1. 다음은 $A = 2a^2 - 4ab, B = a^2b - 2a$ 에 대한 설명이다. 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ A 에서 $2a$ 는 각 항의 공통인 인수이다.

㉡ B 의 인수는 a 와 $ab - 2$ 로 모두 2 개이다.

㉢ A 와 B 의 공통인 인수는 a^2 이다.

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠,㉡

④ ㉡,㉢ ⑤ ㉠,㉡,㉢

해설

$A = 2a^2 - 4ab = 2a(a - 2b)$

$B = a^2b - 2a = a(ab - 2)$

㉡ B 의 인수는 $a(ab - 2)$ 도 포함한다.

㉢ A 와 B 의 공통인 인수는 a 이다.

2. 다음 중 인수분해를 바르게 한 것은?

① $ma + mb - m = m(a + b)$

② $64a^2 + 32ab + 4b^2 = (8a + 2b)^2$

③ $-4a^2 + 9b^2 = (2a + 3b)(2a - 3b)$

④ $x^2 - 5x - 6 = (x - 2)(x - 3)$

⑤ $2x^2 - 5xy + 3y^2 = (x - 3y)(2x - y)$

해설

① $ma + mb - m = m(a + b - 1)$

③ $-4a^2 + 9b^2 = -(2a + 3b)(2a - 3b)$

④ $x^2 - 5x - 6 = (x - 6)(x + 1)$

⑤ $2x^2 - 5xy + 3y^2 = (2x - 3y)(x - y)$

3. $x^2+5x+a=(x+b)^2$ 에서 $a-b$ 의 값은?

① $\frac{5}{4}$ ② $\frac{15}{2}$ ③ $\frac{15}{8}$ ④ $\frac{15}{4}$ ⑤ $\frac{11}{4}$

해설

$x^2+5x+a=x^2+2bx+b^2$

$2b=5,\ b=\frac{5}{2}$

$a=b^2=\frac{25}{4}$

$\therefore a-b=\frac{15}{4}$

4. 다음 중 $27ax^2 - 12ay^2$ 을 바르게 인수분해 한 것은?

① $(3ax - 3y)^2$
② $3^2(3ax - 4ay)^2$
③ $3a(3^2ax - 4ay)^2$
④ $3a(3x + 2y)(3x - 2y)$
⑤ $3(9ax^2 - 4ay^2)$

해설

$$\begin{aligned} 27ax^2 - 12ay^2 &= 3a(9x^2 - 4y^2) \\ &= 3a(3x + 2y)(3x - 2y) \end{aligned}$$

5. $6x^2 - 17x - A$ 가 $x - 3$ 을 인수로 가질 때, 다른 인수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $6x + 1$

해설

다른 인수를 $ax + b$ 라 하면

$(ax + b)(x - 3) = ax^2 + (b - 3a)x - 3b$

$= 6x^2 - 17x - A$ 에서

$a = 6$

$b - 3a = -17,\ b = 1$

따라서 다른 인수는 $6x + 1$

6. 다음 중 $x-3$ 를 인수로 갖는 다항식은?

① x^2-2x-8　② x^2-2x-3　③ x^2+3x+2

④ x^2-x-2　⑤ x^2-3x+2

해설

① $x^2-2x-8=(x+2)(x-4)$

② $x^2-2x-3=(x-3)(x+1)$

③ $x^2+3x+2=(x+1)(x+2)$

④ $x^2-x-2=(x+1)(x-2)$

⑤ $x^2-3x+2=(x-1)(x-2)$

따라서 $(x-3)$ 을 인수로 갖는 것은 ②

7. x에 관한 이차식 x^2+ax+4 의 한 인수가 $x+1$ 일 때, a의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

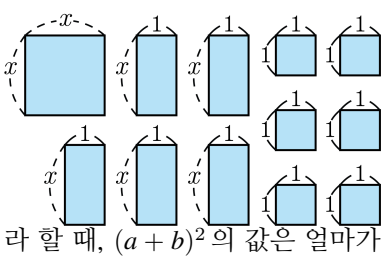
다른 인수를 $x+A$ 라 하면,

$$(x+1)(x+A) = x^2+(A+1)x+A$$
$$= x^2+ax+4$$

$A=4$

$\therefore\ a=1+A=1+4=5$

8. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 x인 정사각형 한 개와, 두 변의 길이가 각각 x, 1인 직사각형 5개, 한 변의 길이가 1인 정사각형 6개를 재배열하여 직사각형 한 개를 만들려한다. 이 직사각형의 가로의 길이를 a, 세로의 길이를 b라 할 때, $(a+b)^2$의 값은 얼마가 되는가?



