

1. 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

- ① 1 은 소수가 아니다.
- ② 모든 소수는 홀수이다.
- ③ 모든 수는 약수의 개수가 2 개 이상이다.
- ④ 가장 작은 소수는 3 이다.
- ⑤ 4 와 9 는 서로소이다.

해설

- ② 소수는 2, 3, 5, 7, ... 이다.
- ③ 1 의 약수는 1 뿐이다.
- ④ 가장 작은 소수는 2 이다.

2. 다음 중 72와 서로소인 것을 모두 고르면?

① 3

② 5

③ 13

④ 24

⑤ 36

해설

① 72와 3의 최대공약수는 3이므로 서로소가 아니다.

④ 72와 24의 최대공약수는 24이므로 서로소가 아니다.

⑤ 72와 36의 최대공약수는 36이므로 서로소가 아니다.

따라서 주어진 수 중에서 72와 서로소인 것은 5와 13이다.

3. 다음 중 옳지 않은 것은?

① 가장 작은 소수는 2 이다.

② 100 과 243 는 서로소이다.

③ 두 자연수가 서로소이면 두 자연수는 소수이다.

④ 두 자연수가 서로소가 아니면 두 자연수는 소수가 아니다.

⑤ 10 보다 작은 자연수 중에서 소수는 4 개이다.

해설

③ 반례 : 3 과 4 는 서로소이지만 4 는 소수가 아니다.

4. 다음 중 6의 배수이면서 동시에 8의 배수가 되는 수는?

① 2의 배수

② 4의 배수

③ 12의 배수

④ 24의 배수

⑤ 48의 배수

해설

6의 배수이면서 동시에 8의 배수가 되는 수는 6와 8의 공배수이고 6와 8의 최소공배수는 24이다.

5. 최대공약수가 6 인 두 자연수 A, B 에 대하여 $A \times B = 540$ 이 성립한다.
이때, 두 수 A, B 의 최소공배수는?

① 50

② 60

③ 70

④ 80

⑤ 90

해설

$(A \times B) = (\text{최대공약수}) \times (\text{최소공배수})$ 이므로

$540 = 6 \times (\text{최소공배수})$

따라서 두 수의 곱은 90 이다.

6. 다음 중 81 의 약수는?

① 2

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 9

해설

81 의 약수는 1, 3, 9, 27, 81 이다.

7. 다음 중 4^5 을 나타낸 식은?

① 4×5

② $4 + 4 + 4 + 4 + 4$

③ $5 \times 5 \times 5 \times 5$

④ $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$

⑤ 5×4

해설

$4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4^5$ 이다.

8. $2^2 \times \square$ 는 약수의 개수가 12 개인 자연수이다. 다음 중 \square 안에 알맞은 수 중 가장 작은 자연수는?

① 4

② 8

③ 15

④ 30

⑤ 32

해설

$12 = (2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1)$ 이므로

$\square = a \times b$ (a, b 는 소수),

$a \neq 2, b \neq 2$ 이므로 가장 작은 소수는 3×5 ,

$\therefore \square = 15$

9. $90, 2^4 \times 3 \times 5^3$ 의 최대공약수는?

① $2 \times 3 \times 5$

② $2^2 \times 3^2 \times 5$

③ $2^2 \times 3 \times 5^2$

④ $2^3 \times 3 \times 5^2$

⑤ $2^3 \times 3^2 \times 5^2$

해설

공통인 소인수를 모두 곱하는데 지수가 같으면 그대로, 다르면 작은 쪽을 택하여 곱한다.

$90 = 2 \times 3^2 \times 5, 2^4 \times 3 \times 5^3$ 의 최대공약수 : $2 \times 3 \times 5$

10. 두 자연수의 최대공약수는 15 이다. 이 두 자연수의 공약수가 아닌 것은?

① 1

② 3

③ 5

④ 10

⑤ 15

해설

두 자연수의 공약수는 최대공약수 15 의 약수이므로 1, 3, 5, 15 이다.

