

1. 다음 중 두 수의 최대공약수가 1 이 아닌 것은?

① 8, 11

② 15, 16

③ 19, 27

④ 13, 52

⑤ 28, 45

해설

④ 주어진 두 수의 최대공약수는 13 이다.

2. 두 수  $2^a \times 7^3 \times 11^3$ ,  $2^4 \times 5^2 \times 11^b$  의 최대공약수가 88일 때,  $a + b$  의 값은?

① 1                      ② 2                      ③ 3                      ④ 4                      ⑤ 5

해설

최대공약수가  $88 = 2^3 \times 11$  이고  
 $2^4 \times 5^2 \times 11^b$  에서 2 의 지수가 4 이므로  
 $2^a \times 7^3 \times 11^3$  에서 2 의 지수가 3 이어야 한다.  
같은 방식으로  
 $2^a \times 7^3 \times 11^3$  에서 11 의 지수가 3 이므로  
 $2^4 \times 5^2 \times 11^b$  에서 11 의 지수가 1 이어야 한다.  
따라서  $a = 3$ ,  $b = 1$

3. 두 자연수  $A, B$ 의 최소공배수가 17 일 때, 다음 중  $A, B$ 의 공배수가 아닌 것은?

① 17      ② 34      ③ 51      ④ 62      ⑤ 85

해설

두 수의 최소공배수의 배수들이 두 수의 공배수이므로, 17의 배수 17, 34, 51, 68, 85, ...가 아닌 것은 62이다.

4.  $x$ 는 108의 소인수이고,  $y$ 는 147의 소인수일 때,  $x, y$ 의 값을 모두 구하면?

①  $x = 2, y = 3$

②  $x = 2, 3, y = 3$

③  $x = 2, 3, y = 3, 5$

④  $x = 2, 3, y = 3, 7$

⑤  $x = 3, 4, y = 3, 8$

해설

$108 = 2^2 \times 3^3$ ,  $147 = 3 \times 7^2$  이므로  
 $x = 2, 3$ ,  $y = 3, 7$  이다.



5. 다음  안에 들어갈 수를 차례대로 고른 것은?

(ㄱ)  $2^2 \times 3, 2 \times 3^2 \times 5^2, 2^2 \times 5 \times 7$  의 최대공약수는  이다.  
(ㄴ)  $2 \times 5 \times 7, 2^3 \times 3 \times 5^2, 2^2 \times 5^2$  의 최대공약수는  이다.

- ①  $2 \times 3, 2^2 \times 5$
- ②  $2, 2 \times 3$
- ③  $2 \times 3 \times 5, 2 \times 5$
- ④  $2, 2 \times 5$
- ⑤  $2 \times 3, 2 \times 7$

해설

(ㄱ)의 최대공약수는 2 이다.  
(ㄴ)의 최대공약수는  $2 \times 5$  이다.  
따라서 차례대로 쓴 것은 2,  $2 \times 5$  이다.

6. 240과  $2^3 \times 3^2 \times 5^3$ 의 공약수 중에서 5의 배수는 모두 몇 개인가?

- ① 7개      ② 8개      ③ 9개      ④ 10개      ⑤ 11개

해설

$240 = 2^4 \times 3^1 \times 5$ 이므로  
(최대공약수)  $= 2^3 \times 3^1 \times 5$   
 $2^3 \times 3^1 \times 5$ 의 약수 중에서 5의 배수의 개수는  
 $2^3 \times 3^1$ 의 약수의 개수와 같으므로  
 $(3 + 1) \times (1 + 1) = 8(\text{개})$

7. 사탕 24 개와 초콜릿 36 개모두를 될 수 있는 대로 많은 학생에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 이때, 몇 명에게 나누어 줄 수 있겠는가?

① 12 명    ② 10 명    ③ 8 명    ④ 6 명    ⑤ 4 명

해설

24 와 36 의 최대공약수는 12 이다

8.  $10 \times x$ ,  $12 \times x$ 의 최소공배수가 360 이라고 할 때  $x$ 의 값은 얼마인가?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$10 \times x$ ,  $12 \times x$ 의 최소공배수는  $2^2 \times 3 \times 5 \times x = 360$ 이다.  
따라서  $x = 6$ 이다.



