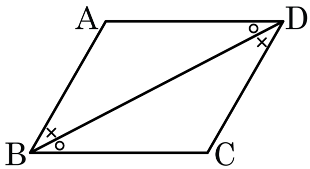
1. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.' 를 증명한 것이다. □ 안에 들어갈 것을 차례대로 나열하면?



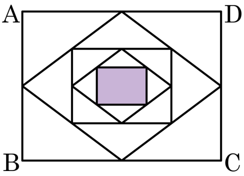
[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$, $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$
[결론] $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$
[증명] 점 B와 점 D를 이으면 △ABD와 △CDB에서
$\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$ 이므로 $\angle ABD = \angle CDB$ (엇각) ⋯ ㉠
$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 이므로 $\angle ADB = \boxed{}$ (엇각) ⋯ ㉡
$\boxed{}$ 는 공통 ⋯ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ ($\boxed{}$ 합동) ∴ $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

① $\angle CDB$, $\overline{BC}$, SSS
② $\angle CDB$, $\overline{BD}$, SSS
③ $\angle BCD$, $\overline{BC}$, ASA
④ $\angle CDB$, $\overline{BD}$, ASA
⑤ $\angle DBC$, $\overline{DB}$, ASA

해설

△ABD와 △CDB에서
$\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$ 이므로 $\angle ABD = \angle CDB$ (엇각),
$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 이므로 $\angle ADB = \angle DBC$ (엇각),
$\overline{DB}$ 는 공통 이므로 $\triangle ABD = \triangle CDB$ (ASA 합동) 이다.

2. 다음 그림은 직사각형 ABCD 를 시작으로 계속하여 각 변의 중점을 연결한 도형이다. 색칠된 부분의 넓이가 10 일 때, □ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 160

해설

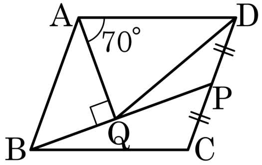
각 변의 중점을 연결하여 만든 도형의 넓이는 처음 도형의 $\frac{1}{2}$ 이므로

□ABCD 의 넓이를 x 라 하면

$x \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 10$

$\therefore \; x = 160$

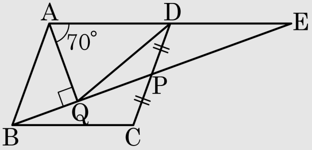
3. 다음은 $\angle AQB = 90°$ 고 $\overline{DP} = \overline{CP}$ 인 평행사변형 ABCD 에서 $\angle DAQ = 70°$ 일때, $\angle DQP$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad}°$

▷ 정답 : $20°$

해설



$\overline{AD}, \overline{BP}$ 의 연장선의 교점을 E 라고 하면

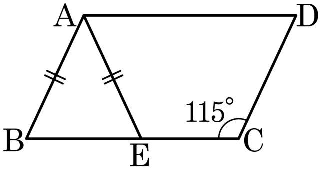
$\triangle BCP \equiv \triangle EDP$(ASA합동)

점 D 는 $\triangle AQE$ 의 외심이 된다.

$\overline{DA} = \overline{DQ} = \overline{DE}$ 이므로

$\angle DQP = 90° - 70° = 20°$

4. 평행사변형ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{AE}$ 이고 $\angle C = 115°$ 일 때, $\angle EAD$ 를 구하여라.



▶ **답 :** _____ °

▷ **정답 :** 65 °

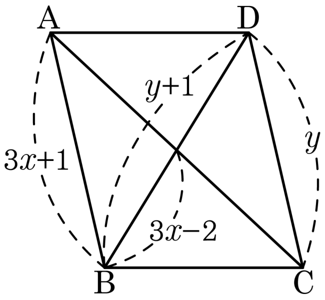
해설

$\angle B = 180° - 115° = 65°$

$\triangle ABE$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle BAE = 180° - 65° \times 2 = 50°$

따라서 $\angle EAD = 115° - 50° = 65°$

5. 다음 □ABCD 가 평행사변형일 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

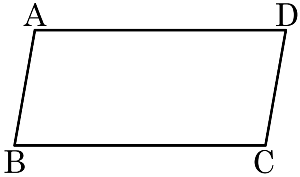
$3x+1=y\cdots$ ㉠

$(3x-2)\times 2=y+1\cdots$ ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면 $6x-4=3x+2, x=2, y=7$

$\therefore x+y=2+7=9$

6. 사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} = 7$, $\overline{BC} = 3x-2y$, $\overline{CD} = -2x+7y$, $\overline{DA} = 15$ 일 때, 사각형 ABCD 가 평행사변형이 되도록 하는 x, y 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 7$

▷ 정답 : $y = 3$

해설

$\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$ 이므로

$$\begin{cases} -2x + 7y = 7 & \cdots ㉠ \\ 3x - 2y = 15 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

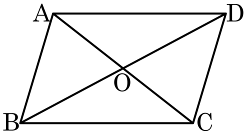
㉠ $\times 3 +$ ㉡ $\times 2$ 를 하면

$17y = 51, y = 3$

$y = 3$ 을 ㉠ 에 대입하면

$-2x + 21 = 7, 2x = 14, x = 7$

7. 다음 그림의 □ABCD가 평행사변형이 되기 위한 조건으로 옳은 것을 보기에서 모두 골라라.



