

1. 이차함수 $f(x) = -x^2 + 3x + a$ 에서 $f(-2) = -15$ 일 때, $f(2)$ 의 값은?

- ① -4 ② -3 ③ 2 ④ 9 ⑤ 11

해설

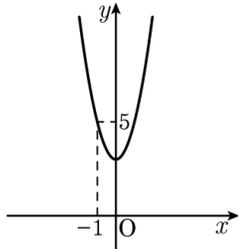
$$\begin{aligned} f(-2) &= -(-2)^2 + 3(-2) + a \\ &= -4 - 6 + a = -10 + a \\ &= -15 \end{aligned}$$

$$\therefore a = -5$$

$$f(x) = -x^2 + 3x - 5$$

$$f(2) = -2^2 + 3 \times 2 - 5 = -4 + 6 - 5 = -3$$

2. 다음 그림은 $y = 2x^2 + q$ 의 그래프이다. q 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$$y = 2x^2 + q \text{ 가 점 } (-1, 5) \text{ 를 지나므로 } 5 = 2 \times (-1)^2 + q \therefore q = 3$$

3. 다음 이차함수의 그래프 중 그래프의 폭이 가장 좁은 것은?

- ① $y = \frac{1}{2}x^2$ ② $y = -x^2$ ③ $y = 3x^2 + 4$
④ $y = -2 - x^2$ ⑤ $y = x(10 - x)$

해설

이차항의 계수가 가장 큰 것은 $y = 3x^2 + 4$ 이므로 폭이 가장 좁다.

4. 이차함수 $y = -ax^2$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① 직선 $y = 0$ 을 축으로 한다.
- ② $y = ax^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.
- ③ $a > 0$ 일 때, $y = -ax^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{1}{3}ax^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다.
- ④ 꼭짓점의 좌표는 $(1, 1)$ 이다.
- ⑤ $a > 0$ 이면 위로 볼록한 포물선이다.

해설

- ① 직선 $x = 0$ 을 축으로 한다.
- ④ 꼭짓점의 좌표 : $(0, 0)$

5. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동하면 $(1, k)$ 를 지날 때, k 의 값은?

- ① $-\frac{3}{2}$ ② -1 ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

해설

y 축으로 -1 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = -\frac{1}{2}x^2 - 1 \text{ 이고}$$

이것이 $(1, k)$ 를 지나므로

$$\therefore k = -\frac{1}{2} - 1 = -\frac{3}{2}$$

6. 평행이동에 의하여 포물선 $y = 4x^2 + 2$ 의 그래프와 완전히 포개어지지 않는 것은?

① $y = 4(x-1)^2$

② $y = 4x^2 - 1$

③ $y = 4x^2 - 2$

④ $y = 4(x+1)^2 - 1$

⑤ $y = -4x^2 + 2x + 3$

해설

이차항의 계수가 같지 않은 것을 찾는다.

7. 다음 이차함수 중에서 x 축에 관해서 서로 대칭인 이차함수는 모두 몇 쌍인지 구하여라.

㉠ $y = 4x^2$	㉡ $y = \frac{1}{4}x^2$	㉢ $y = -\frac{1}{4}x^2$
㉣ $y = -\frac{1}{16}x^2$	㉤ $y = 2x^2$	㉥ $y = \frac{1}{2}x^2$

▶ 답: 쌍

▶ 정답: 1 쌍

해설

㉡와 ㉢

8. 다음 이차함수의 그래프 중 모든 사분면을 지나는 것은?

① $y = 2(x+1)^2 - 1$

② $y = -(x-2)^2 + 1$

③ $y = -x^2 - 4$

④ $y = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 5$

⑤ $y = 3(x-1)^2$

해설

④ 꼭짓점의 좌표 (2, 5), y 절편 3, 위로 볼록이므로 모든 사분면을 지난다.

9. 다음 보기에서 y 가 x 에 관한 이차함수가 아닌 것을 골라라.