9. 가로와 세로의 길이가 각각 4cm, 6cm인 정육면체 모양의 벽돌이 있다. 이것을 같은 방향으로 각각 쌓아 정육면체를 만들었다. 정육면체 모양의 벽돌을 최소로 사용하여 정육면체 모양의 벽돌을 만들 때, 필요한 벽돌의 개수는?

① 14 개      ② 16 개      ③ 20 개      ④ 24 개      ⑤ 28 개

해설

정육면체의 한 변의 길이는 4, 6, 3의 최소공배수 12cm이다.  
필요한 벽돌의 수는  $(12 \div 4) \times (12 \div 6) \times (12 \div 3) = 24(\text{개})$ 이다.

10. 가로 길이가 16 cm , 세로 길이가 20 cm 인 직사각형을 겹치지 않게 빈틈없이 붙여서 가장 작은 정사각형을 만들려고 한다. 이때, 정사각형의 한 변의 길이는?

① 30 cm    ② 40 cm    ③ 50 cm    ④ 60 cm    ⑤ 80 cm

해설

정사각형의 한 변의 길이는 16 과 20 의 공배수이어야 하고, 가장 작은 정사각형을 만들려면 한 변의 길이는 16 과 20 의 최소공배수이어야 한다. 따라서 정사각형의 한 변의 길이는 80 cm 이다.

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 16 \ 20} \\ \underline{4 \quad 5} \end{array}$$

11. 7 로 나누면 2 가 남고 12 로 나누면 3 이 모자라는 수 중에서 가장 작은 세 자리 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 177

해설

7 과 12 의 공배수에 9 를 더한 수는 7 로 나누면 2 가 남고, 12 로 나누면 3 이 모자란 수이다.

7 과 12 의 최소공배수 : 84

$$84 \times 2 + 9 = 177$$

12. 세 자연수 4, 5, 6 어느 것으로 나누어도 1 이 남는 세 자리 자연수 중에서 가장 작은 자연수는?

① 60      ② 61      ③ 120      ④ 181      ⑤ 121

해설

구하는 수는 (4, 5, 6 의 공배수)+1 인 수 중 가장 작은 세 자리 자연수이다.

4, 5, 6 의 최소공배수는 60 이고, 세 수의 공배수 중에서 세 자리인 가장 작은 자연수는 120 이다.

$\therefore 120 + 1 = 121$



13. 6으로 나누면 4가 남고, 8로 나누면 6이 남고, 9로 나누면 7이 남는 자연수 중에서 400에 가장 가까운 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 430

해설

구하는 수는 (6, 8, 9의 공배수)-2의 꼴이므로  
6, 8, 9의 최소공배수는 72이다.  
72의 배수 중 400에 가장 가까운 수는 432이다.  
따라서 구하는 수는  $432 - 2 = 430$ 이다.

14.  $2^a \times 3^b \times 11^c$  이 132 를 약수로 가질 때, 세 자연수  $a, b, c$  의 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

132 를 소인수분해하면  $132 = 2^2 \times 3 \times 11$  이다. 한편  $2^a \times 3^b \times 11^c$  이 132 를 약수로 가지므로  $a$  는 2 보다 크거나 같고,  $b$  는 1 보다 크거나 같다. 또한  $c$  도 1 보다 크거나 같다.  
따라서  $a, b, c$  의 최솟값은 각각 2, 1, 1 이므로 구하는 합은  $2 + 1 + 1 = 4$  이다.

15. 다음 두 수  $2^a \times 3^3 \times 5^2$ ,  $2^5 \times 3^2 \times 5^{a+1}$ 의 최소공배수가  $2^5 \times 3^3 \times 5^{a+1}$ 일 때, 다음 중 자연수  $a$ 가 될 수 없는 것은?

① 2                      ② 3                      ③ 4                      ④ 5                      ⑤ 6

해설

$2^a$ 와  $2^5$ 의 최소공배수가  $2^5$ 이므로  $a$ 는 5 이하의 수가 되어야 한다.

또한  $5^2$ 과  $5^{a+1}$ 의 최소공배수가  $5^{a+1}$ 이므로  $a+1$ 은 2 이상의 수가 되어,  $a$ 는 1 이상의 수가 된다.

따라서 두 조건을 모두 만족시키는 자연수는 1, 2, 3, 4, 5이다.

