

1. 810의 약수의 개수와 $3 \times 5^x \times 7$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

810 = $2 \times 3^4 \times 5$ 의 약수의 개수가 $3 \times 5^x \times 7$ 의 약수의 개수와 같으므로

$$(1 + 1)(4 + 1)(1 + 1) = (1 + 1)(x + 1)(1 + 1) = 20$$

$$\therefore x = 4$$

2. $20 \times \square$ 의 약수의 개수가 18개일 때, \square 안에 들어갈 가장 작은 자연수는?

① 4

② 8

③ 9

④ 25

⑤ 49

해설

(i) $\square = 2^a$ 일 때 $18 = (8 + 1) \times (1 + 1)$ 이므로

$$\square = 2^6 = 64$$

(ii) $\square \neq 2^a$ 일 때 $18 = (2 + 1) \times (a + 1) \times (1 + 1)$

$$a = 2, \text{ 가장 작은 자연수는 } 3^2 = 9$$

\therefore (i), (ii)에서 가장 작은 자연수는 9

3. 다음 세 수 $2^a \times 3^5 \times 7^2 \times 150$, $2^5 \times 3^b \times 5^2 \times 7^3$, $2^4 \times 5^c \times 7^d \times 54$ 의 최대공약수가 $2^3 \times 3 \times 70$ 일 때, $(a + b + c) \times d$ 의 값은?

① 3

② 5

③ 8

④ 9

⑤ 12

해설

최대공약수가 $2^3 \times 3 \times 70 = 2^4 \times 3 \times 5 \times 7$ 이고
주어진 각 수를 정리한 값이

$$2^a \times 3^5 \times 7^2 \times 150 = 2 \times 2^a \times 3^6 \times 5^2 \times 7^2$$

$$2^5 \times 3^b \times 5^2 \times 7^3$$

$$2^4 \times 5^c \times 7^d \times 54 = 2^5 \times 3^3 \times 5^c \times 7^d \text{ 이다.}$$

주어진 세 수의 2 의 지수를 비교하면 모두 4 보다 크므로

$2 \times 2^a \times 3^6 \times 5^2 \times 7^2$ 에서 2 의 지수는 4 이어야 한다.

2 가 한 번 더 곱해져 있으므로, a 는 3 이어야 한다.

주어진 세 수의 3 의 지수를 비교하면

모두 1 보다 크므로 b 는 1 이어야 한다.

주어진 세 수의 5 의 지수를 비교하면

모두 1 보다 크므로 c 는 1 이어야 한다.

주어진 세 수의 7 의 지수를 비교하면

모두 1 보다 크므로 d 는 1 이어야 한다.

따라서 $a = 3$, $b = 1$, $c = 1$, $d = 1$ 이므로

$$(a + b + c) \times d = (3 + 1 + 1) \times 1 = 5 \text{ 이다.}$$

4. 어떤 자연수를 5로 나누면 2가 남고, 6으로 나누면 3이 남는다고 한다. 이러한 조건을 만족하는 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 27

해설

구하는 수는 5, 6으로 나눌 때 3이 부족한 수이므로 (5와 6의 공배수)-3인 수이다.

5, 6의 최소공배수는 30, 따라서 구하는 가장 작은 자연수는 $30 - 3 = 27$ 이다.

5. 두 수 $2^2 \times 3^a \times 5$ 와 $2^b \times 3 \times 7$ 의 최대공약수가 2×3 이고, 최소공배수가 $2^2 \times 3^3 \times 5 \times 7$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

최대공약수에서 2 의 지수가 1 이므로 $b = 1$ 이다.

한 편, 최소공배수에서 3 의 지수가 3 이므로 $a = 3$ 이다.

따라서 $a + b = 3 + 1 = 4$ 이다.

6. 두 자연수 18, A 의 최대공약수는 6, 최소공배수는 36 일 때, A 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

(두 수의 곱) = (최대공약수) × (최소공배수) 이므로

$$18 \times A = 6 \times 36$$

$A = 12$ 이다.

7. 두 유리수 $\frac{2}{3}$ 와 $\frac{3}{2}$ 사이에 있는 유리수 중 분모가 4 인 기약분수를 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{3}{4}$

▷ 정답: $\frac{5}{4}$

해설

$\frac{2}{3} < x < \frac{3}{2}$, x 는 기약분수

$\frac{2}{3} < \frac{3}{4}, \frac{4}{4}, \frac{5}{4} < \frac{3}{2} \left(= \frac{6}{4} \right)$

$\therefore x = \frac{3}{4}, \frac{5}{4}$

8. 다음 중 계산의 결과가 옳지 않은 것은?

