

1. 다음은 $A = 2a^2 - 4ab, B = a^2b - 2a$ 에 대한 설명이다. 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ A 에서 $2a$ 는 각 항의 공통인 인수이다.
㉡ B 의 인수는 a 와 $ab - 2$ 로 모두 2 개이다.
㉢ A 와 B 의 공통인 인수는 a^2 이다.

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$$A = 2a^2 - 4ab = 2a(a - 2b)$$

$$B = a^2b - 2a = a(ab - 2)$$

㉡ B 의 인수는 $a(ab - 2)$ 도 포함한다.

㉢ A 와 B 의 공통인 인수는 a 이다.

2. 다음 중 인수분해를 바르게 한 것은?

① $ma + mb - m = m(a + b)$

② $64a^2 + 32ab + 4b^2 = (8a + 2b)^2$

③ $-4a^2 + 9b^2 = (2a + 3b)(2a - 3b)$

④ $x^2 - 5x - 6 = (x - 2)(x - 3)$

⑤ $2x^2 - 5xy + 3y^2 = (x - 3y)(2x - y)$

해설

① $ma + mb - m = m(a + b - 1)$

③ $-4a^2 + 9b^2 = -(2a + 3b)(2a - 3b)$

④ $x^2 - 5x - 6 = (x - 6)(x + 1)$

⑤ $2x^2 - 5xy + 3y^2 = (2x - 3y)(x - y)$

3. $x^2 + 5x + a = (x + b)^2$ 에서 $a - b$ 의 값은?

① $\frac{5}{4}$

② $\frac{15}{2}$

③ $\frac{15}{8}$

④ $\frac{15}{4}$

⑤ $\frac{11}{4}$

해설

$$x^2 + 5x + a = x^2 + 2bx + b^2$$

$$2b = 5, b = \frac{5}{2}$$

$$a = b^2 = \frac{25}{4}$$

$$\therefore a - b = \frac{15}{4}$$

4. 다음 중 $27ax^2 - 12ay^2$ 을 바르게 인수분해 한 것은?

① $(3ax - 3y)^2$

② $3^2(3ax - 4ay)^2$

③ $3a(3^2ax - 4ay)^2$

④ $3a(3x + 2y)(3x - 2y)$

⑤ $3(9ax^2 - 4ay^2)$

해설

$$\begin{aligned} 27ax^2 - 12ay^2 &= 3a(9x^2 - 4y^2) \\ &= 3a(3x + 2y)(3x - 2y) \end{aligned}$$

5. $6x^2 - 17x - A$ 가 $x - 3$ 을 인수로 가질 때, 다른 인수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $6x + 1$

해설

다른 인수를 $ax + b$ 라 하면

$$\begin{aligned}(ax + b)(x - 3) &= ax^2 + (b - 3a)x - 3b \\ &= 6x^2 - 17x - A \text{ 에서}\end{aligned}$$

$$a = 6$$

$$b - 3a = -17, \quad b = 1$$

따라서 다른 인수는 $6x + 1$

6. 다음 중 $x - 3$ 를 인수로 갖는 다항식은?

① $x^2 - 2x - 8$

② $x^2 - 2x - 3$

③ $x^2 + 3x + 2$

④ $x^2 - x - 2$

⑤ $x^2 - 3x + 2$

해설

① $x^2 - 2x - 8 = (x + 2)(x - 4)$

② $x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1)$

③ $x^2 + 3x + 2 = (x + 1)(x + 2)$

④ $x^2 - x - 2 = (x + 1)(x - 2)$

⑤ $x^2 - 3x + 2 = (x - 1)(x - 2)$

따라서 $(x - 3)$ 을 인수로 갖는 것은 ②

7. x 에 관한 이차식 $x^2 + ax + 4$ 의 한 인수가 $x + 1$ 일 때, a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

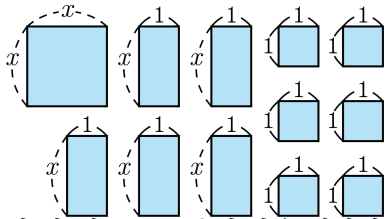
다른 인수를 $x + A$ 라 하면,

$$\begin{aligned}(x + 1)(x + A) &= x^2 + (A + 1)x + A \\ &= x^2 + ax + 4\end{aligned}$$

$$A = 4$$

$$\therefore a = 1 + A = 1 + 4 = 5$$

8. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 x 인 정사각형 한 개와, 두 변의 길이가 각각 x , 1인 직사각형 5개, 한 변의 길이가 1인 정사각형 6개를 재배열하여 직사각형 한 개를 만들려한다. 이 직사각형의 가로 길이를 a , 세로 길이를 b 라 할 때, $(a+b)^2$ 의 값은 얼마가 되는가?