① x^2+5x+6 ② $(2a+b)^2$

③ $4x^2+20x+25$ ④ $(4a+b)^2$

⑤ 25

해설

한 변이 x인 정사각형 한 개의 넓이 : x^2
세로, 가로가 각각 x, 1인 직사각형 5개의 넓이 : $5x$
한 변의 길이가 1인 정사각형 6개의 넓이 : 6
따라서 직사각형의 넓이는
$x^2+5x+6=(x+2)(x+3)$이다.
가로 길이를 $x+3=a$, 세로 길이를 $x+2=b$라 하면

$$\begin{aligned}(a+b)^2 &= (x+3+x+2)^2\\ &= (2x+5)^2\\ &= 4x^2+20x+25\end{aligned}$$

9. $(x-2y)(x-2y-4z)-12z^2$ 이 계수가 1 인 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, 두 일차식의 합을 구하면?

① $2x-4y+4z$ ② $2x-4y-4z$ ③ $2x-4y+3z$

④ $2x+4y+4z$ ⑤ $4x-2y-4z$

해설

$x-2y=A$ 라 하면

$$\begin{aligned} A(A-4z)-12z^2 &= A^2-4Az-12z^2 \\ &= (A-6z)(A+2z) \\ &= (x-2y-6z)(x-2y+2z) \end{aligned}$$

$\therefore\ (x-2y-6z)+(x-2y+2z)=2x-4y-4z$

10. $x^2 - 18x + A = (x+4)(x-B)$ 일 때, A, B의 값을 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $A = -88$

▷ 정답: $B = 22$

해설

$x^2 - 18x - 88 = x^2 + (4-B)x - 4B$
$4 - B = -18$, $\therefore B = 22$
$\therefore A = -4B = -88$

11. $2x^2-7x+A$ 가 $x-2$ 로 나누어 떨어질 때, A 의 값을 구하면?

① 6 ② 5 ③ 3 ④ 0 ⑤ -9

해설

$2x^2-7x+A=(x-2)(2x-3)=2x^2-7x+6$

$\therefore\ A=6$

12. $(x-3)(x+a)-2$ 가 계수가 정수인 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, a 가 될 수 있는 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a=-4$

▷ 정답: $a=-2$

해설

$(x-3)(x+a)-2=(x+\alpha)(x+\beta)$

$x^2+(a-3)x-3a-2=x^2+(\alpha+\beta)x+\alpha\beta$

$$\begin{cases} a-3=\alpha+\beta & \cdots\cdots\cdots ㉠ \\ -3a-2=\alpha\beta & \cdots\cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠의 $a=\alpha+\beta+3$ 을 ㉡에 대입하면

$-3\alpha-3\beta-9-2=\alpha\beta$

$\alpha\beta+3\alpha+3\beta+9=-2$

$(\alpha+3)(\beta+3)=-2$

$\alpha+3=\pm1$ 일 때, $\beta+3=\mp2$ 이므로

$(\alpha,\ \beta)=(-2,-5),\ (-4,-1)$

$a=\alpha+\beta+3$ 이므로

따라서 $a=-4$ 또는 -2 이다.