보기

- ㉠ 한 모서리의 길이가 x 인 정육면체의 겉넓이 y
- ㉡ 가로와 세로의 길이가 각각 $2x$, $x+3$ 인 직사각형의 둘레의 길이
- ㉢ 반지름의 길이가 x 인 원의 넓이 y
- ㉣ 밑면의 반지름의 길이가 x , 높이가 7인 원기둥의 부피 y

▶ 답:

▶ 정답: ㉡

해설

식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\text{㉠ } y = 6x^2$$

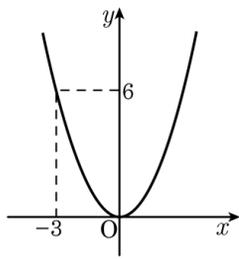
$$\text{㉡ } y = 2(2x + x + 3) = 6x + 6 : \text{일차함수}$$

$$\text{㉢ } y = \pi x^2$$

$$\text{㉣ } y = 7\pi x^2$$

따라서 y 가 x 에 관한 이차함수가 아닌 것은 ㉡이다.

10. 다음 그림과 같이 y 가 x 의 제곱에 정비례하는 이차함수 $y = f(x)$ 에 대하여 $f(-3) = 6$ 일 때, $f(-1)$ 의 값은?



- ① -2 ② $-\frac{3}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

$f(x) = ax^2$ 에서 $f(-3) = 6$ 이므로 $6 = a \times (-3)^2$, $9a = 6$, $a = \frac{2}{3}$ $\therefore f(x) = \frac{2}{3}x^2$

따라서 $f(-1) = \frac{2}{3} \times (-1)^2 = \frac{2}{3}$ 이다.

11. 원점을 꼭짓점으로 하는 이차함수의 그래프 $y = f(x)$ 에 대하여 $2f\left(\frac{1}{2}\right) - f(-2) = 7$ 일 때, 다음 중 이 그래프 위의 점이 아닌 것은 모두 몇 개인가?

보기

- ㉠ $(1, -2)$ ㉡ $\left(-\frac{1}{3}, -\frac{2}{9}\right)$ ㉢ $(3, -12)$
 ㉣ $\left(\frac{3}{2}, -\frac{9}{2}\right)$ ㉤ $(-4, -30)$

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$f(x) = ax^2$ 에 대하여 $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}a$, $f(-2) = 4a$ 이므로
 $2f\left(\frac{1}{2}\right) - f(-2) = 7$, $2 \times \frac{1}{4} \times a - 4a = 7$, $-7a = 14$, $a = -2$ $\therefore f(x) = -2x^2$
 ㉢ $f(3) = -2 \times (-3)^2 = -18 \therefore (3, -18)$
 ㉤ $f(-4) = -2 \times (-4)^2 = -32 \therefore (-4, -32)$
 따라서 주어진 그래프 위의 점이 아닌 것은 ㉢, ㉤의 2 개이다.

12. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프 위에 점 $(3, a)$ 가 있을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a = 9$

해설

$y = x^2$ 에 $x = 3, y = a$ 를 대입하면
 $a = 3^2 = 9$

13. 다음 보기 중 $y = 2x^2$ 과 서로 x 축에 대하여 대칭을 이루는 함수를 고르면?

① $y = 4x^2$

② $y = \frac{1}{2}x^2$

③ $y = -2x^2$

④ $y = \frac{1}{4}x^2$

⑤ $y = x^2$

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 같고 부호가 반대인 이차함수를 찾는다.

14. 이차함수 $y = 3x^2$ 에 대한 설명이다. 옳지 않은 것은?

- ① 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$ 이다.
- ② 아래로 볼록한 그래프이다.
- ③ $y = -3x^2$ 보다 폭이 넓다.
- ④ y 축을 축으로 한다.
- ⑤ $y = -3x^2$ 과 x 축 대칭이다.