- ① $x^2 + 5x + 6$ ② $(2a + b)^2$
 ③ $4x^2 + 20x + 25$ ④ $(4a + b)^2$
 ⑤ 25

해설

한 변이 x 인 정사각형 한 개의 넓이: x^2

세로, 가로가 각각 x , 1인 직사각형 5개의 넓이: $5x$

한 변의 길이가 1인 정사각형 6개의 넓이: 6

따라서 직사각형의 넓이는

$$x^2 + 5x + 6 = (x+2)(x+3) \text{ 이다.}$$

가로 길이를 $x+3=a$, 세로 길이를 $x+2=b$ 라 하면

$$\begin{aligned} (a+b)^2 &= (x+3+x+2)^2 \\ &= (2x+5)^2 \\ &= 4x^2 + 20x + 25 \end{aligned}$$

9. $(x - 2y)(x - 2y - 4z) - 12z^2$ 이 계수가 1 인 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, 두 일차식의 합을 구하면?

① $2x - 4y + 4z$

② $2x - 4y - 4z$

③ $2x - 4y + 3z$

④ $2x + 4y + 4z$

⑤ $4x - 2y - 4z$

해설

$x - 2y = A$ 라 하면

$$A(A - 4z) - 12z^2 = A^2 - 4Az - 12z^2$$

$$= (A - 6z)(A + 2z)$$

$$= (x - 2y - 6z)(x - 2y + 2z)$$

$$\therefore (x - 2y - 6z) + (x - 2y + 2z) = 2x - 4y - 4z$$

10. $x^2 - 18x + A = (x + 4)(x - B)$ 일 때, A, B 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = -88$

▷ 정답 : $B = 22$

해설

$$x^2 - 18x - 88 = x^2 + (4 - B)x - 4B$$

$$4 - B = -18, \therefore B = 22$$

$$\therefore A = -4B = -88$$

11. $2x^2 - 7x + A$ 가 $x - 2$ 로 나누어 떨어질 때, A 의 값을 구하면?

① 6

② 5

③ 3

④ 0

⑤ -9

해설

$$2x^2 - 7x + A = (x - 2)(2x - 3) = 2x^2 - 7x + 6$$

$$\therefore A = 6$$

12. $(x-3)(x+a)-2$ 가 계수가 정수인 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, a 가 될 수 있는 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -4$

▷ 정답 : $a = -2$

해설

$$\begin{aligned}(x-3)(x+a)-2 &= (x+\alpha)(x+\beta) \\ x^2 + (a-3)x - 3a - 2 &= x^2 + (\alpha+\beta)x + \alpha\beta\end{aligned}$$

$$\begin{cases} a-3 = \alpha+\beta & \cdots \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ -3a-2 = \alpha\beta & \cdots \cdots \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠의 $a = \alpha + \beta + 3$ 을 ㉡에 대입하면

$$-3\alpha - 3\beta - 9 - 2 = \alpha\beta$$

$$\alpha\beta + 3\alpha + 3\beta + 9 = -2$$

$$(\alpha+3)(\beta+3) = -2$$

$\alpha+3 = \pm 1$ 일 때, $\beta+3 = \mp 2$ 이므로

$$(\alpha, \beta) = (-2, -5), (-4, -1)$$

$a = \alpha + \beta + 3$ 이므로

따라서 $a = -4$ 또는 -2 이다.

13. 어떤 이차식을 갑, 을이 다음과 같이 잘못 인수분해 했다. 처음 이차식을 바르게 인수분해하면 $a(x-b)(x-c)$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

(1) 갑은 x 의 계수를 잘못 보고

$(3x-4)(x-6)$ 으로 인수 분해 하였다.

