ &= \{(x + 2)(x - 1)\}\{(x + 3)(x - 2)\} - 252 \\ &= (x^2 + x - 2)(x^2 + x - 6) - 252 \\ & \quad x^2 + x = t \text{로 치환하면,} \\ &= (t - 2)(t - 6) - 252 \\ &= t^2 - 8t + 12 - 252 \\ &= t^2 - 8t - 240 \\ &= (t + 12)(t - 20) \\ &= (x^2 + x + 12)(x^2 + x - 20) \\ &= (x^2 + x + 12)(x - 4)(x + 5) \end{aligned}$$

16. 다항식 $x^2 - 4xy + 3y^2 - 7x + 5y - 8$ 을 인수분해하면?

① $(x + 3y - 8)(x + y + 1)$

② $(x - 3y + 8)(x + y + 1)$

③ $(x + 3y - 8)(x - y - 1)$

④ $(x - 3y + 2)(x - y + 4)$

⑤ $(x - 3y - 8)(x - y + 1)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - (4y + 7)x + 3y^2 + 5y - 8 \\ &= x^2 - (4y + 7)x + (3y + 8)(y - 1) \\ &= (x - 3y - 8)(x - y + 1) \end{aligned}$$

17. $0 < x \leq 1$ 일 때, 다음 식을 만족하는 x 의 값을 구하면?

$$3\sqrt{(-x)^2} - \sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4} + \sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4} = 5$$

- ① -3 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4} &= \sqrt{x^2 - 2 + \frac{1}{x^2}} \\ &= \sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2} \\ \sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4} &= \sqrt{x^2 + 2 + \frac{1}{x^2}} \\ &= \sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2}\end{aligned}$$

$$0 < x \leq 1, x - \frac{1}{x} \leq 0, x + \frac{1}{x} > 0 \text{ 이므로}$$

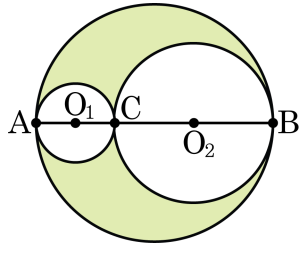
$$3\sqrt{(-x)^2} - \sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4} + \sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4} = 5$$

$$3x - \left\{-\left(x - \frac{1}{x}\right)\right\} + \left(x + \frac{1}{x}\right) = 5$$

$$5x = 5$$

$$\therefore x = 1$$

18. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 큰 원과 두 원 O_1 , O_2 가 세 점 A, B, C 에서 서로 접하고 있다. 원 O_1 의 반지름이 a , 원 O_2 의 반지름이 b 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 a 와 b 를 사용하여 나타내면?



- ① $\pi(3a^2 + 3b^2 + 8ab)$ ② $8\pi ab$
 ③ $2\pi ab$ ④ πab
 ⑤ $\pi(2a^2 + 2b^2 + 8ab)$

해설

O_1 의 반지름은 a , O_2 의 반지름은 b 이므로 큰 원의 반지름은 $a + b$ 이다.
 따라서 색칠한 부분의 넓이는 $(a+b)^2\pi - a^2\pi - b^2\pi = 2ab\pi$ 이다.

19. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $x^3 - x^2 + 2x - 2 = (x - 1)(x^2 + 2)$

② $xy - x - y + 1 = (x - 1)(y - 1)$

③ $xy - 2x + y - 2 = (x + 1)(y - 2)$

④ $x^2(x + 1) - 4(x + 1) = (x + 1)(x + 2)(x - 2)$

⑤ $a(b + 1) - (b + 1) = (1 - a)(1 + b)$

해설

⑤ $a(b + 1) - (b + 1) = (a - 1)(b + 1)$

20. $a = 1 + \sqrt{2}$ 일 때, $\frac{a^2 - 2a + 3}{a - 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{a^2 - 2a + 3}{a - 1} &= \frac{(a^2 - 2a + 1) + 2}{(a - 1)^2 + 2} \\&= \frac{a - 1}{(1 + \sqrt{2} - 1)^2 + 2} \\&= \frac{1 + \sqrt{2} - 1}{(\sqrt{2})^2 + 2} \\&= \frac{2 + \sqrt{2}}{4} \\&= \frac{\sqrt{2}}{4} \\&= \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}\end{aligned}$$