① $(+7.6) + (-5) - (-2) - (+2.6) = +2$

② $(-4.3) - (+4) + (-9) - (-4.3) = -13$

③ $\left(+\frac{2}{5}\right) - \left(-\frac{1}{4}\right) + \left(-\frac{1}{5}\right) = +\frac{7}{20}$

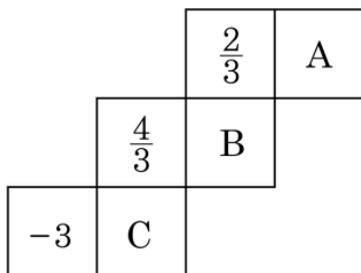
④ $\left(-\frac{3}{4}\right) - \left(+\frac{1}{4}\right) + \left(-\frac{5}{4}\right) = -\frac{9}{4}$

⑤ $\left(-\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{1}{3}\right) - (-2) = +\frac{7}{6}$

해설

$$\begin{aligned} & \textcircled{3} \left(+\frac{2}{5}\right) - \left(-\frac{1}{4}\right) + \left(-\frac{1}{5}\right) \\ &= \left(+\frac{2}{5}\right) + \left(-\frac{1}{5}\right) + \left(+\frac{1}{4}\right) \\ &= \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{5}\right) + \left(+\frac{1}{4}\right) \\ &= +\frac{1}{5} + \left(+\frac{1}{4}\right) \\ &= +\left(\frac{4}{20} + \frac{5}{20}\right) = +\frac{9}{20} \end{aligned}$$

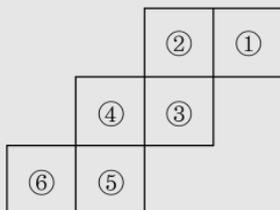
9. 다음 전개도를 접어 정육면체를 만들었을 때, 마주 보는 면에 있는 두 수의 합이 1일 때, $A + B - C$ 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $\frac{10}{3}$ 또는 $+\frac{10}{3}$

해설



서로 마주보는 면은 ①과 ④, ②와 ⑤, ③과 ⑥이다.

$$\textcircled{1} + \textcircled{4} = 1$$

$$A + \frac{4}{3} = 1,$$

$$A = 1 - \frac{4}{3} = -\frac{1}{3}$$

$$\textcircled{2} + \textcircled{5} = 1$$

$$\frac{2}{3} + C = 1,$$

$$C = 1 - \frac{2}{3} = \frac{3}{3} - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\textcircled{3} + \textcircled{6} = 1$$

$$(-3) + B = 1,$$

$$B = 1 + (+3) = 4$$

따라서 $A = -\frac{1}{3}$, $B = 4$, $C = \frac{1}{3}$ 이므로

$$A + B - C = -\frac{1}{3} + 4 - \frac{1}{3} = \frac{10}{3} \text{ 이다.}$$

10. 두 유리수 a, b 에 대하여 $a \times b > 0$, $a + b < 0$ 일 때, a 와 b 의 부호로 옳은 것을 골라라.

① $a > 0, b < 0$

② $a > 0, b > 0$

③ $a < 0, b > 0$

④ $a < 0, b < 0$

⑤ $a < 0, b = 0$

해설

$a \times b > 0$ 에서 a 와 b 는 같은 부호이다.

$a = (\text{양수}), b = (\text{양수})$ 일 때,

$a + b = (\text{양수}) + (\text{양수}) = (\text{양수})$ 이다.

$a = (\text{음수}), b = (\text{음수})$ 일 때,

$a + b = (\text{음수}) + (\text{음수}) = (\text{음수})$ 이다.

$\therefore a < 0, b < 0$

11. 다음 중 옳은 것은?

① $x \div 3 \times y = \frac{x}{3y}$

③ $(x - 3) \div 3 = -3x - 9$

⑤ $x \div 2 \div 5 = \frac{5}{2}x$

② $3 \div x + y \div 2 = \frac{3}{x} + \frac{y}{2}$

④ $\frac{3}{4}x \div \frac{2}{5}y = \frac{15}{8}xy$

해설

① $\frac{xy}{3}$

③ $\frac{x-3}{3}$

④ $\frac{15x}{8y}$

⑤ $\frac{x}{10}$

12. $x = \frac{1}{2}$, $y = -\frac{3}{4}$ 일 때, 다음 식의 값은?