(2) 을은 상수항을 잘못 보고 $(3x+3)(x-7)$ 으로 인수분해 하였다.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b+c=9$

해설

갑은 $3x^2 - 22x + 24$ 에서 상수항 $+24$ 를 맞게 보았고,
을은 $3x^2 - 18x - 21$ 에서 x 의 계수 -18 을 맞게 보았다.

$$\text{따라서 } 3x^2 - 18x + 24 = 3(x-2)(x-4)$$

$$\therefore a=3, b=2, c=4$$

$$\therefore a+b+c=9$$

14. $x(x+1)(x+2)(x+3)+1$ 이 $(x^2+bx+c)^2$ 으로 인수분해 될 때 $b-c$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} & x(x+1)(x+2)(x+3)+1 \\ &= x(x+3) \times (x+1)(x+2)+1 \\ &= (x^2+3x)(x^2+3x+2)+1 \end{aligned}$$

$x^2+3x=A$ 라 하면

$$A^2+2A+1=(A+1)^2=(x^2+3x+1)^2$$

$$\therefore b=3, c=1$$

$$\therefore b-c=3-1=2$$

15. $ab - 2a - 2b + 4$ 를 인수분해한 것으로 옳은 것은?

① $(a + 2)(b - 2)$

② $(a - 2)(b + 2)$

③ $(a + 2)(b + 2)$

④ $(a - 2)(b - 2)$

⑤ $(a + 1)(b - 2)$

해설

$$(\text{준식}) = a(b - 2) - 2(b - 2) = (a - 2)(b - 2)$$

16. $a = \sqrt{2} + 1$, $b = \sqrt{2} - 1$ 일 때, $a^2 - b^2$ 의 값은?

① $\sqrt{2}$

② $2\sqrt{2}$

③ $3\sqrt{2}$

④ $4\sqrt{2}$

⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$$a^2 - b^2$$

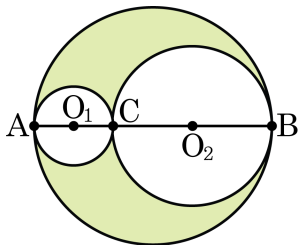
$$= (a + b)(a - b)$$

$$= (\sqrt{2} + 1 + \sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} + 1)$$

$$= 2\sqrt{2} \times 2$$

$$= 4\sqrt{2}$$

17. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 큰 원과 두 원 O_1 , O_2 가 세 점 A, B, C 에서 서로 접하고 있다. 원 O_1 의 반지름이 a , 원 O_2 의 반지름이 b 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 a 와 b 를 사용하여 나타내면?



- ① $\pi(3a^2 + 3b^2 + 8ab)$ ② $8\pi ab$
 ③ $2\pi ab$ ④ πab
 ⑤ $\pi(2a^2 + 2b^2 + 8ab)$

해설

O_1 의 반지름은 a , O_2 의 반지름은 b 이므로 큰 원의 반지름은 $a + b$ 이다.

따라서 색칠한 부분의 넓이는 $(a+b)^2\pi - a^2\pi - b^2\pi = 2ab\pi$ 이다.

18. $(x-1)^2 + \frac{1}{(x-1)^2} - 2$ 를 인수분해하면?

① $\frac{x^2(x-2)}{(x-1)^2}$

② $\frac{x(x-2)^2}{(x-1)^2}$

③ $\frac{x^2(x-2)^2}{(x-1)}$

④ $\frac{(x-2)^2}{(x-1)^2}$

⑤ $\frac{x^2(x-2)^2}{(x-1)^2}$

해설

$x-1=a$ 로 치환하면

$$(x-1)^2 + \frac{1}{(x-1)^2} - 2$$

$$= a^2 + \frac{1}{a^2} - 2 = \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = \left(\frac{a^2 - 1}{a}\right)^2$$

$$= \left\{ \frac{(a+1)(a-1)}{a} \right\}^2$$

$$= \frac{x^2(x-2)^2}{(x-1)^2}$$

19. 다음 식을 간단히 하여라.

$$(2a - b)^2 - (2a + b)^2$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-8ab$

해설

$$\begin{aligned} & (2a - b)^2 - (2a + b)^2 \\ &= (2a - b + 2a + b)(2a - b - 2a - b) \\ &= 4a \times (-2b) \\ &= -8ab \end{aligned}$$

20. 다음은 $x^4 - 81y^4$ 을 인수분해 한 것이다. 이 때, 안에 알맞은 세 자연수의 합을 구하면?