21. $b - a = \sqrt{3}$, $ab = 1$ 이고, $(b + a)b^2 - (a + b)a^2 = m\sqrt{3}$ 이라 할 때, m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $m = 7$

해설

$$\begin{aligned}(b + a)^2 &= (b - a)^2 + 4ab \\ &= (\sqrt{3})^2 + 4 = 7\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(b + a)b^2 - (a + b)a^2 &= (b + a)(b^2 - a^2) \\ &= (b + a)^2(b - a) \\ &= 7\sqrt{3} = m\sqrt{3}\end{aligned}$$

따라서 $m = 7$ 이다.

22. 넓이가 각각 $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$, $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ 인 두 정사각형이 있다. 큰 정사각형의 한 변의 길이를 x , 작은 정사각형의 한 변의 길이를 y 라 할 때, x^3y+xy^3 의 값을 구하면?

- ① 4 ② 8 ③ 14 ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $8\sqrt{3}$

해설

$$x^2 = \frac{1}{2-\sqrt{3}} = 2 + \sqrt{3}, y^2 = \frac{1}{2+\sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}$$

$$(xy)^2 = x^2y^2 = 2^2 - (\sqrt{3})^2 = 1$$

$$xy = 1(\because x > 0, y > 0)$$

$$\text{따라서, } x^3y + xy^3 = xy(x^2 + y^2) = 1 \times 4 = 4 \text{ 이다.}$$

23. 30 이하의 자연수 n 에 대하여 $x^2 + 2x - n$ 이 계수와 상수항이 모두 정수인 두 일차식을 인수로 가질 때, 가능한 n 의 값을 모두 구하여라.
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▷ 정답 : 3
- ▷ 정답 : 8
- ▷ 정답 : 15
- ▷ 정답 : 24

해설

$x^2 + 2x - n = (x + a)(x + b)$ (단, $a > b$)
 $a + b = 2, ab = -n$ 이므로 $a > 0, b < 0$
 $1 \leq n \leq 30$ 이므로
이를 만족하는 a, b 의 순서쌍을 구해보면
 $(3, -1)(4, -2)(5, -3)(6, -4)$
따라서 가능한 n 의 값은 3, 8, 15, 24 이다.

24. 다항식 $x^4 - 3x^2 + 1$ 이 $(x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d)$ 로 인수분해 될 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하면?

① 2

② 1

③ 0

④ -1

⑤ -2

해설

$x^2 = X$ 로 치환하면

$$x^4 - 3x^2 + 1 = X^2 - 3X + 1$$

$$= X^2 - 2X + 1 - X$$

$$= (X - 1)^2 - X$$

$$= (x^2 - 1)^2 - x^2$$

$$= (x^2 - 1 - x)(x^2 - 1 + x)$$

$$= (x^2 - x - 1)(x^2 + x - 1) \text{ 이므로}$$

$$a = -1, b = -1, c = 1, d = -1 \text{ 이거나}$$

$$a = 1, b = -1, c = -1, d = -1$$

$$\therefore a + b + c + d = -2$$

25. $30\left(\frac{2^2-1}{2^2}\right)\left(\frac{3^2-1}{3^2}\right)\left(\frac{4^2-1}{4^2}\right)\cdots\left(\frac{10^2-1}{10^2}\right)$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{33}{2}$

해설

(주어진 식)

$$\begin{aligned} &= 30\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\left(1-\frac{1}{4^2}\right) \\ &\quad \cdots\left(1-\frac{1}{10^2}\right) \\ &= 30\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right) \\ &\quad \left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1+\frac{1}{4}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{10}\right)\left(1+\frac{1}{10}\right) \\ &= 30\times\left(\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\right)\times\left(\frac{2}{3}\times\frac{4}{3}\right)\times\left(\frac{3}{4}\times\frac{5}{4}\right) \\ &\quad \times\cdots\times\left(\frac{9}{10}\times\frac{11}{10}\right) \\ &= 30\times\frac{1}{2}\times\frac{11}{10}=\frac{33}{2} \end{aligned}$$