$$-\frac{8}{x} - \frac{2x^2}{y}$$

① $-\frac{28}{3}$

② $-\frac{32}{3}$

③ $-\frac{36}{3}$

④ $-\frac{40}{3}$

⑤ $-\frac{46}{3}$

해설

$$x = \frac{1}{2} \text{ 이면 } \frac{1}{x} = 2$$

$$y = -\frac{3}{4} \text{ 이면 } \frac{1}{y} = -\frac{4}{3}$$

$$\begin{aligned} -\frac{8}{x} - \frac{2x^2}{y} &= -8 \times \frac{1}{x} - 2x^2 \times \frac{1}{y} \\ &= -8 \times 2 - 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(-\frac{4}{3}\right) \\ &= -16 - 2 \times \frac{1}{4} \times \left(-\frac{4}{3}\right) \\ &= -16 + \frac{2}{3} \\ &= -\frac{48}{3} + \frac{2}{3} \\ &= -\frac{46}{3} \end{aligned}$$

13. 다항식 $y - [6x - \{3 - 2(x + y)\}]$ 를 간단히 하였을 때, x 의 계수, y 의 계수, 상수항의 합을 구하면?

① -12

② -11

③ -6

④ -2

⑤ 2

해설

$$y - [6x - \{3 - 2(x + y)\}] = -8x - y + 3$$

$$\therefore -8 - 1 + 3 = -6$$

14. $\frac{1}{2}x - 6 = 4(x + 2)$ 의 해를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x = -4$

해설

$$\frac{1}{2}x - 6 = 4(x + 2)$$

$$x - 12 = 8x + 16$$

$$7x = -28$$

$$x = -4$$

15. 어떤 일을 하는데 A가 하면 12시간 걸리고 B가 하면 15시간 걸린다.
A와 B가 같이 일을 하면 몇 시간 걸리겠는가?

① $\frac{14}{3}$

② $\frac{16}{3}$

③ $\frac{18}{3}$

④ $\frac{20}{3}$

⑤ $\frac{22}{3}$

해설

A가 1시간에 하는 일의 양 : $\frac{1}{12}$

B가 1시간에 하는 일의 양 : $\frac{1}{15}$

두 명이 같이 일한 시간 : x

$$\left(\frac{1}{12} + \frac{1}{15}\right)x = 1$$

$$\left(\frac{5+4}{60}\right)x = 1, \frac{9}{60}x = 1$$

$$x = \frac{60}{9} = \frac{20}{3}$$

16. 함수 $f(x) = -3x + 5$ 에 대하여 $\frac{3f(-1) + 2f(0)}{2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$$f(-1) = (-3) \times (-1) + 5 = 8$$

$$f(0) = (-3) \times 0 + 5 = 5$$

$$\therefore \frac{3f(-1) + 2f(0)}{2} = \frac{3 \times 8 + 2 \times 5}{2} = 17$$

17. $f(x) = x + 2a$ 에서 $f(3) = 1$ 일 때, $f(-1) + f(4)$ 의 값은?

① 0

② 3

③ 1

④ -3

⑤ -1

해설

$$f(3) = 1 \text{에서 } 3 + 2a = 1, a = -1$$

$$\text{따라서 } f(x) = x - 2$$

$$f(-1) + f(4) = (-3) + 2 = -1$$

18. 점 $A(a, a^2b)$ 가 제 2사분면에 속할 때, 점 $B(a^3, ab)$ 는 몇 사분면에 속하는가?

① 제 1사분면

② 제 2사분면

③ 제 3사분면

④ 제 4사분면

⑤ 알 수 없다.

해설

점 $A(a, a^2b)$ 가 제 2사분면위의 점이면

$$a < 0, a^2b > 0 \therefore a < 0, b > 0$$

점 $B(a^3, ab)$ 는 $a^3 < 0, ab < 0$

$\therefore B(a^3, ab)$ 는 제 3사분면에 속한다.

19. 두 점 $P(3, a+1)$, $Q(3, 2a+5)$ 가 x 축에 대하여 대칭일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a = -2$

해설

점 P , Q 가 x 축에 대하여 대칭이므로 $a + 1 = -(2a + 5)$,

$$a + 1 = -2a - 5,$$

$$3a = -6$$

$$\therefore a = -2$$

20. 다음 함수 중 그래프가 x 축에 가장 가까운 것을 고르면?

① $y = 3x$

② $y = \frac{1}{2}x$

③ $y = -x$

④ $y = -\frac{2}{5}x$

⑤ $y = \frac{3}{4}x$

해설

$y = ax$ 의 그래프에서 $|a|$ 의 값이 작을수록 x 축에 가깝다.

$$|3| > |-1| > \left| \frac{3}{4} \right| > \left| \frac{1}{2} \right| > \left| -\frac{2}{5} \right|$$

21. $|x| \leq 8$ 인 서로 다른 세 정수 a, b, c 에 대하여

$$ab < 0, bc < 0, a > b$$

를 만족하는 $a \times c$ 의 값 중 가장 큰 것을 구한 것은?