$$x^4 - 81y^4 = (x^2 + \text{}y^2)(x + \text{}y)(x - \text{}y)$$

① 13

② 15

③ 18

④ 20

⑤ 24

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 81y^4 &= (x^2 + 9y^2)(x^2 - 9y^2) \\ &= (x^2 + 9y^2)(x + 3y)(x - 3y)\end{aligned}$$

$$\therefore 9 + 3 + 3 = 15$$

21. $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$, $y = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ 일 때, $(x^n - y^n)^2 - (x^n + y^n)^2$ 의 값을 구하여라. (단, n 은 양의 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned} & (x^n - y^n)^2 - (x^n + y^n)^2 \\ &= (x^n - y^n + x^n + y^n)(x^n - y^n - x^n - y^n) \\ &= 2x^n \times (-2y^n) = -4(xy)^n \\ & xy = (\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 1 \\ & \therefore -4(xy)^n = -4 \end{aligned}$$

22. a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이일 때, $b^3 + b^2c + bc^2 - a^2b + c^3 - a^2c = 0$ 이다. 이때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인지 구하면? (단, a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이이다.)

① 삼각형이 될 수 없다.

② 이등변삼각형

③ $\angle A$ 가 직각인 직각삼각형

④ $\angle B$ 가 직각인 직각삼각형

⑤ $\angle C$ 가 직각인 직각삼각형

해설

$$\begin{aligned} & b^3 + b^2c + bc^2 - a^2b + c^3 - a^2c \\ &= b^2(b+c) + b(c^2 - a^2) + c(c^2 - a^2) \\ &= b^2(b+c) + (b+c)(c^2 - a^2) \\ &= (b+c)(b^2 + c^2 - a^2) = 0 \end{aligned}$$

b, c 는 삼각형의 변의 길이이므로 양수이다.

따라서 $b^2 + c^2 - a^2 = 0$, $b^2 + c^2 = a^2$

$\angle A$ 가 직각인 직각삼각형이다.

23. $4x^2 - 18x + p$ 가 완전제곱식이 되도록 하는 p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $p = \frac{81}{4}$

해설

$4x^2 - 18x + p$ 이 완전제곱식이 되려면

$$\left(-\frac{18}{2}\right)^2 = 4p$$

$$\therefore p = \frac{81}{4}$$

24. 두 개의 주사위를 던져 나온 눈의 수를 각각 a, b 라 할 때, $ab - 3a - 4b + 12 > 0$ 일 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{1}{3}$

해설

$ab - 3a - 4b + 12 = (a - 4)(b - 3) > 0$ 이므로

① $a - 4 > 0, b - 3 > 0$

$\rightarrow a > 4, b > 3$

$(a, b) = (5, 4)(5, 5)(5, 6)(6, 4)(6, 5)(6, 6)$

② $a - 4 < 0, b - 3 < 0$

$\rightarrow a < 4, b < 3$

$(a, b) = (1, 1)(1, 2)(2, 1)(2, 2)(3, 1)(3, 2)$

①, ②에 의해 나올 수 있는 경우의 수 : 12가지

주사위 2개를 던져서 나올 수 있는 경우의 수 : $6 \times 6 = 36$ 가지

이므로 구하는 확률은 $\frac{12}{36} = \frac{1}{3}$ 이다.

25. $30 \left(\frac{2^2 - 1}{2^2} \right) \left(\frac{3^2 - 1}{3^2} \right) \left(\frac{4^2 - 1}{4^2} \right) \cdots \left(\frac{10^2 - 1}{10^2} \right)$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{33}{2}$

해설

(주어진 식)

$$\begin{aligned} &= 30 \left(1 - \frac{1}{2^2} \right) \left(1 - \frac{1}{3^2} \right) \left(1 - \frac{1}{4^2} \right) \\ &\quad \cdots \left(1 - \frac{1}{10^2} \right) \\ &= 30 \left(1 - \frac{1}{2} \right) \left(1 + \frac{1}{2} \right) \left(1 - \frac{1}{3} \right) \left(1 + \frac{1}{3} \right) \\ &\quad \left(1 - \frac{1}{4} \right) \left(1 + \frac{1}{4} \right) \cdots \left(1 - \frac{1}{10} \right) \left(1 + \frac{1}{10} \right) \\ &= 30 \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \right) \times \left(\frac{2}{3} \times \frac{4}{3} \right) \times \left(\frac{3}{4} \times \frac{5}{4} \right) \\ &\quad \times \cdots \times \left(\frac{9}{10} \times \frac{11}{10} \right) \\ &= 30 \times \frac{1}{2} \times \frac{11}{10} = \frac{33}{2} \end{aligned}$$