16. 세 자연수 84, 126,  $A$  의 최대공약수가 6 , 최소공배수가 1260 일 때, 가장 작은 자연수  $A$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$84 = 2^2 \times 3 \times 7$ ,  $126 = 2 \times 3^2 \times 7$ ,  $A$  에서  
최대공약수는  $6 = 2 \times 3$  ,  
최소공배수는  $1260 = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$  이므로  
 $A$  는  $2 \times 3$  과 5 를 인수로 만드시 가져야 한다.  
따라서, 가장 작은 자연수  $A = 2 \times 3 \times 5 = 30$  이다.



17. 두 분수  $\frac{21}{16}$ ,  $\frac{35}{24}$  의 어느 것에 곱하여도 그 결과가 자연수가 되게 하는 분수 중에서 가장 작은 분수를 구하여라.

- ①  $\frac{8}{7}$
- ②  $\frac{48}{7}$
- ③  $\frac{8}{105}$
- ④  $\frac{48}{105}$
- ⑤  $\frac{1}{35}$

해설

구하려는 분수를  $\frac{b}{a}$  라고 하자.

$\frac{21}{16} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \rightarrow \begin{cases} b \text{는 } 16 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 21 \text{의 약수} \end{cases}$

$\frac{35}{24} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \rightarrow \begin{cases} b \text{는 } 24 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 35 \text{의 약수} \end{cases}$

$\therefore, \frac{b}{a} = \frac{(16, 24 \text{의 공배수})}{(21, 35 \text{의 공약수})} \dots \text{㉠ 이다.}$

㉠을 만족하는 가장 작은 분수

$\frac{b}{a} = \frac{(16, 24 \text{의 최소공배수})}{(21, 35 \text{의 최대공약수})}$

$\therefore \frac{b}{a} = \frac{48}{7}$

18. 자연수  $x$  에 대하여  $f(x)$  는  $x$  를 8 로 나눈 나머지,  $g(x)$  는  $x$  를 9 로 나눈 나머지라고 정의할 때,  $\{f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(100)\} + \{g(1)+g(2)+g(3)+\cdots+g(n)\} = 671$  을 만족하는  $n$  을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 82

해설

$f(1) = 1, f(2) = 2, f(3) = 3, f(4) = 4, f(5) = 5, f(6) = 6, f(7) = 7, f(8) = 0, f(9) = 1, \dots$   
→ 연속되는 8 개의 수의 나머지의 합은 28 이다.  
→  $f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(100) = 28 \times 12 + 1+2+3+4 = 346$   
,  
 $g(1) = 1, g(2) = 2, g(3) = 3, g(4) = 4, g(5) = 5, g(6) = 6, g(7) = 7, g(8) = 8, g(9) = 0, g(10) = 1, \dots$   
→ 연속되는 9 개의 수의 합은 36 이다.  
→  $\{f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(100)\} + \{g(1) + g(2) + g(3) + \cdots + g(n)\} = 671$   
→  $346 + g(1) + g(2) + g(3) + \cdots + g(n) = 671$   
→  $g(1) + g(2) + g(3) + \cdots + g(n) = 325 = 36 \times 9 + 1$   
→ 연속되는 9 개의 수가 9 짝 있고 뒤에 1 개의 수가 더 있다.  
 $\therefore n = 9 \times 9 + 1 = 82$

19.  $a$ 가 자연수일 때,  $f(a)$ 는  $a$ 의 약수의 개수를 나타낸다고 정의한다.  
 $x$ 는 1 이상 100 이하이고,  $f(x) = 3$  일 때,  $x$ 의 개수를 구하여라.

▶ 답 :                        3   개

▷ 정답 : 4 개

해설

$f(x) = 3$  에서 약수의 개수가 3 개인 수는  
(소수)<sup>2</sup> 이므로  
100 이하의 수 중 소수의 제곱이 되는 수는  
 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2$  의 4 개

20. 1 부터 50 사이의 수 중에서 약수의 개수가 3 개인 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 :                      4   개

▷ 정답 : 4 개

해설

약수의 개수가 3 개인 수는 (소수)<sup>2</sup> 이므로  
50 이하의 수 중 소수의 제곱이 되는 수는 2<sup>2</sup>, 3<sup>2</sup>, 5<sup>2</sup>, 7<sup>2</sup> 의 4 개