13. 어떤 이차식을 갑, 을이 다음과 같이 잘못 인수분해 했다. 처음 이차식을 바르게 인수분해하면 $a(x-b)(x-c)$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

> (1) 갑은 x 의 계수를 잘못 보고 $(3x-4)(x-6)$ 으로 인수 분해 하였다.
> (2) 을은 상수항을 잘못 보고 $(3x+3)(x-7)$ 으로 인수분해 하였다.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b+c=9$

해설

갑은 $3x^2-22x+24$ 에서 상수항 $+24$ 를 맞게 보았고,
을은 $3x^2-18x-21$ 에서 x 의 계수 -18 을 맞게 보았다.
따라서 $3x^2-18x+24=3(x-2)(x-4)$
$\therefore a=3,\ b=2,\ c=4$
$\therefore\ a+b+c=9$

14. $x(x+1)(x+2)(x+3)+1$ 이 $(x^2+bx+c)^2$ 으로 인수분해 될 때 $b-c$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x(x+1)(x+2)(x+3)+1$
$= x(x+3)\times(x+1)(x+2)+1$
$= (x^2+3x)(x^2+3x+2)+1$
$x^2+3x = \mathrm{A}$ 라 하면
$\mathrm{A}^2+2\mathrm{A}+1 = (\mathrm{A}+1)^2 = (x^2+3x+1)^2$
$\therefore b=3,\ c=1$
$\therefore b-c = 3-1 = 2$

15. $ab-2a-2b+4$ 를 인수분해한 것으로 옳은 것은?

① $(a+2)(b-2)$ ② $(a-2)(b+2)$ ③ $(a+2)(b+2)$

④ $(a-2)(b-2)$ ⑤ $(a+1)(b-2)$

해설

(준식) $= a(b-2)-2(b-2)=(a-2)(b-2)$

16. $a = \sqrt{2}+1$, $b = \sqrt{2}-1$ 일 때, $a^2 - b^2$ 의 값은?

① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$a^2 - b^2$

$= (a+b)(a-b)$

$= \left(\sqrt{2}+1+\sqrt{2}-1\right)\left(\sqrt{2}+1-\sqrt{2}+1\right)$

$= 2\sqrt{2} \times 2$

$= 4\sqrt{2}$

17. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 큰 원과 두 원 O_1, O_2 가 세 점 A, B, C 에서 서로 접하고 있다. 원 O_1 의 반지름이 a , 원 O_2 의 반지름이 b 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 a 와 b 를 사용하여 나타내면?

① $\pi\left(3a^2+3b^2+8ab\right)$ ② $8\pi ab$

③ $2\pi ab$ ④ πab

⑤ $\pi\left(2a^2+2b^2+8ab\right)$

해설

O_1 의 반지름은 a , O_2 의 반지름은 b 이므로 큰 원의 반지름은 $a+b$ 이다.
따라서 색칠한 부분의 넓이는 $(a+b)^2\pi-a^2\pi-b^2\pi=2ab\pi$ 이다.

18. $(x-1)^2+\dfrac{1}{(x-1)^2}-2$ 를 인수분해하면?

① $\dfrac{x^2(x-2)}{(x-1)^2}$ ② $\dfrac{x(x-2)^2}{(x-1)^2}$ ③ $\dfrac{x^2(x-2)^2}{(x-1)}$

④ $\dfrac{(x-2)^2}{(x-1)^2}$ ⑤ $\dfrac{x^2(x-2)^2}{(x-1)^2}$

해설

$x-1=a$ 로 치환하면

$(x-1)^2+\dfrac{1}{(x-1)^2}-2$

$=a^2+\dfrac{1}{a^2}-2=\left(a-\dfrac{1}{a}\right)^2=\left(\dfrac{a^2-1}{a}\right)^2$

$=\left\{\dfrac{(a+1)(a-1)}{a}\right\}^2$

$=\dfrac{x^2(x-2)^2}{(x-1)^2}$

19. 다음 식을 간단히 하여라.