해설

③ 3 과 -3 은 절댓값의 크기가 같으므로 폭이 같다.

15. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + 5$ 의 그래프와 직선 $y = ax + b$ 가 두 점 $(-2, m), (4, n)$ 에서 만날 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$y = \frac{1}{2}x^2 + 5$ 에 두 점 $(-2, m), (4, n)$ 을 대입하면

$$m = \frac{1}{2} \times (-2)^2 + 5 = 7$$

$$n = \frac{1}{2} \times 4^2 + 5 = 13$$

$y = ax + b$ 가 $(-2, 7), (4, 13)$ 을 지나므로

$$\begin{array}{r} 7 = -2a + b \\ -) 13 = 4a \\ \hline -6 = -6a \quad a = 1, b = 9 \end{array}$$

$$\therefore a + b = 1 + 9 = 10$$

16. 이차함수 $y = -\left(x + \frac{1}{2}\right)^2$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x > -\frac{1}{2}$

해설

축의 방정식이 $x = -\frac{1}{2}$ 이고, 위로 볼록하므로

$x > -\frac{1}{2}$ 일 때, x 의 값이 증가하면, y 의 값은 감소한다.

17. 이차함수 $y = -3(x-1)^2 + 2$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭이동하면 점 $(-1, k)$ 를 지난다. 이 때, k 의 값을 구하면?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} y &= -3(-x-1)^2 + 2 \\ y &= -3(x+1)^2 + 2 \\ \text{점 } (-1, k) \text{ 를 대입하면} \\ -3(-1+1)^2 + 2 &= k \\ \therefore k &= 2 \end{aligned}$$

18. 이차함수 $y = 3(x+1)^2 + q$ 의 그래프가 모든 사분면을 지나기 위한 상수 q 의 범위는?

① $q < -1$

② $q < -2$

③ $q < -3$

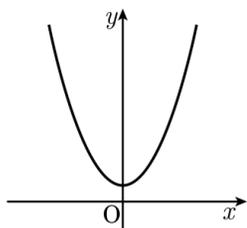
④ $q < -4$

⑤ $q < -5$

해설

꼭짓점은 $(-1, q)$ 로 아래로 볼록한 그래프이다.
모든 사분면을 지나려면 $3 + q < 0$ 이어야 한다.
 $\therefore q < -3$

19. 이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 항상 옳은 것을 보기에서 모두 골라라.



보기

- ㉠ $a < 0$ ㉡ $q > 0$ ㉢ $a + q < 0$
 ㉣ $aq > 0$ ㉤ $ap^2 + q < 0$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉡

▷ 정답: ㉣

해설

그래프가 아래로 볼록하므로 $a > 0$, 꼭짓점의 좌표가 $(0, q)$,
 $p = 0, q > 0$

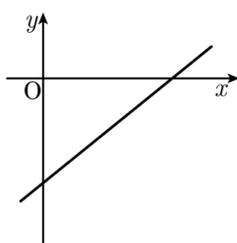
따라서 $a > 0, q > 0$ 이다.

㉠ $a > 0$

㉢ $a + q > 0$

㉤ y 절편이 양수이므로 $x = 0$ 을 대입하면 $ap^2 + q > 0$

20. 다음 그림은 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프이다. 이 때, 이차함수 $y = -(x+a)^2 + b$ 의 꼭짓점이 위치하는 사분면을 구하여라.



▶ 답: 사분면

▷ 정답: 제 3사분면

해설

일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프는 기울기는 양수이고 y 절편은 음수이다.

따라서 $a > 0, b < 0$ 이다.

이차함수 $y = -(x+a)^2 + b$ 의 꼭짓점은 $(-a, b)$ 이다.

따라서 $-a < 0, b < 0$ 이므로 꼭짓점은 제3 사분면에 위치한다.