① 20

② 28

③ 42

④ 56

⑤ 70

해설

$|x| \leq 8$ 을 만족하는 정수는

$-8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ 이다.

$ab < 0$ 이므로 $a \neq 0, b \neq 0$ 이고 $a < 0, b > 0$ 또는 $a > 0, b < 0$ 이다.

$bc < 0$ 이므로 $b \neq 0, c \neq 0$ 이고 $b < 0, c > 0$ 또는 $b > 0, c < 0$ 이다.

$a > b$ 이므로 $a > 0, b < 0, c > 0$ 이 성립함을 알 수 있다.

따라서 가장 큰 $a \times c$ 의 값은 $a \times c = 8 \times 7 = 56$ 이다.

22. 세 유리수 a, b, c 에 대하여 $|a| < |b| < |c|$, $a \times b > 0$, $a \times c < 0$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것을 골라라.

① $b \times c < 0$

② $a \times b \times c < 0$

③ $|a + b| > |a|$

④ $|b + c| < |c|$

⑤ $|a - c| < |c|$

해설

$a \times b > 0$, $a \times c < 0$ 에서 a 와 b 는 같은 부호이고, a 와 c 는 다른 부호이다.

① a 와 c 가 서로 다른 부호이므로, b 와 c 도 서로 다른 부호이다. 따라서 서로 다른 부호의 곱이므로 0 보다 작다. $b \times c < 0$

② $a > 0$, $b > 0$, $c < 0$ 이라면 $a \times b \times c < 0$ 이고,
 $a < 0$, $b < 0$, $c > 0$ 이라면 $a \times b \times c > 0$ 이다.

③ a 와 b 의 부호가 같으므로 $a + b$ 는 $|a| + |b|$ 에 a 혹은 b 의 부호를 붙이면 된다. 따라서 $|a + b| = |a| + |b| > |a|$

④ b 와 c 의 부호가 다르므로 $b + c$ 는 $|b - c|$ 에 b, c 중 절댓값이 더 큰 수의 부호를 붙이면 된다. $|b| < |c|$ 이므로 $|b + c| = |b - c| = |c| - |b| < |c|$ 이다.

⑤ a 와 c 의 부호가 다르므로 $|a - c| = |a| + |c| > |c|$ 이다.

23. 다음 식을 간단히 하면 $ax + by$ 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

$$(-1)^{99}(x+y) - (-1)^{100}(x-y) + (-1)^{101}(x-2y) - (-1)^{102}(2x+y)$$

① -6

② -4

③ -2

④ 0

⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} & (-1)^{99}(x+y) - (-1)^{100}(x-y) + (-1)^{101}(x-2y) - (-1)^{102}(2x+y) \\ &= (-1)(x+y) - (+1)(x-y) + (-1)(x-2y) - (+1)(2x+y) \\ &= -x-y-x+y-x+2y-2x-y \\ &= -5x+y \end{aligned}$$

따라서 $a + b = -5 + 1 = -4$

24. 등식 $2x + ax^2 - 3 = 5x(a - x)$ 가 x 에 관한 일차방정식일 때, a 의 값과 방정식의 해를 차례대로 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = -5$

▷ 정답: $x = \frac{1}{9}$

해설

$$2x + ax^2 - 3 = 5x(a - x)$$

$$2x + ax^2 - 3 = 5ax - 5x^2$$

$$(a + 5)x^2 + (2 - 5a)x - 3 = 0$$

$$a + 5 = 0, a = -5$$

$$(2 + 25)x - 3 = 0$$

$$27x = 3$$

$$\therefore x = \frac{1}{9}$$

25. 민규가 등산로를 따라 정상까지 올라갈 때는 시속 4km로, 같은 길로 내려올 때는 시속 6km로 걸었더니 총 3시간 20분이 걸렸다. 이 등산로의 거리를 구하여라.

① 2km

② 4km

③ 6km

④ 8km

⑤ 10km

해설

등산로의 거리를 x km라 하면,

올라갈 때 걸린 시간 : $\frac{x}{4}$ 시간

내려올 때 걸린 시간 : $\frac{x}{6}$ 시간

총 3시간 20분 걸렸으므로

$$\frac{x}{4} + \frac{x}{6} = \frac{10}{3}$$

$$3x + 2x = 40$$

$$5x = 40$$

$$\therefore x = 8$$

따라서, 등산로의 거리는 8km이다.