11. 현근이네 반 남학생 30 명과 여학생 24 명은 이어달리기경주를 하기 위해 조를 짜기로 하였다. 각 조에 속하는 여학생의 수와 남학생의 수가 같고 가능한 많은 인원으로 조를 편성하려고 할 때, 몇 조까지 만들어지는가?

① 7조

② 6조

③ 5조

④ 4조

⑤ 3조

해설

남학생 수와 여학생 수의 최대 공약수는 6 이다.
따라서 6 조까지 만들어진다.

12. 두 자연수 $2^a \times 3 \times 5$ 와 $2^2 \times 3^b \times c$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 9

② 10

③ 11

④ 12

⑤ 13

해설

최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 이므로

$a = 3, b = 2, c = 7$ 이다.

$\therefore a + b + c = 12$

13. 가로, 세로의 길이가 각각 8cm, 6cm 인 직사각형 모양의 카드를 늘어 놓아 가장 작은 정사각형을 만들려고 한다. 이때, 카드는 총 몇 장이 필요한가?

① 10 장

② 12 장

③ 13 장

④ 15 장

⑤ 17 장

해설

정사각형의 한 변의 길이는 8와 6의 최소공배수인 24cm이다. 가로는 $24 \div 8 = 3$ (장), 세로는 $24 \div 6 = 4$ (장)이 필요하므로 필요한 카드의 수는 $3 \times 4 = 12$ (장)이다.

14. 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 24 는 192 의 약수이다.
- ㉡ 108 은 108 의 약수인 동시에 배수이다.
- ㉢ 1 은 모든 자연수의 약수이다.
- ㉣ 484 는 7 의 배수이다.
- ㉤ 52 의 약수의 개수는 7 개이다.

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉣

④ ㉡, ㉤

⑤ ㉣, ㉤

해설

- ㉣ 484 는 7 의 배수가 아니다.
- ㉤ 52 의 약수의 개수는 6 개이다.

15. $2^2 \times 3^4$, $2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 공약수의 개수는?

① 4

② 6

③ 8

④ 9

⑤ 12

해설

$2^2 \times 3^4$, $2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3^2$
공약수는 최대공약수의 약수이므로,
1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36 총 9개이다.

16. 두 수 15 과 20 의 공배수 중 400 이하인 것의 개수는?

① 5 개

② 6 개

③ 7 개

④ 8 개

⑤ 9 개

해설

15 와 20 의 공배수는 최소공배수인 60 의 배수이므로, 400 이하의 60 의 배수는

60, 120, 180, 240, 300, 360 으로 총 6 개이다.

17. 두 자연수 $2^3 \times 3^3 \times 5$ 와 $a^b \times c^2$ 의 최대공약수가 $3^3 \times 5$, 최소공배수가 $2^3 \times 3^4 \times 5^2$ 일 때, a, b, c 의 값을 차례로 구하면? (단, $a < b < c$ 인 소수)

① 2, 3, 4

② 2, 3, 5

③ 3, 4, 5

④ 3, 4, 7

⑤ 4, 5, 7

해설

두 자연수 $2^3 \times 3^3 \times 5$, $a^b \times c^2$ 에 대하여
최대공약수가 $3^3 \times 5$ 이고 최소공배수가 $2^3 \times 3^4 \times 5^2$ 이므로
 $\therefore a = 3, b = 4, c = 5$

18. 두 분수 $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{6}$ 중 어느 것을 곱해도 자연수가 되는 수 중 두 번째로 큰 자연수는?

① 16

② 32

③ 48

④ 96

⑤ 114

해설

구하는 수는 16 과 6 의 공배수이다.

16 와 6 의 공배수는 16 와 6 의 최소공배수인 48 의 배수이므로 48, 96, 144, ... 이다.

19. 다음 주어진 수 중에서 소인수가 같은 것은?