21. 포물선 $y = (x - a + 1)^2 + (a^2 + 2a - 9)$ 의 꼭짓점이 $(1, k)$ 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

꼭짓점의 좌표 $(a - 1, a^2 + 2a - 9)$ 이 $(1, k)$ 이므로

$$a - 1 = 1$$

$$\therefore a = 2$$

$a^2 + 2a - 9$ 에 $a = 2$ 을 대입하면

$$4 + 4 - 9 = k$$

$$\therefore k = -1$$

22. 두 함수 $(a^2 - 3a + 2)y^2 + 2y - 4x^2 - 1 = 0$ 과 $y = (2a^2 - 8)x^2 - 3x + 1$ 이 모두 y 가 x 에 관한 이차함수가 되도록 상수 a 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

- i) $(a^2 - 3a + 2)y^2 + 2y - 4x^2 - 1 = 0$ 이 x 에 관한 이차함수가 되기 위해서는 $a^2 - 3a + 2 = 0$ 이어야 하므로 $(a - 1)(a - 2) = 0$
 $\therefore a = 1$ 또는 $a = 2$
- ii) $y = (2a^2 - 8)x^2 - 3x + 1$ 이 x 에 관한 이차함수가 되기 위해서는 $2a^2 - 8 \neq 0$ 이어야 하므로 $a \neq \pm 2$
- i), ii)에 의하여 $a = 1$ 이다.

23. 이차함수 $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 (2, 0) 이 되도록 평행 이동하면 점 (k, 6) 을 지난다. 이 때, 상수 k 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : -1

해설

이차함수 $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 (2, 0) 이 되도록 평행이동하면 $y = \frac{2}{3}(x-2)^2$ 이다. 점 (k, 6) 을 지나므로 대입하면 $6 = \frac{2}{3}(k-2)^2$, $9 = (k-2)^2$, $k-2 = \pm 3$ 따라서 $k = 5, -1$ 이다.

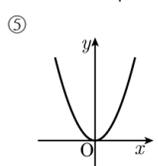
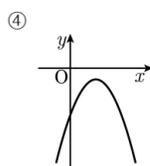
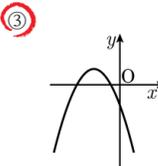
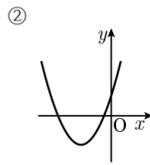
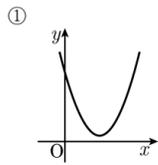
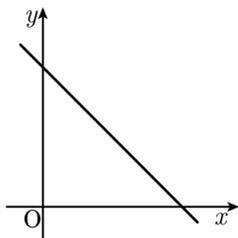
24. 이차함수 $y = -3x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(5, -2)$ 가 되도록 평행이동하면 점 $(k, -3)$ 을 지난다. 이 때, 상수 k 의 값을 모두 곱하면?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{74}{3}$ ④ $-\frac{80}{3}$ ⑤ -10

해설

$y = -3x^2$ 을 꼭짓점의 좌표가 $(5, -2)$ 가 되도록 평행이동하면 $y = -3(x - 5)^2 - 2$ 이고
 $y = -3(x - 5)^2 - 2$ 가 점 $(k, -3)$ 을 지나므로 대입하면 $-3 = -3(k - 5)^2 - 2$, $3k^2 - 30k + 74 = 0$ 이다.
상수 k 의 값의 곱은 $3k^2 - 30k + 74 = 0$ 의 두 근의 곱과 같으므로 $\frac{74}{3}$ 이다.

25. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = a(x + b)^2 - a$ 의 그래프로 적당한 것은?



해설

그래프가 오른쪽 아래를 향하므로 $a < 0$ 이고 (y 절편) > 0 이므로 $b > 0$ 이다. 따라서 $y = a(x + b)^2 - a$ 의 그래프는 위로 볼록하고, $-b < 0$, $-a > 0$ 이므로 꼭짓점이 제 2 사분면 위에 있는 그래프이다.