보기

㉠ $\angle A = 130°$, $\angle B = 50°$, $\angle C = 130°$

㉡ $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$

㉢ $\overline{AD} // \overline{BC}$, $\overline{AB} = \overline{AD} = 7\,\text{cm}$

㉣ $\angle A = 70°$, $\angle B = 110°$, $\angle D = 70°$

㉤ $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$
(단, O는 두 대각선의 교점이다.)

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

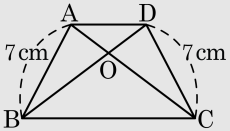
▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉤

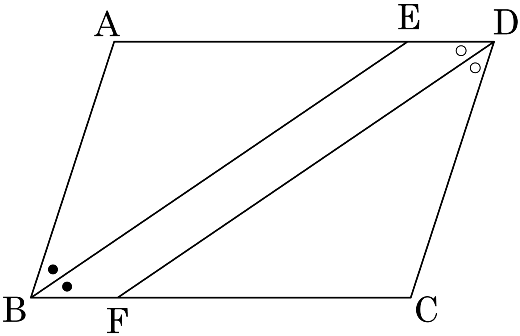
해설

㉠ 사각형의 내각의 합은 $360°$이므로 $\angle D = 50°$
따라서 두 쌍의 대각의 크기가 같으므로 평행사변형이 된다.
㉡ 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형이 된다.
㉢ (반례) 등변사다리꼴



㉣ 사각형의 내각의 합은 $360°$이므로 $\angle C = 110°$이다.
두 쌍의 대각의 크기가 같지 않으므로 평행사변형이 되지 않는다.
㉤ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형이 된다.

8. 다음은 평행사변형 ABCD에서 $\angle B$, $\angle D$의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 E, F라 할 때, □EBFD가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



□ABCD는 평행사변형이고, $\angle B = \angle D$이므로 $\frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{2}\angle D$, 즉

$\angle EBF = \angle EDF \cdots$ ㉠

$\angle AEB = \angle EBF$, $\boxed{}$ $= \angle CFD$ ($\because$ 엇각)

$\angle AEB = \angle CFD$

$\angle DEB = \angle 180° - \angle AEB = \angle DFB \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 □EBFD는 평행사변형이다.

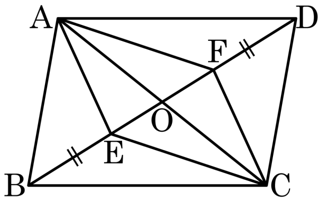
① $\angle EDF$　② $\angle CDF$　③ $\angle EAB$

④ $\angle DCF$　⑤ $\angle DFB$

해설

$\overline{AD} // \overline{BC}$이므로 $\angle CFD = \angle EDF$는 엇각으로 같다.

9. 다음은 한솔중 2 학년 예지가 증명을 해 놓은 결과 중 2 곳이 지워졌다. 빈칸에 알맞은 것을 차례대로 써 넣어라.
(단, 평행사변형 ABCD 에서 두 대각선의 교점을 O 라 하고, 점 E, F 는 대각선 BD 위에 $\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{DF}}$ 를 만족하는 점이다.)



[가정]□ABCD 는 평행사변형, $\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{DF}}$
[결론]□AECF 는 평행사변형
[증명]□ABCD 는 평행사변형이므로
$\overline{\mathrm{OA}} = \boxed{}$ (a)
가정에서 $\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{DF}}$ 이므로 $\overline{\mathrm{OE}} = \boxed{}$ (b)
따라서 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로
□AECF 는 평행사변형이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

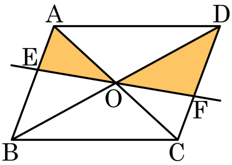
▷ 정답 : $\overline{\mathrm{OC}}$

▷ 정답 : $\overline{\mathrm{OF}}$

해설

평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로 $\overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OC}}$
또, $\overline{\mathrm{OB}} = \overline{\mathrm{OD}}$ 이고 가정에서 $\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{DF}}$ 이므로
$\overline{\mathrm{OE}} = \overline{\mathrm{OF}}$
따라서 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 □AECF 는 평행사변형이다.

10. 다음 그림과 같이 넓이가 $40\,\mathrm{cm}^2$ 인 평행사변형 ABCD 에서 두 대각선의 교점 O를 지나는 직선과 $\overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{CD}}$ 와의 교점을 각각 E, F라 할 때, 색칠한 두 삼각형의 넓이의 합을 구하여라.



▶ **답 :** ______ cm^2

▷ **정답 :** $10\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\triangle \mathrm{OAE} + \triangle \mathrm{ODF}$

$= \triangle \mathrm{OAE} + \triangle \mathrm{OBE}$

$= \dfrac{1}{4} \square \mathrm{ABCD}$ ($\because$ $\triangle \mathrm{OEB} \equiv \triangle \mathrm{OFD}$)

$= \dfrac{1}{4} \times 40 = 10\,(\mathrm{cm}^2)$