① 144

② 60

③ 72

④ 160

⑤ 98

해설

① $2^4 \times 3^2$

② $2^2 \times 3 \times 5$

③ $2^3 \times 3^2$

④ $2^5 \times 5$

⑤ 2×7^2

20. 어떤 자연수 x 의 약수의 개수를 $R(x)$ 라 하고, $R(40) \times R(75) = a$ 라 할 때, $R(a)$ 의 값은?

① 10

② 13

③ 15

④ 16

⑤ 19

해설

$40 = 2^3 \times 5$ 이므로 $R(40) = (3 + 1) \times (1 + 1) = 8$ 이다.

$75 = 3 \times 5^2$ 이므로 $R(75) = (1 + 1) \times (2 + 1) = 6$ 이다.

$\therefore 8 \times 6 = 48$

따라서 $48 = 2^4 \times 3$ 이므로 $R(48) = (4 + 1) \times (1 + 1) = 10$ 이다.

21. 다음 보기 중 소수를 모두 찾아 기호로 써라.

보기

㉠ 5

㉡ 9

㉢ 11

㉣ 15

㉤ 49

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

해설

주어진 수에서 5, 11 은 소수이고 나머지는 모두 합성수이다.

22. 우리 동네는 아침에 분리수거차와 청소차가 각각 10 일, 6 일마다 온다. 오늘 동시에 분리수거차와 청소차가 왔을 때, 다음에 처음으로 동시에 오는 날은 며칠 후 인지 구하여라.

▶ 답: 일 후

▷ 정답: 30일 후

해설

10과 6의 최소공배수는 30이므로 30일 후에 분리수거차와 청소차가 동시에 온다.

23. 5 로 나누어도 3 이 남고, 6 으로 나누어도 3 이 남는 자연수 중 100 이하의 자연수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 33

▷ 정답 : 63

▷ 정답 : 93

해설

구하는 수는 5, 6 의 공배수보다 3 만큼 큰 수 중 100 이하의 수이다. 이때, 5, 6 의 최소공배수는 30 이므로 5, 6 의 공배수는 30, 60, ... 이다.

따라서 구하는 수는 33, 63, 93 이다.

24. 두 수 $2^3 \times 3^a \times 5$ 와 $2^b \times 3^2 \times 5^2$ 의 최대공약수가 60 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5 \text{ 이므로, } a = 1, b = 2$$

$$\therefore a + b = 1 + 2 = 3$$

25. 다음 조건을 각각 만족하는 자연수의 개수의 합을 구하여라.

- ㉠ 최대공약수가 24인 두 수 a, b 의 공약수
- ㉡ 50보다 크지 않은 4와 6의 공배수

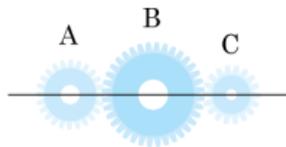
▶ 답:

▶ 정답: 12

해설

- ㉠ 최대공약수가 24인 두 수 a, b 의 공약수는 24의 공약수이므로
 $24 = 2^3 \times 3^1$ 에서 약수의 개수는
 $(3 + 1) \times (1 + 1) = 8(\text{개})$
- ㉡ 4와 6의 최소공배수는 12이므로
50보다 작은 12의 배수는 12, 24, 36, 48의 4개
 $\therefore 8 + 4 = 12$

26. 톱니의 수가 각각 24, 36, 18 개인 톱니바퀴 A, B, C가 다음 그림과 같이 서로 맞물려 있다. 세 톱니바퀴가 회전하기 시작하여 모두 다시 처음의 위치로 돌아오려면 C는 최소한 몇 바퀴를 회전해야 하는지 구하여라.



▶ 답: 바퀴

▷ 정답: 4바퀴

해설

24, 36, 18의 최소공배수는 72,

∴ C 바퀴의 회전수는 $72 \div 18 = 4$ (바퀴)이다.