$(2a-b)^2-(2a+b)^2$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-8ab$

해설

$(2a-b)^2-(2a+b)^2$
$=(2a-b+2a+b)(2a-b-2a-b)$
$=4a\times(-2b)$
$=-8ab$

20. 다음은 $x^4 - 81y^4$ 을 인수분해 한 것이다. 이 때, $\square$ 안에 알맞은 세 자연수의 합을 구하면?

$$x^4 - 81y^4 = (x^2 + \square y^2)(x + \square y)(x - \square y)$$

① 13 ② 15 ③ 18 ④ 20 ⑤ 24

해설

$$\begin{aligned} x^4 - 81y^4 &= (x^2 + 9y^2)(x^2 - 9y^2) \\ &= (x^2 + 9y^2)(x + 3y)(x - 3y) \end{aligned}$$

$\therefore 9 + 3 + 3 = 15$

21. $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$, $y = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ 일 때, $(x^n - y^n)^2 - (x^n + y^n)^2$ 의 값을 구하여라. (단, n 은 양의 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$(x^n - y^n)^2 - (x^n + y^n)^2$
$= (x^n - y^n + x^n + y^n)(x^n - y^n - x^n - y^n)$
$= 2x^n \times (-2y^n) = -4(xy)^n$
$xy = (\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 1$
$\therefore -4(xy)^n = -4$

22. a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이일 때, $b^3+b^2c+bc^2-a^2b+c^3-a^2c=0$ 이다. 이때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인지 구하면? (단, a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이이다.)

① 삼각형이 될 수 없다.
② 이등변삼각형
③ $\angle A$ 가 직각인 직각삼각형
④ $\angle B$ 가 직각인 직각삼각형
⑤ $\angle C$ 가 직각인 직각삼각형

해설

$b^3+b^2c+bc^2-a^2b+c^3-a^2c$
$=b^2(b+c)+b(c^2-a^2)+c(c^2-a^2)$
$=b^2(b+c)+(b+c)(c^2-a^2)$
$=(b+c)(b^2+c^2-a^2)=0$
b, c는 삼각형이 변의 길이이므로 양수이다.
따라서 $b^2+c^2-a^2=0$, $b^2+c^2=a^2$
$\angle A$ 가 직각인 직각삼각형이다.

23. $4x^2 - 18x + p$ 가 완전제곱식이 되도록 하는 p 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $p = \frac{81}{4}$

해설

$4x^2 - 18x + p$ 이 완전제곱식이 되려면

$\left(-\frac{18}{2}\right)^2 = 4p$

$\therefore\ p = \frac{81}{4}$

24. 두 개의 주사위를 던져 나온 눈의 수를 각각 a, b 라 할 때, $ab-3a-4b+12>0$ 일 확률을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{1}{3}$

해설

$ab-3a-4b+12=(a-4)(b-3)>0$ 이므로

① $a-4>0, b-3>0$

→ $a>4, b>3$

$(a,b)=(5,\ 4)(5,\ 5)(5,\ 6)(6,\ 4)(6,\ 5)(6,\ 6)$

② $a-4<0, b-3<0$

→ $a<4, b<3$

$(a,b)=(1,\ 1)(1,\ 2)(2,\ 1)(2,\ 2)(3,\ 1)(3,\ 2)$

①,②에 의해 나올 수 있는 경우의 수 : 12가지

주사위 2개를 던져서 나올 수 있는 경우의 수 : $6\times6=36$ 가지

이므로 구하는 확률은 $\frac{12}{36}=\frac{1}{3}$ 이다.

25. $30\left(\frac{2^2-1}{2^2}\right)\left(\frac{3^2-1}{3^2}\right)\left(\frac{4^2-1}{4^2}\right)\cdots\left(\frac{10^2-1}{10^2}\right)$ 을 계산하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{33}{2}$

해설

(주어진 식)

$$= 30\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\left(1-\frac{1}{4^2}\right)$$
$$\cdots\left(1-\frac{1}{10^2}\right)$$
$$= 30\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)$$
$$\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1+\frac{1}{4}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{10}\right)\left(1+\frac{1}{10}\right)$$
$$= 30\times\left(\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\right)\times\left(\frac{2}{3}\times\frac{4}{3}\right)\times\left(\frac{3}{4}\times\frac{5}{4}\right)$$
$$\times\cdots\times\left(\frac{9}{10}\times\frac{11}{10}\right)$$
$$= 30\times\frac{1}{2}\times\frac{11}{10}=\frac{33}{2}$$