27. 1부터 100까지의 자연수 중에서 3의 배수이거나 5의 배수인 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 47

해설

1부터 100까지의 자연수 중에서
3의 배수는 3, 6, 9, *cdots*, 96, 99의 33개이고,
5의 배수는 5, 10, 15, *cdots*, 95, 100의 20개이다.
이 중 3과 5의 공배수인 15의 배수의 개수는 6개이므로
 $33 + 20 - 6 = 47$ 개다.

28. 어떤 수 N 을 8 로 나누었을 때 몫이 k 이고 나머지가 $k-1$ 인 두 자릿수 N 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 71

해설

$N = 8k + (k - 1) = 9k - 1$ 이고,

$k - 1 < 8$ 이므로 k 의 최댓값은 8 이다.

\therefore 두 자릿수 N 중 가장 큰 수 $= 9 \times 8 - 1 = 71$

29. 여섯 자리의 수 $3124\boxed{}8$ 은 3 의 배수이면서 4 의 배수이다.
 $\boxed{}$ 안에 알맞은 숫자를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

▷ 정답 : 6

해설

3 의 배수이면서 4 의 배수인 수는 312408 , 312468 이다.

30. 1 부터 100 까지의 자연수를 모두 곱하면 $A \times (2 \times 5)^n$ 이 될 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times 100$ 에서 2 의 배수의 개수 : 50 개

2^2 의 배수의 개수 : 25 개

2^3 의 배수의 개수 : 12 개

2^4 의 배수의 개수 : 6 개

2^5 의 배수의 개수 : 3 개

2^6 의 배수의 개수 : 1 개이고,

5 의 배수의 개수 : 20 개

5^2 의 배수의 개수 : 4 개이므로

$$\therefore 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times 100 = 2^{97} \times 5^{24} \times \cdots$$

$$= A \times (2 \times 5)^{24}$$

$$\therefore n = 24$$

31. 다음 중 자연수를 소인수들만의 곱으로 나타낸 것 중 옳지 않은 것을 모두 골라라.

㉠ $72 = 2^3 \times 3^2$

㉡ $105 = 5 \times 21$

㉢ $147 = 3 \times 7^2$

㉣ $225 = 3^3 \times 5^3$

㉤ $240 = 2^3 \times 5 \times 6$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

㉡ $105 = 3 \times 5 \times 7$

㉣ $225 = 3^2 \times 5^2$

㉤ $240 = 2^4 \times 3 \times 5$

32. 300 을 가능한 한 작은 자연수 a 로 나누어 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

어떤 자연수의 제곱이 되려면 소인수분해했을 때 모든 소인수의 지수가 짝수이어야 한다.

$300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$ 이므로 a 는 3, 3×2^2 , 3×5^2 , $3 \times 2^2 \times 5^2$ 이 될 수 있고 가장 작은 a 는 3 이다.

나눈 후에는 $300 \div 3 = 100 = 10^2$ 이 된다.

$$\therefore a = 3, b = 10$$

$$\therefore a + b = 13$$

33. 자연수 n 의 약수의 개수를 $P(n)$ 으로 나타내기로 한다. 이때,
 $\frac{-P(24) + P(x)}{P(30) - P(x)} = \frac{P(16)}{P(15)}$ 를 만족하는 두 자리 자연수 x 값 중 가장
작은 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 24

해설

$P(24) = 8, P(30) = 8, P(16) = 5, P(15) = 4$ 이므로

$$\frac{-P(24) + P(x)}{P(30) - P(x)} = \frac{P(16)}{P(15)} \text{에서}$$

$$\frac{-8 + P(x)}{8 - P(x)} = \frac{5}{4}$$

$$-32 + 4P(x) = 40 - 5P(x)$$

$$P(x) = 8$$

$8 = 2 \times 2 \times 2 = 2 \times 4$ 이므로,

\therefore 자연수 x 값 중 가장 작은 수는 24이다.